

V. Az egydimenziós hidrosztatikus légkör

V.1. A légkörben ható erők csoportosítása.....	1
V.2. A légköri sztatika alapegyenlete.....	2
V.2.1. A nyomási gradiens erő.....	2
V.2.2. A nehézségi erő.....	3
V.2.2.1. Az abszolút gravitációs erő.....	3
V.2.2.2. A centripetális és a centrifugális erő.....	4
V.2.2.3. A nehézségi (vagy gravitációs) erő.....	5
V.2.3. Az egységnyi tömegű légréteg potenciális energiája, a geopotenciál.....	6
V.2.4. A sztatika alapegyenlete.....	8
V.2.4.1. A vertikális koordinátázás kérdése.....	10
V.3. A politrop légkör.....	11
V.3.1. A légköri sztatika két alapeladata.....	12
V.3.1.1. A két alapeladat megoldása politrop légkörben.....	14
V.3.2. A politrop légkör magassága.....	16
V.3.3. A legfontosabb politrop légkörök.....	16
V.3.3.1. A homogén légkör.....	16
V.3.3.2. Az adiabatikus légkör.....	18
V.3.3.3. Az izoterm légkör.....	19
V.3.3.4. A légkör felező magassága.....	20
V.3.4. A standard légkörök.....	21

A légköri termodinamika a száraz és a nedves levegő állapotváltozásait vizsgálja. Egy légréteget elemzünk, egy „dobozban” vizsgálódunk. Nem fontos a légréteg térbeli helyzete. A légköri sztatika egy légoszlopot – egymás felett elhelyezkedő nyugalomban levő légrétegeket – vizsgál.

A fejezetben áttekintjük a légkörben ható erőket, majd a légköri sztatika alapegyenletével foglalkozunk. (*A légréteg nyugalomban van, a ráható erők eredője nulla.*) Ezután kerül sor a különböző modell-légkörök ismertetésére. Foglalkozunk a nyomás, a hőmérséklet és a sűrűség magasság szerinti változásával. Politrop légkör feltételezésével élünk, a hőmérsékleti gradiens állandóságával számolunk.

V.1. A légkörben ható erők csoportosítása

Tömegegységnyi légréteget vizsgálunk. A ráható erőket többféle módon csoportosíthatjuk. Felbonthatjuk (i) a Föld forgásától független erőkre és (ii) olyan tehetetlenségi erőkre, amelyek a Földhöz rögzített koordináta-rendszer választásából adódnak.

Az első csoportba tartozik:

- a Föld tömegvonzásából származó abszolút gravitációs (vagy nehézségi) erő,

- a nyomási mező inhomogenitása miatt fellépő nyomási gradiens erő, és
- a reális folyadékok mozgását kísérő molekuláris viszkozitási (vagy sűrűdési) erő.

A dinamikus meteorológiában nem foglalkozunk a Nap és a Hold tömegvonzásából származó – a légköri árapályt kormányzó – tömegvonzási erőkkel. Ezek elhanyagolható szerepet játszanak a troposzféra és a sztratoszféra folyamataiban. Természetesen a magasabb légrétegekben kimutatható egy jellegzetes napi nyomási hullám.

A tehetetlenségi erők közül három fajtát vizsgálunk:

- a Föld forgásából származó centrifugális erőt, ami minden tömegpontra hat,
- a forgó Földön elmozduló légrézre ható Coriolis-erőt, és
- a koordináta-rendszer választásától függő tehetetlenségi erőt (metrikus gyorsulási tagok).

További osztályozások is vannak. Beszélhetünk (i) térfogati és (ii) felületi erőkről. Térfogati erő az abszolút nehézségi erő és a tehetetlenségi erők, míg felületi erő a nyomási gradiens erő és a molekuláris viszkozitási erő. Nem foglalkozunk az egyéb kölcsönhatásokból (pl. elektromágneses) származó erőkkel.

V.2. A légköri sztatika alapegyenlete

Horizontálisan homogén, vertikális szerkezetű (egydimenziós) légkört vizsgálunk. Nincsenek gyorsulások. A légrézecskekre ható erők eredője nulla. A nyugalomban levő sztatikus légkörben természetesen nincs sűrűdés. Nem kell számolnunk a Coriolis-erővel, és nem lépnek fel metrikus gyorsulási tagok sem (Descartes-féle koordináta-rendszerben dolgozunk). A Föld forgásából származó centrifugális erőt a nehézségi erőben vesszük figyelembe. A nehézségi erő és a nyomási gradiens erő tart egyensúlyt.

V.2.1. A nyomási gradiens erő

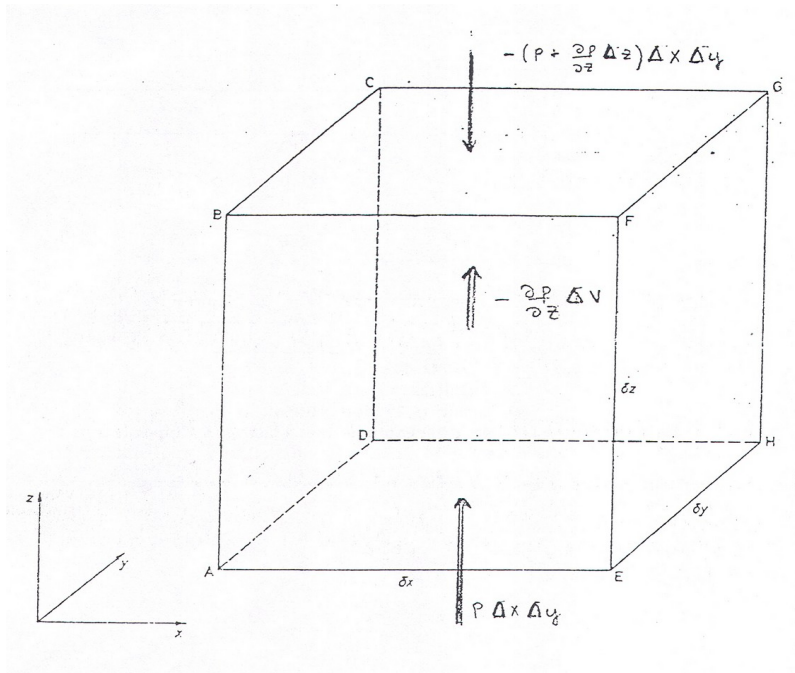
Tekintsünk egy ΔV térfogatelemet! Az inhomogén nyomáseloszlás következtében a térfogatelem egyes lapjaira más és más nyomóerő hat. Ezek összege adja a térfogategységre, illetve a sűrűséggel normálva a tömegegységre vonatkozó nyomási gradiens erőt (1. ábra).

Az elemi térfogatrészre z irányba ható nyomási gradiens erő:

$$p\Delta x\Delta y - \left(p + \frac{\partial p}{\partial z}\Delta z \right)\Delta x\Delta y = - \frac{\partial p}{\partial z}\Delta V .$$

A tömegegységre vonatkozó nyomási gradiens erő $(\mathbf{F}_p(\mathbf{r}, t))$, komponensei:

$$\mathbf{F}_p(\mathbf{r}, t) = - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial x}, \frac{\partial p}{\partial y}, \frac{\partial p}{\partial z} \right) = - \frac{1}{\rho} \mathbf{grad} p = - \frac{1}{\rho} \nabla p .$$



1. ábra. A nyomási gradiens erő szemléletes képe.

