

## 1. gyakorló feladatsor

### Geometriai vektorok

1. Végezzük el a kijelölt műveleteket!

a.)  $\underline{i} + \underline{j} - (\underline{j} + \underline{i})$

b.)  $6(\frac{1}{2}(2\underline{i} + 3\underline{j} - 6\underline{k})) - 3(3\underline{j} + 2\underline{i}) + 5\underline{k}$

2. Számítsuk ki az alábbi vektorok hosszát:

a.)  $\underline{a} = 3\underline{i} - 4\underline{j}$     b.)  $\underline{b} = \underline{i} + 3\underline{j} - 2\underline{k}$     c.)  $\underline{c} = -\underline{j} - \underline{k}$

3. Tekintsük az  $\underline{a} = \underline{i}$  és  $\underline{b} = 2\underline{i}$  síkvektorokat. Hány különböző lineáris kombinációval kaphatjuk meg belőlük a nullvektort? Ha lehetséges, adjunk meg legalább három megoldást.

4. Előállítható-e a  $\underline{k}$  egységvektor az  $\underline{i}$ -ből és a  $\underline{j}$ -ből lineáris kombinációval?

5. Mutassuk meg, hogy az

$$\alpha_1 \underline{i} + \alpha_2 \underline{j} = \beta_1 \underline{i} + \beta_2 \underline{j}$$

egyenlőség csak akkor állhat fenn, ha  $\alpha_1 = \beta_1$  és  $\alpha_2 = \beta_2$ , vagyis ha az  $\underline{i}$  és  $\underline{j}$  bázisvektor szorzója mindkét oldalon ugyanaz a szám.

6. Lineárisan összefüggőek-e a következő vektorrendszerek a térben?

a.)  $\{\underline{i}, \underline{i} + \underline{j}, \underline{i} + \underline{j} + \underline{k}\}$

b.)  $\{\underline{i} - \underline{j}, \underline{j} - \underline{k}, \underline{k} - \underline{i}\}$

c.)  $\{\underline{i} + \underline{j} + \underline{k}, \underline{0}, \underline{j}\}$

d.)  $\{\underline{i}, \underline{i} + \underline{j}, \underline{i} + \underline{k}, \underline{i} + \underline{j} + \underline{k}\}$

e.)  $\{\underline{i} + \underline{j}, \underline{i} + \underline{k}, \underline{j} + \underline{k}\}$

7. Mutassuk meg, hogy az  $\underline{i} + \underline{j} + \underline{k}$  vektort semmilyen lineáris kombinációval nem lehet előállítani az 5./b.) példában szereplő vektorrendszer elemeiből.

8. Bizonyítsuk be a következő állítást: Ha  $\underline{a}$  és  $\underline{b}$  sík- vagy térvektorok lineárisan függetlenek, azonban az  $\underline{a}, \underline{b}$  és  $\underline{c}$  vektorok már lineárisan összefüggő rendszert alkotnak, akkor  $\underline{c}$  előáll  $\underline{a}$  és  $\underline{b}$  lineáris kombinációjaként.

9. Alkothat-e két síkbeli vektor vektorteret?

10. Van-e véges sok vektorból álló vektortér?

11. Egy bázisnak lehet-e eleme a nullvektor?

12. Generálórendszer-e, valamint bázis-e  $\mathcal{E}_2$ -ben

a.) az  $\{\underline{i}, \underline{j}\}$  halmaz?

b.) az  $\{\underline{i}, \underline{i} + \underline{j}, \underline{j}\}$  halmaz?

13. Döntsük el az 5. példában szereplő vektorrendszerekről, hogy generálórendszert ill. bázist alkotnak-e  $\mathcal{E}_3$ -ban.
14. Mutassuk meg, hogy egy generálórendszerhez tetszőleges elemet hozzávéve is generálórendszert kapunk.
15. Legyenek  $A, B, C, D$  a síkon egy négyzet csúcsai. Írjuk fel az  $\overrightarrow{AC}$  (azaz az  $A$  pontból a  $C$  pontba mutató) vektor koordinátáit az alábbi bázisokban:  
 a.)  $\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}\}$ , b.)  $\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BD}\}$  c.)  $\{\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AB}\}$  d.)  $\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\}$
16. Tekintsük a  $2\underline{i} + 6\underline{j}$  vektort. Mik lesznek a koordinátái a  $B = \{\underline{i} + \underline{j}, 2\underline{i}\}$  bázisban?
17. Tekintsük a  $3\underline{i} + 5\underline{j} - \underline{k}$  vektort. Mik lesznek a koordinátái a  $B = \{\underline{i} + \underline{j}, \underline{j} + \underline{k}, \underline{i} + \underline{k}\}$  bázisban?
18. Adjuk meg síkbeli vektorok  
 a.) összegének,  
 b.) skalárszorosságának  
 Descartes-koordinátáit!