

10. gyakorló feladatsor
Mátrixok sajátértékei és sajátvektorai

1. Határozzuk meg az

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

mátrix sajátértékeit és sajátvektorait!

2. Számítsuk ki a

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

mátrix sajátértékeit!

3. Legyen $A \in M_n$ olyan mátrix, amelyre $|A| \neq 0$ (ún. reguláris mátrix), és tegyük fel, hogy $\lambda \in \sigma(A)$. Mutassuk meg, hogy ekkor $\frac{1}{\lambda}$ sajátértéke az A^{-1} inverz mátrixnak.
4. Legyen $A \in M_n$, és tegyük fel, hogy az elemek összege minden sorban 1. Bizonyítsuk be, hogy ekkor A -nak sajátértéke az 1.
5. a.) Adjuk meg az

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

mátrix spektrálfelbontását, ha lehet.

- b.) Ellenőrizzük a kapott spektrálfelbontáson, hogy a fenti A mátrix négyzete egyenlő az $X \cdot \text{diag} [\lambda_1^2, \lambda_2^2] \cdot X^{-1}$ kifejezéssel.