V.2.2. A nehézségi erő

A \mathbf{g} nehézségi gyorsulás a geoid alakú Föld normális irányába mutat. Az abszolút tömegvonzás és a Föld forgásából származó centripetális gyorsulás (tömegegységnyi légrézre ható centripetális erő) különbsége, vagy más szavakkal az abszolút tömegvonzás és a centrifugális gyorsulás összege (2. ábra).

V.2.2.1. Az abszolút gravitációs erő

A Newton-féle általános tömegvonzási törvény értelmében a Föld középpontjától \mathbf{r} távolságra lévő egységnyi tömegű légrézre $\mathbf{F}_{g_a}(\mathbf{r})$ (abszolút) gravitációs erő hat.

$$\mathbf{F}_{g_a}(\mathbf{r}) = - \frac{1}{m} \frac{\gamma \cdot M_F \cdot m}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r} = \mathbf{g}_a,$$

ahol $M_F = 5,97 \cdot 10^{24}$ kg a Föld, m az egységnyi térfogatú légréz tömege, $\gamma = 6,668 \cdot 10^{-11}$ N m² kg⁻² a gravitációs állandó. A dinamikus meteorológiában általában tömegegységnyi levegőről beszélünk. Ezt nem jelezzük külön (pl. az abszolút gravitációs erő felírásakor). Így érthető, hogy sokszor erőről beszélünk, de a gyorsulás dimenzióját használjuk.

A \mathbf{g}_a abszolút gravitációs erő nagysága (g_a) változik a magassággal. Értéke a Föld felszínén a földrajzi szélesség, azaz a Föld tömegközéppontjától vett távolság függvénye ($g_{a0}(\varphi) = g_a(r_{F\varphi}, \varphi)$). Vizsgáljuk meg az abszolút gravitációs erő magasság szerinti

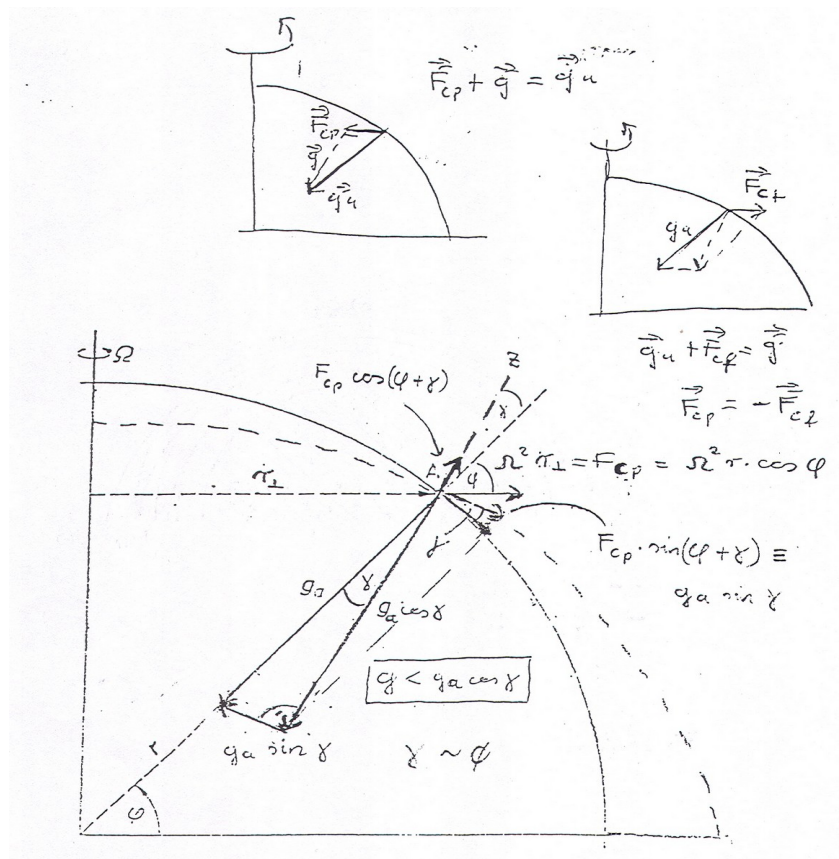
változását! A Föld középpontjától vett távolság legyen $r = r_{F\varphi} + z$, ahol $r_{F\varphi}$ az adott szélességi körön a geoid alakú Föld sugara, míg z a felszín feletti magasság.

$$g_a(r, \varphi) = \frac{g_{a0}(\varphi)}{\left(1 + \frac{z}{r_{F\varphi}}\right)^2}.$$

Mivel $r_{F\varphi} \gg z$, a fenti egyenletet $z = 0$ körül Taylor-sorba fejtve, s kihasználva a másodrendű tagok kicsi voltát kapjuk, hogy:

$$g_a(z, \varphi) = g_{a0}(\varphi) \left(1 - \frac{2z}{r_{F\varphi}}\right) = g_{a0}(\varphi) \cdot (1 - 3,14 \cdot 10^{-7} z).$$

Az abszolút gravitációs erő 1%-os csökkenéséhez kb. 35 km-es magasságváltozás szükség.



2. ábra. Az abszolút gravitációs erő és a nehézségi (vagy gravitációs) erő közötti kapcsolat.

V.2.2.2. A centripetális és a centrifugális erő

Egyenletes körmozgást végző testre ható erők eredője a centripetális erő, ami merőleges a forgástengelyre. A Földdel együtt forgó légrézre ható centripetális erő az abszolút gravitációs erőből származik. Ez „tartja” körpályán a testet. Nagysága:

$$\mathbf{F}_{cp}(\mathbf{r}) = \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}) .$$

A centripetális erő ellentettje a centrifugális erő, ami az inerciarendszer és az $\boldsymbol{\Omega}$ szögsebességgel forgó Föld között teremt kapcsolatot. Ami az egyik rendszerben nyugalomban levő test, az a másikban $\boldsymbol{\Omega}$ szögsebességgel történő forgás (egyenletes gyorsuló mozgás).

$$\mathbf{F}_{cf}(\mathbf{r}) = -\boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}) , \quad \mathbf{F}_{cf}(\mathbf{r}) = \Omega^2 \mathbf{r}_\perp ,$$

ahol \mathbf{r}_\perp az \mathbf{r} sugár forgástengelyre merőleges vetülete.

V.2.2.3. A nehézségi (vagy gravitációs) erő

A forgó Föld geoid alakját az abszolút gravitációs erő és a centrifugális erő alakítja. A geoid alakú Földön nyugalomban lévő tömegpontra ható erők eredője nulla. A helyi függőlegest a nehézségi (gravitációs) erő iránya jelöli ki ($\mathbf{F}_g \equiv \mathbf{g}$).

$$\mathbf{F}_g \equiv \mathbf{g} = \mathbf{g}_a + \mathbf{F}_{cp} ,$$

ami komponensenként kifejtve (2. ábra):

$$g_a \cdot \cos \mathcal{J} - \Omega^2 r \cos \varphi \cdot \cos(\varphi + \mathcal{J}) = g ,$$

$$g_a \cdot \sin \mathcal{J} - \Omega^2 r \cos \varphi \cdot \sin(\varphi + \mathcal{J}) = 0 ,$$

ahol g a nehézségi gyorsulás, ami a földrajzi szélesség és a felszín feletti magasság függvénye, \mathcal{J} a Föld középpontja felé mutató abszolút nehézségi erő és a geoid alakú Földön, adott φ szélességi körön mért nehézségi erő által bezárt szög. A helyi függőlegest a nehézségi (v. gravitációs) erő jelöli ki.

A Föld átlagos sugara: $r_F = 6371$ km. Az Egyenlítőhöz, illetve a pólushoz tartozó értéke rendre: $r_{F_E} = 6378$ km és $r_{F_p} = 6357$ km. A Föld lapultsága:

$$\frac{r_{F_E} - r_{F_p}}{r_{F_E}} = \frac{1}{304} .$$

Kihasználva, hogy

$$\cos(\varphi + \mathcal{J}) \approx \cos \varphi \text{ és } \cos^2(\varphi) = \frac{\cos 2\varphi + 1}{2} ,$$

a következő empirikus munkaformulát kapjuk:

$$g(z, \varphi) = 9,80616 \cdot (1 - 2,6373 \cdot 10^{-3} \cdot \cos 2\varphi + 5,9 \cdot 10^{-6} \cdot \cos 2\varphi) \cdot (1 - 3,14 \cdot 10^{-7} z) .$$

A nehézségi gyorsulás a pólusokon hozzávetőlegesen 0,5%-kal nagyobb, mint az Egyenlítőn.

V.2.3. Az egységnyi tömegű légréz potenciális energiája, a geopotenciál

A gravitációs erőtér konzervatív, azaz felírható egy skalárpotenciál gradienseként. Tekintsük a $\Phi(x, y, z, t)$ skalárpotenciált, az ún. geopotenciált a következő alakban:

$$\Phi = \gamma M_F \left(\frac{1}{r_{F\varphi}} - \frac{1}{r_{F\varphi} + z} \right) - \frac{1}{2} \Omega^2 \cdot (r_{F\varphi} + z)^2 \cos^2 \varphi .$$

Az első tag az abszolút gravitációs erő potenciálja, míg a második a Föld forgásából származó centrifugális erő skalárpotenciálja. A fenti összefüggés alapján a *nehézségi gyorsulás* (illetve a tömegegységnyi légrézre ható *gravitációs vagy nehézségi erő*):

$$\mathbf{F}_g \equiv \mathbf{g} = - \Delta \Phi .$$

A geopotenciál tehát nem más, mint egy referenciaszinthez képest a tömegegységnyi légréz potenciális energiája ($[\text{m}^2 \text{s}^{-2}]$, vagy $[\text{J kg}^{-1}]$). A gravitációs tér analógiája az elektrosztatikus tér. E konzervatív erőtérben a geopotenciálnak az U feszültség, míg a nehézségi gyorsulásnak a \mathbf{E} térerősség felel meg.

A Föld geoid alakja miatt a geopotenciál izovonalai (izohipszák) nem párhuzamosak a felszín feletti magasság izovonalaival. A $\Phi = \text{const}$ geopotenciál felületek a pólusok felé haladva sűrűsödnek, vagyis az Egyenlítőtől távolodva egyre alacsonyabbra kerülnek (3. ábra). Ez érthető, hiszen azonos felszín feletti magasságban haladva a pólus felé egyre nagyobb lesz a nehézségi gyorsulás.

A geopotenciál gradiense és a Descartes-féle koordináta-rendszer vertikális tengelye a geoid alakú Földön nem esik egybe. Az eltérés jelentéktelen, a meteorológiai számításokban általában elhanyagolható.

$$d\Phi \cong - \mathbf{g}(z, \varphi) dz .$$

A probléma természetesen nem merül fel gömb alakú Föld és állandó nehézségi erő feltételezésével. Legyen az egységnyi tömegű légréz potenciális energiája a felszínen nulla. Legyen

$$\Phi(z) = \int_{z=0}^z g dz' ,$$

a potenciális energia (a geopotenciál) változása pedig

$$\Delta\Phi(z) = \Phi(z_2) - \Phi(z_1) = \int_{z_1}^{z_2} g dz .$$

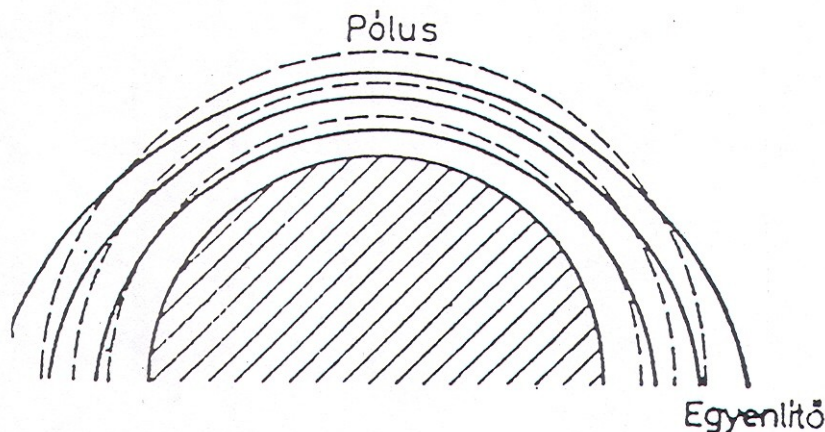
A légköri folyamatok leírásában általában eltekintünk a nehézségi gyorsulás magasság szerinti változásától. Adott szélességen egy állandó g értékkel számolunk.

$$\Delta\Phi = g\Delta z, \text{ illetve } d\Phi = g dz.$$

A fenti egyenletből következik, hogy az 1 m-es magasságváltozásra jutó geopotenciál-változás $1 \text{ [m]} \times g \text{ [m}^2\text{s}^{-2}\text{]}$. A meteorológiai térképeken a geopotenciál-mező ábrázolásakor olyan mértékegységet használunk, amelyben a geopotenciál értéke közel van a geometriai magassághoz. A gyakorlatban használatos geodinamikus magasság (H) definíciója:

$$H = \frac{1}{g_0} \int_0^z g dz',$$

ahol a $g_0 = 9,8 \text{ m s}^{-2}$ átlagos nehézségi gyorsulással számolunk a Föld minden pontján. (A különböző előrejelzési központokban más és más normáló tényezőt (g_0) használnak, így a geopotenciál mezők feldolgozása, illetve összehasonlító elemzése előtt fontos tudni g_0 értékét.)



3. ábra. A $z = \text{const}$ magassági felületek (szaggatott vonalak) és a $\Phi = \text{const}$ geopotenciál felületek (egyenes vonalak) meridionális metszete.

A geodinamikus magasságot (H) geopotenciális méterben [gpm] mérjük. Gyakran a [gpm] helyett *Vilhelm Bjerknes* neve után a [Berk] elnevezést használjuk. Ha $g = g_0$, akkor a magasság és a geodinamikus magasság megegyezik (pontosabban fogalmazva: 1 m-es magasságváltozás megfelel 1 gpm dinamikus magasságváltozásnak). A magasság és a geodinamikus magasság közötti különbség a nehézségi gyorsulás magasság és szélességi körök szerinti változásából fakad. Az eltérés azonban nem jelentős. Tekintsük például az Egyenlítő felett 15 km magasan levő légrést. Ha ezen a rögzített felszín feletti magasságon mozog a légrést az Egyenlítőtől a pólusig, akkor a H geodinamikus magasság a

$$H(z = 15 \cdot 10^3 \text{ m}, \varphi = 0^\circ) = 14\,928 \text{ gpm}$$

értékről a

$$H(z = 15 \cdot 10^3 \text{ m}, \varphi = 90^\circ) = 15\,008 \text{ gpm}$$

értékre növekszik. Az eltérés 80 gpm, ami hozzávetőlegesen 0,5%-os változásnak felel meg. Ez az érték kicsi összehasonlítva a közeli 100 hPa-os nyomási szint egyenlítői és a poláris területek közötti geopotenciál-különbségeivel (~1000–1200 gpm); számos vizsgálatban elhanyagolható.

Ismét felhívjuk a figyelmet, hogy számításokban mindig a geopotenciál fizikai mértékegységével [m² s⁻²] dolgozunk, míg az abszolút és a relatív topográfiai térképeken [gpm] egységben.

A szinoptikus gyakorlatban az abszolút topográfiai térképeken (AT_p) az adott főizobárszint (*p*) magasságát ábrázoljuk (*H*) geopotenciális méterekben , illetve geopotenciális dekaméterekben.

$$1 \text{ [gpdm]} = 10 \text{ [gpm]} .$$

A relatív topográfiai térképeken (RT_{p₁/p₂}) két főizobárszint (*p*₁ < *p*₂) geopotenciális méterekben vagy geopotenciális dekaméterekben kifejezett magasságkülönbségét adjuk meg (*H*_{*p*₁} - *H*_{*p*₂}).

V.2.4. A sztatika alapegyenlete

A léggör sztatikája az egyensúlyban levő léggört írja le: a sztatika a nyugalmi állapot fizikája. A Földhöz rögzített (a Földdel együtt forgó) vonatkoztatási rendszerben egy légoszlop vertikális irányban nyugalomban van, ha egyensúlyt tart egymással a légrészre ható gravitációs erő és a nyomási gradiens erő függőleges komponense (4. ábra).

$$F_p \cdot \mathbf{k} = F_g \cdot \mathbf{k} .$$

Az egydimenziós nyugalomban levő léggörben *p* = *p*(*z*) és $\Phi = \Phi(z)$, így:

$$d\Phi = - \frac{1}{\rho} dp .$$

Ha összekapcsoljuk a *dp* nyomásváltozást a *dz* geometriai magasságváltozással, akkor a geopotenciál változás (*d*Φ = *g**dz*) definíciója alapján:

$$g dz = - \frac{1}{\rho} dp , \text{ illetve } dp = - \rho g dz .$$

A sztatika alapegyenlete a meteorológia egyik alapösszefüggése, ami a nyomás magasság szerinti deriváltja és a sűrűség között teremt kapcsolatot:

$$\frac{dp}{dz} = - \rho g .$$

A nyomás- és a geopotenciál-változást a

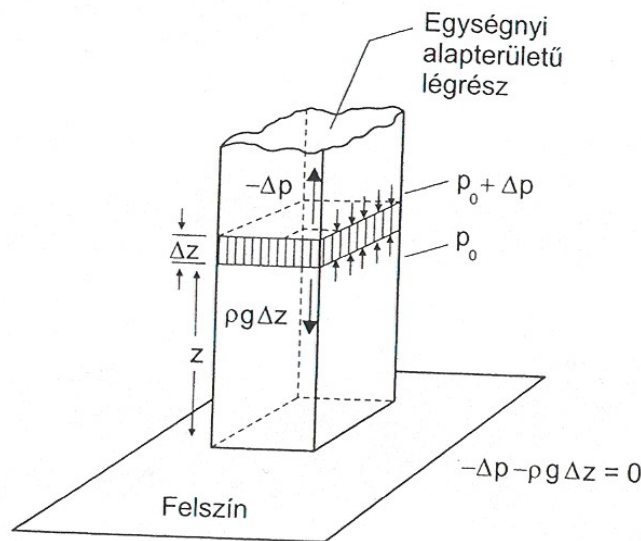
$$\frac{dp}{d\Phi} = - \rho$$

összefüggés kapcsolja össze. Gyakorlati feladatokban a sűrűség helyett a nyomást és a hőmérsékletet használjuk. Az áttérésre a termodinamikai állapotegyenlet ad lehetőséget:

$$\frac{dp}{dz} = -g \frac{p}{R_m T} ,$$

ahol R_m a nedves levegő gázállandója. A fenti egyenletet tovább alakítva.

$$\frac{d \ln p}{dz} = -g \frac{1}{R_m T} .$$



4. ábra. A nyomási gradiens erő és a gravitációs erő egyensúlya hidrosztatikus légkörben. (Megjegyezzük, hogy $\Delta p < 0$, hiszen a nyomás csökken a magassággal. A Δz vastagságú légréteg felületegységére ható nyomási gradiens erő ($F_p = -\Delta p$) és a gravitációs erő ($F_g = -\rho g \Delta z$) tart egyensúlyt.

A virtuális hőmérséklet alkalmazásával a nedves levegőről áttérhetünk a száraz levegőre:

$$\frac{d \ln p}{dz} = -\frac{g}{R_d T_v} .$$

Általános esetben, amikor $p = p(x, y, z, t)$, illetve $\Phi = \Phi(x, y, z, t)$, a sztatika alapegyenletében is jelezni kell, hogy a nyomás magasság szerinti változását elemezzük adott helyen és időben. Parciális deriváltat használunk:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g , \quad \text{illetve} \quad \left(\frac{\partial p}{\partial \Phi} \right)_{x,y,t} = -\rho .$$

V.2.4.1. A vertikális koordinátázás kérdése

A légkör modellezésében alapvető fontosságú a koordináta-rendszer megválasztása. Ez egy háromdimenziós probléma. Gondoljunk csak a Lagrange- és az Euler-rendszer közötti áttérésre! Az Euler-féle szemléletmódnál maradva: el kell döntenünk, hogy milyen horizontális és vertikális koordinátázást használjunk.

A nagytérségű folyamatok modellezésében (pl. az euró-atlanti térség időjárási jelenségei) már figyelembe kell venni a Föld görbületét. Nem alkalmazhatjuk a mikroskálától ($0,01^2 \text{ km}^2 - 1^2 \text{ km}^2$ -es modellterület) a mezo- α skáláig ($< 1000^2 \text{ km}^2$) használható Descartes-féle rendszert. A meteorológiában – a feladattól függően – különböző térképvetületeket alkalmazunk. Itt írjuk fel a légkör kormányzóegyenleteit. A légkört térképsík fölé transzformáljuk, a gömbfelületeket egy síkra vetítjük (X. fejezet). Megjegyezzük azonban, hogy *a horizontális koordinátázási probléma legáltalánosabb megoldása a szférikus rendszer alkalmazása.*

A vertikális koordináta megválasztása szintén a feladat jellegétől, vagyis a vizsgált mozgásrendszer méretétől és az alkalmazott közelítéstől függ. A z magasság mint vertikális koordináta sokszor nem megfelelő. Gondoljunk csak arra az egyszerű tényre, hogy a légkör végtelen magasságúnak tekinthető. A másik probléma a légkör alsó határfelülete. A domborzat magassága ($z_0(x, y)$) helyről-helyre változik, vagyis pl. a Descartes-rendszerben az x, y koordináták függvénye. Bonyolulttá válik a sebességmező megadása is, hiszen teljesülnie kell a domborzat ideális körüláramlását leíró

$$0 = \mathbf{v}(x, y, z, t) \cdot \mathbf{n}_{z_0},$$

illetve a

$$w = \mathbf{v}_h(x, y, z, t) \cdot \nabla_{z_0}(x, y)$$

egyenletnek, ahol \mathbf{v}_h a horizontális szélsébség vektora, és a felszín normális irányú egységvektora:

$$\mathbf{n} = \frac{-\left(\frac{\partial z_0}{\partial x}\right)\mathbf{i} - \left(\frac{\partial z_0}{\partial y}\right)\mathbf{j} + \mathbf{k}}{\left[\left(\frac{\partial z_0}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z_0}{\partial y}\right)^2 + 1\right]^{1/2}}.$$

Itt $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ a Descartes-féle koordinátarendszer egységvektorai.

A fent vázolt nehézségek megoldására, a légköri folyamatok könnyebb leírására szolgálnak a különböző vertikális koordinátázások, mint például a felszínkövető z^* koordináta-rendszer, ahol a koordináta-rendszer 0 nívófelülete a felszín

$$z^* = z - z_0(x, y).$$

Itt a felszín normálisa a $\mathbf{k}_{z^*} = \mathbf{k}$ egységvektor. Szintén könnyen kezelhető a nyomási (P) rendszer, ahol a végtelen vastagságú légkört véges vastagságúvá képezzük le. További egyszerűsítést jelent a Phillips-féle $\sigma = \frac{P}{P_0}$ koordináta-rendszer, ami a végtelen vastagságú

légkört egy egységnyi vastagságú rétegbe transzformálja (itt p_0 a felszíni légnyomás). Hasonlóan az $[1, 0]$ intervallumba képez az

$$\eta = \frac{p - p_T}{p_{ref}(z=0) - p_T}$$

hibrid koordináta-rendszer. Itt p_T a modelltartomány „teteje”. További koordináta-rendszerek is konstruálhatók a meteorológiai feladat (tér- és időskála) függvényében. Ilyen például a nem-hidrosztatikus időjárás modellekben alkalmazott tömegkoordináta-rendszer.

A légköri hidro-termodinamikai egyenletrendszer különböző koordináta-rendszerekben történő felírásával a X. fejezetben foglalkozunk. Most a sztatika alapegyenletének átírását ismertetjük.

Nézzük meg általános esetben a sztatika alapegyenletét tetszőleges

$$\zeta = \zeta(x, y, z, t)$$

vertikális koordináta-rendszerben. Az áttérés feltétele, hogy az $\zeta(x, y, z, t)$ és a $z(x, y, \zeta, t)$ koordinátázás között bijektív kapcsolat legyen. Ekkor a sztatika alapegyenlete az (x, y, ζ, t) rendszerben, a közvetett függvény deriválási szabályait figyelembe véve:

$$\frac{\partial p(x, y, \zeta, t)}{\partial \zeta} = -\rho(x, y, \zeta, t)g \frac{\partial z(x, y, \zeta, t)}{\partial \zeta}.$$

V.3. A politrop légkör

Elsőként a sztatika két alapfeladatával, majd a politrop légkörökkel foglalkozunk. Olyan egydimenziós légköröket vizsgálunk, ahol a különböző szinteken mért nyomás- és hőmérsékletértékeket egy hatványkitevős összefüggés fűzi össze. Innen a politrop kifejezés. Az ilyen típusú hidrosztatikus légkörökben a hőmérsékleti gradiens állandó.

Végezetül a standard légkörök felépítésével ismerkedünk meg, amelyek fontos alkalmazási területe a repülés- és a szinoptikus meteorológia.

V.3.1. A légköri sztatika két alapfeladata

A sztatika alapegyenletét használjuk a rádiószondás mérések feldolgozásakor, a TEMP-táviratok elkészítésekor. A rádiószondák mérik a szél sebességét és irányát, a levegő hőmérsékletét és nedvességtartalmát, de nem adják meg egyidejűleg a nyomást és a szonda magasságát. E két állapotjelző közül az egyiket mindig számolják, mégpedig a sztatika alapegyenletéből. (A Vaisala-féle rádiószonda, amit az OMSZ is használ, pl. a nyomást méri.)

A sztatika alapegyenletét alkalmazzák (i) a rádiószondás adatok minőségbiztosítására, a

hőmérséklet-, nyomás- és magasságváltozás közötti „összhang” ellenőrzésére, vagy (ii) a 3D modellinitializációs eljárásokban a nyomás, hőmérséklet és nedvesség profilok felépítésénél, pl. a repülőgépes AMDAR adatok, WindProfiler-ek, vagy más mikrohullámú mérőrendszerek adatasszimilációjánál.

A sztatika alapegyenlete alapján két – a meteorológiában sokszor feltett – kérdésre tudunk válaszolni. *Az első kérdés így hangzik:* hogyan adhatjuk meg a hőmérsékleti (illetve a virtuális hőmérsékleti) profil ismeretében a z_1 szint p_1 nyomását, ha ismert a kiindulási szint magassága és nyomása (z_0, p_0).

A válaszadáshoz induljunk ki a sztatika alapegyenletéből!

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g,$$

amit tovább alakítva:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{p}{RT}g, \quad \frac{\partial \ln p}{\partial z} = -\frac{g}{RT},$$

ahol R a levegő (száraz v. nedves) specifikus gázállandója. Nedves levegő esetén a T hőmérséklettel és az R_m specifikus gázállandóval dolgozunk. Ha a nedves levegőről áttérünk az egyszerűbb leírásmódot jelentő – a nedves levegő nyomásával és sűrűségével megegyező – száraz levegőre, akkor a T_v virtuális hőmérsékletet és a száraz levegőre vonatkozó R_d specifikus gázállandót használjuk. A fenti egyenletet átrendezve, majd a z_0 és z_1 magassági szintek között integrálva:

$$\int_{p_0}^{p_1} d \ln p = -\frac{g}{R} \int_{z_0}^{z_1} \frac{1}{T} dz, \quad \ln p_1 - \ln p_0 = -\frac{g}{R} \int_{z_0}^{z_1} \frac{1}{T} dz$$

és

$$p_1 = p_0 \exp\left(-\frac{g}{R} \int_{z_0}^{z_1} \frac{1}{T} dz\right) \equiv p_0 \exp\left(-\frac{1}{R} \int_{z_0}^{z_1} d\Phi\right).$$

A másik kérdés az első fordítottja. Hogyan adhatjuk meg tetszőleges p_1 nyomási szint magasságát (z_1), ha ismerjük a hőmérséklet (illetve a virtuális hőmérséklet) vertikális profilját, továbbá a p_0 nyomási szint z_0 magasságát? (Adott az állomás tengerszint feletti magassága és az állomásszinti légnyomás.)

Induljunk ki a sztatika alapegyenletének integrált alakjából:

$$z_1 - z_0 = \int_{z_0}^{z_1} dz = -\frac{R}{g} \int_{p_0}^{p_1} T \frac{dp}{p} = -\frac{R}{g} \int_{p_0}^{p_1} T \cdot d \ln p.$$

Az integrálást általános esetben nem lehet analitikusan elvégezni. A problémát az jelenti, hogy az adott állapotváltozó (p, T vagy ρ) vertikális profilja függ a másik két állapotváltozó profiljától. Hasonló nehézséggel találkoztunk az individuális légréz termodynamikai

folyamatainak leírásakor. Ott a piezotrop, illetve a politrop közeg bevezetésével egyszerűsítettük az állapothatározók közötti kapcsolatokat, itt a politrop léggör bevezetésével.

A politrop léggör – a politrop termodinamikai folyamathoz hasonlóan – egy hatványkitevős összefüggésen alapul. Amíg azonban a politrop közegben ugyanannak a légréznek a különböző időpontbeli hőmérsékletét, sűrűségét illetve nyomását hasonlítottuk össze, addig most a léggör vertikális szerkezetét tanulmányozzuk.

A z_0 szinten az állapotjelzők értéke legyen $p_0, T_0, \rho_0, \alpha_0$; a z_1 magasságban (egy másik légrészben) pedig $p_1, T_1, \rho_1, \alpha_1$. Politrop léggörben két szint nyomása és specifikus térfogata között fennáll, hogy

$$p_1 \alpha_1^n = p_0 \alpha_0^n = \text{const} , \text{ illetve } p(z) \alpha^n(z) = \text{const} ,$$

ahol n a léggör politropitási együtthatója (v. a politropia foka). Ez az általános összefüggés tovább alakítható az állapotegyenlet felhasználásával:

$$p \left(\frac{RT}{p} \right)^n = \text{const} \Rightarrow p^{(1-n)} T^n = \text{const} , \text{ illetve } p T^{\frac{n}{1-n}} = \text{const} , (n \neq 1) .$$

$n = 1$ esetén a légrétegződés izoterm. A specifikus térfogat és a hőmérséklet közötti kapcsolat:

$$T \alpha^{n-1} = \text{const} .$$

Milyen összefüggés van a nyomásváltozás (dp) és a hőmérsékletváltozás (dT) között politrop léggörben?

A nem izoterm politrop léggörben teljesül, hogy

$$d \left(p T^{\frac{n}{1-n}} \right) = 0 , (n \neq 1)$$

vagyis

$$T^{\frac{n}{1-n}} \cdot dp + p \frac{n}{1-n} \cdot T^{\frac{n}{1-n}-1} dT = 0 , \quad dp = - \frac{p}{T} \frac{n}{1-n} dT , \quad d \ln p = - \frac{n}{1-n} d \ln T .$$

Következő lépésként belátjuk a politrop léggör egyik fontos tulajdonságát, a *vertikális hőmérsékleti gradiens állandóságát*. (Ez izoterm léggörben triviálisan teljesül.) A vertikális hőmérséklet- és nyomásváltozás közötti kapcsolatból kiindulva, a sztatika alapegyenlete és az univerzális gáztörvény felhasználásával kapjuk a hőmérséklet- és a magasságváltozás közötti összefüggést:

$$\frac{p}{T} \frac{n}{1-n} dT = \rho g dz , \quad \frac{p}{T} \frac{n}{1-n} dT = \frac{p}{T} \frac{g}{R} dz .$$

Az egyenlet rendezése után:

$$\frac{dT}{dz} = \frac{1-n}{n} \frac{g}{R} , \quad \gamma = - \frac{dT}{dz} = \frac{n-1}{n} \frac{g}{R} ,$$

tehát a hőmérsékleti gradiens (\mathcal{Y}) állandó. A hőmérsékleti gradiens ismeretében a politropia együtthatója is megadható.

$$\frac{n-1}{n} = \frac{\mathcal{Y}R}{g}, \quad \text{illetve} \quad n = \frac{g}{g - \mathcal{Y}R} = \frac{1}{1 - \frac{\mathcal{Y}R}{g}}.$$

V.3.1.1. A két alapfeladat megoldása politrop légrétegben

a.) Legyen ismert a $T(p)$ függvény, a \mathcal{Y} hőmérsékleti gradiens, az n politropia együttható, továbbá a felszín magassága, geopotenciálja és nyomása ($z_0, \Phi_0 = g \cdot z_0, p_0$)! Keressük a p_1 nyomási szint magasságát (z_1).

$$z_1 - z_0 = - \frac{R}{g} \int_{p_0}^{p_1} T \frac{dp}{p}.$$

Kihasználva, hogy politrop légrétegben ($n \neq 0$, a légréteg nem izobárikus) $T = T_0 \cdot p_0^{\frac{1-n}{n}} \cdot p^{-\frac{1-n}{n}}$ kapjuk, hogy

$$z_1 - z_0 = - \frac{R}{g} \cdot T_0 \cdot p_0^{\frac{1-n}{n}} \cdot \int_{p_0}^{p_1} p^{-\frac{1-n}{n}} \cdot \frac{dp}{p} = \frac{RT_0}{g} \cdot \int_{p_0}^{p_1} \frac{n}{1-n} \cdot d\left(\frac{p_0}{p}\right)^{\frac{1-n}{n}} = - \frac{RT_0}{g} \cdot \int_{p_0}^{p_1} \frac{n}{n-1} \cdot d\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{n-1}{n}},$$

ahol $n \neq 0$ (a légréteg nem izoterm). Az integrálás elvégzése után:

$$z_1 - z_0 = - \frac{RT_0}{g} \frac{n}{n-1} \left[\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right].$$

A hőmérsékleti gradiens ismeretében egyszerűen megadható a z_1 szint hőmérséklete.

$$T(z_1) = T_0 - \mathcal{Y}(z_1 - z_0) = T_0 \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{n-1}{n}}.$$

A p_1 szint specifikus térfogata pedig

$$\alpha(z_1) = \alpha_1 = \alpha_0 \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{-\frac{1}{n}}.$$

b.) Legyen ismert a $T(z)$ függvény, a \mathcal{Y} hőmérsékleti gradiens, az n politropia együttható, továbbá a felszín magassága, geopotenciálja és nyomása ($z_0, \Phi_0 = g \cdot z_0, p_0$)! Keressük a z_1 szint nyomását (p_1)!

Kihasználva a politrop légkör nyomás-hőmérséklet összefüggését, továbbá a hőmérsékleti gradiens állandóságát $\left(\gamma = \frac{n-1}{n} \frac{g}{R}\right)$:

$$p(z_1) = p_1 = p_0 \left[\frac{T_0 - \gamma(z_1 - z_0)}{T_0} \right]^{\frac{g}{R}} = p_0 \left[\frac{T_1}{T_0} \right]^{\frac{n}{n-1}},$$

illetve az n politropia együttható felhasználásával:

$$p(z_1) = p_1 = p_0 \left[1 - \frac{g}{RT_0} \frac{n-1}{n} (z_1 - z_0) \right]^{\frac{n}{n-1}},$$

A hőmérséklet, a specifikus térfogat és a sűrűség értéke a z_1 szintben:

$$T_1 = T(z_1) = T_0 - \gamma(z_1 - z_0) = T_0 \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{n-1}{n}},$$

$$\alpha_1 = \alpha_0 \left(\frac{T_0 - \gamma(z_1 - z_0)}{T_0} \right)^{\frac{R\gamma - g}{R\gamma}} = \alpha_0 \left(\frac{T_1}{T_0} \right)^{\frac{R\gamma - g}{R\gamma}},$$

$$\rho_1 = \rho_0 \left(\frac{T_0 - \gamma(z_1 - z_0)}{T_0} \right)^{-\frac{R\gamma - g}{R\gamma}} = \alpha_0 \left(\frac{T_1}{T_0} \right)^{\frac{R\gamma - g}{R\gamma}}.$$

V.3.2. A politrop légkör magassága

A politrop légkörben a hőmérsékleti gradiens állandó. A politrop légkör felső határán a nyomás és a sűrűség nullává válik, a specifikus térfogat pedig végtelenné. Ez akkor lehetséges, ha a hőmérséklet is nullává válik. (*Feltételezzük, hogy a légkör teljes vastagságában érvényben marad az állapotegyenlet.*) A (p_0, z_0, T_0) felszíni értékekkel, γ hőmérsékleti gradienssel és n politropitási együtthatóval jellemzett légkör vastagsága (H) végtelen, ha a hőmérsékleti gradiens nulla vagy negatív, azaz a légkör izoterm, illetve a hőmérséklet nő a magassággal.

$$\gamma \leq 0, \text{ továbbá } 0 < n = \frac{1}{1 - \frac{\gamma R}{g}} \leq 1.$$

A politrop légkör véges vastagságú, ha a hőmérséklet csökken a magassággal ($\gamma > 0$). A légkör felső határán a hőmérséklet 0 K, vagyis

$$T_0 = \gamma \cdot H, \quad H = \frac{T_0}{\gamma}, \quad \text{illetve} \quad H = \frac{RT_0}{g} \frac{n}{n-1}.$$

A légkör vastagsága csak a felszíni hőmérséklettől és a hőmérsékleti gradienstől függ, a nyomástól és a sűrűségtől nem. A politrop légkör magassága $H + z_0$, ahol z_0 a felszín magassága.

V.3.3. A legfontosabb politrop légkörök

A politrop légkörök közül négygel foglalkozunk részletesebben. Vizsgáljuk a homogén, az adiabatikus és az izoterm légkört, továbbá szólunk a standard légkörök felépítéséről, alkalmazási lehetőségeiről.

V.3.3.1. A homogén légkör

Az olyan légkört, ahol a sűrűség nem változik a magassággal, homogén légkörnek nevezzük. E légkörnek csak elméleti jelentősége van. A gyakorlatban nem használják. Egy fontos megjegyzést azonban meg kell tenni. A homogén légkör nem azonosítható a dinamikus meteorológiában és az elméleti fizikában gyakran alkalmazott összenyomhatatlan folyadék feltételezésével. Az állandó sűrűségű légkörben teljesül a termodinamikai állapotegyenlet, az összenyomhatatlan ideális folyadékban viszont erre nincs szükség. Az összenyomhatatlan folyadék egyes elemei különböző hőmérsékletűek lehetnek, az összenyomhatatlan légkörben viszont nem lehet akármekkora a vertikális hőmérsékleti gradiens. Az összenyomhatatlan légkörben adiabatikusan áthelyezkedő légréteg megváltoztatja a kezdeti hőmérséklet-eloszlást (változik az elmozduló légréteg sűrűsége is). A homogén légkör feltételesen barotrop.

Ha a meteorológiai tanulmányaink során összenyomhatatlan közeg feltételezésével élünk, akkor e feltételezés alkalmazásakor mint összenyomhatatlan ideális folyadékot tekintjük a légréteget, s nem foglalkozunk (nincs szükségünk) annak hőmérsékletére (pl. a kontinuitási egyenletben, vagy a nyomási gradiens erő számításakor). Nem használjuk az állapotegyenletet sem – folyadékról van szó.

Nézzük a $\rho = \rho_0$ sűrűségű homogén légkört! Itt a barotropitási együttható (a sűrűség $\rho(x, y, z)$ és a nyomás $p(x, y, z)$ térbeli változását összekötő derivált):

$$b = \frac{d\rho}{dp} = 0,$$

a politropitási együttható $n = \pm \infty$, a hőmérsékleti gradiens pedig:

$$\gamma_h = \frac{n-1}{n} \frac{g}{R} = \frac{g}{R} = 3,42 \text{ } ^\circ\text{C}/100 \text{ m} .$$

Ez a kritikus autokonvekciós hőmérsékleti gradiens. Ha a légkörben a vertikális hőmérséklet-csökkenés ennél nagyobb, akkor a sűrűség növekszik a magassággal. A $\left(\frac{\partial \rho}{\partial z} > 0\right)$ feltétel esetén a hidrosztatikai egyensúly semmiképpen sem maradhat fenn. A nehezebb levegőelemek alacsonyabb geopotenciál-felületekre, a könnyebb levegőelemek magasabb geopotenciál-felületekre történő áthelyeződése spontán módon bekövetkezik, ez az ún. autokonvekció. A homogén légkör az az elméleti határ, amelyben a hidrosztatikai egyensúly még fennmaradhat.

Megjegyezzük: ha a hidrosztatikus légkörben egy levegőrészt elmozdítunk egyensúlyi helyzetéből, akkor az száraz, illetve nedves adiabata mentén mozog, ami lényegesen kisebb

hőmérsékletváltozást jelent, mint a hasonló magasságváltozásra jutó hőmérsékletváltozás a homogén légkörben. Ez érthető, hiszen az adiabatikusan emelkedő légréteg sűrűsége csökken. *(A száraz és a nedves adiabatikusan emelkedő légréteg hőmérsékletváltozásával a IV. fejezetben foglalkoztunk.)*

A szabad légkörben nem találkozhatunk a homogén légkörre jellemző nagy hőmérsékleti gradienssel; a felszín közeli néhány m-es légrétegben, erős besugárzással jellemzett nappali órákban viszont igen. Nappal az alsó néhány m-es rétegben (felfele haladva) nem ritka a 2–4 °C hőmérsékletcsökkenés sem egy meleg nyári napon. Az erős besugárzás hatására a felszín közeléből folyamatosan indulnak a turbulens örvények. A helyettük leszálló hűvösebb levegő hamar felmelegszik, s újabb és újabb örvények alakulnak ki. A turbulens örvények hőszállításából (latens és szenzibilis hőáram) származó energiaveszteséget, továbbá a talajba jutó hőt a sugárzási folyamatok (erős besugárzás) pótolják a felszínközeli térben – fenntartva a homogén légkörnél is nagyobb hőmérsékleti gradienst. Ez a konvektív felszínközeli réteg sajátja.

A homogén légkörben a hőmérséklet, illetve a nyomás magasságszerinti változása:

$$T_1 = T_0 - \frac{g(z_1 - z_0)}{R}, \quad p_1 = p_0 \left(1 - \frac{g(z_1 - z_0)}{RT_0} \right).$$

A nyomás lineárisan csökken a magassággal. A homogén légkör véges vastagságú.

$$H_h = \frac{T_0}{\gamma_h} = \frac{RT_0}{g}.$$

Legyen a felszíni hőmérséklet 288 K (~15 °C), ekkor a száraz levegőből álló homogén légkör vastagsága: $H_h \sim 8425$ m.

A politrop légkör magasságára vonatkozó egyenletből következik az is, hogy ha a modell-légkör hőmérsékleti gradiense nagyobb, mint a homogén légköré ($\gamma > \gamma_h$), azaz a sűrűség nő a magassággal, akkor – adott felszíni hőmérséklet esetén – kisebb a légkör vastagsága ($H < H_h$), mint a homogén légkörre vonatkozó érték. Fordított esetben, ha a hőmérsékleti gradiens pozitív, de kisebb, mint a homogén légkörre jellemző érték ($\gamma < \gamma_h$), akkor a légkör vastagsága nagyobb lesz, mint a homogén légköré ($H > H_h$). Emlékeztetünk, hogy izoterm, illetve a magassággal növekvő hőmérsékleti rétegződés mellett modell-légkörünk végtelen vastagságú.

V.3.3.2. Az adiabatikus légkör

A politrop légkörök között kitüntetett szerepe van az adiabatikus légkörnek. Itt a különböző szintek hőmérséklete és nyomása között ugyanolyan alakú hatványkitevős kapcsolat van, mint a száraz adiabatikus folyamat során egy adott légrétegben a nyomás- és hőmérsékletváltozás között. Ez azt jelenti, hogy az adiabatikus légkörben elmozduló telítetlen légréteg hőmérséklete mindig megegyezik az adott szint hőmérsékletével. Az ilyen közeg autobarotrop, azaz a kezdeti barotrop közeget nem változtatja meg az individuális légrétegek mozgása, áthelyeződése.

Ha a politrop légkör hőmérsékleti gradiense a száraz adiabatikus és a homogén légkörre jellemző értékek között van, akkor az egyensúlyi helyzetéből felfele (csökkenő nyomás)

elmozdított légréteg hőmérséklete mindig nagyobb lesz, mint a környezet hőmérséklete, illetve egy lesüllyedő légréteg (növekvő nyomás) hőmérséklete mindig alacsonyabb lesz, mint a környezeté. (A légréteg száraz adiabatikusan mozog.) Ez azt jelenti, hogy a felfele elmozdított légréteg kisebb, a lefele elmozdított légréteg nagyobb sűrűségű lesz, mint a környezete. Vagyis az elmozduló légréteg feltétlenül instabilis.

Nézzük az adiabatikus légkör definíciós egyenletét! Jelölje a 0 index a kiindulási szint adatait, az 1 index pedig a vizsgált másik szintet. Ekkor:

$$p_0 \alpha_0^{c_p/c_v} = p_1 \alpha_1^{c_p/c_v}, \quad p_0 \rho_0^{-c_p/c_v} = p_1 \rho_1^{-c_p/c_v}, \quad p_0 T_0^{-c_p/R} = p_1 T_1^{-c_p/R}.$$

A barotropitási együttható:

$$b = \frac{d\rho}{dp} = \frac{c_v}{c_p} \frac{1}{p\alpha} = \frac{c_v}{c_p} \frac{1}{RT},$$

ami megegyezik a piezotropitási együtthatóval ($b = B$). Az n politropitási együttható (vagy más szavakkal a politropitás foka): $n = \frac{c_p}{c_v}$, a száraz adiabatikus hőmérsékleti gradiens pedig:

$$\mathcal{Y}_d = \frac{n-1}{n} \frac{g}{R} = \frac{R}{c_p} \mathcal{Y}_h = \frac{g}{c_p},$$

melynek az értéke:

$$\mathcal{Y}_d = \frac{g}{c_{pd}} = 0,976 \text{ } ^\circ\text{C}/100 \text{ m}.$$

Megjegyezzük, hogy ez a száraz adiabatikus gradiens egy véges vastagságú légkörre igaz.

Egyszerűen megadhatjuk az adiabatikus légkör nyomását, hőmérsékletét és sűrűségét is a kezdeti adatok ismeretében adott z_1 magasságban.

$$T_1 = T_0 - \frac{g}{c_p} (z_1 - z_0),$$

$$p_1 = p_0 \left(\frac{T_1}{T_0} \right)^{\frac{c_p}{R}} = p_0 \left(1 - \frac{g(z_1 - z_0)}{c_p T_0} \right)^{\frac{c_p}{R}},$$

$$\rho_1 = \rho_0 \left(\frac{T_1}{T_0} \right)^{\frac{c_v}{R}} = \rho_0 \left(1 - \frac{g(z_1 - z_0)}{c_p T_0} \right)^{\frac{c_v}{R}}.$$

Egyszerűen számítható az adiabatikus légkör vastagsága is. Ez természetesen csak a felszíni hőmérséklettől és a hőmérsékleti gradienstől függ.

$$H_d = \frac{T_0}{\mathcal{Y}_d} = \frac{c_p}{g} T_0.$$

288 K (~15 °C) felszíni hőmérséklet esetén, a száraz levegőből álló adiabatikus légkör vastagsága: $H_d \sim 29505$ m.

V.3.3.3. Az izoterm légkör

Számos bolygólégkörmodellben, illetve felsőlégköri fizikai vizsgálatban alkalmazzák az izotermikus légkör feltételezését az egyszerű nyomás-magasság eloszlás miatt (Boltzmann-eloszlás). E politrop légkör már végtelen magasságú. A reális légkörben a tropopauza és az alsó sztratoszféra közelíthető e feltételezéssel. Tekintsük a

$$T \equiv T_0, \quad p \equiv RT_0 \rho$$

izoterm légkört. Itt a barotropitási együttható:

$$b = \frac{d\rho}{dp} = \frac{1}{p\alpha} = \frac{1}{RT_0}.$$

Az n politropia együttható értéke $n = 1$, a hőmérsékleti gradiens pedig nulla ($\gamma_T = 0$).

Az izoterm légkör egyenleteit a politrop légkörre felírt összefüggések határátmenetként képezhetjük, vagy egyszerűen levezethetjük azokat a sztatika alapegyenletéből (ami izoterm légkörben leegyszerűsödik). Válasszuk az utóbbi utat! A sztatika alapegyenlete:

$$\frac{dp}{p} = -\frac{g}{RT_0} dz, \quad \text{illetve} \quad \ln \frac{p}{p_0} = -\frac{g}{RT_0} (z - z_0).$$

A nyomás magasság szerinti változására kapott összefüggés szerint a z_1 szinten:

$$p_1 = p_0 \exp\left(-\frac{g}{RT_0} (z_1 - z_0)\right).$$

Az állapotegyenlet alapján megadhatjuk a sűrűség értékét is, ami az előző összefüggéssel azonos alakú lesz, hiszen $\left(\frac{p}{\rho} = \text{const}\right)$

$$\rho_1 = \rho_0 \exp\left(-\frac{g}{RT_0} (z_1 - z_0)\right).$$

V.3.3.4. A légkör felező magassága

Gyakran használják dinamikus meteorológiai modellekben a légkör felező magasságát (z_f), ami alatt a légkör össztömegének fele található. A politrop légkör alapvető sajátossága,

hogy z_f nem függ a felszíni légnyomástól, csak a felszíni hőmérséklettől és a hőmérsékleti rétegződéstől, valamint a nehézségi gyorsulástól és természetesen a felszín magasságától (z_0). Tekintsük a

$$z_f - z_0 = z_1 - z_0 = - \frac{RT_0}{g} \frac{n}{n-1} \left[\left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] \quad (n \neq 1),$$

$$z_f - z_0 = z_1 - z_0 = \frac{RT_0}{g} \ln \frac{p_1}{p_0} \quad (n = 1)$$

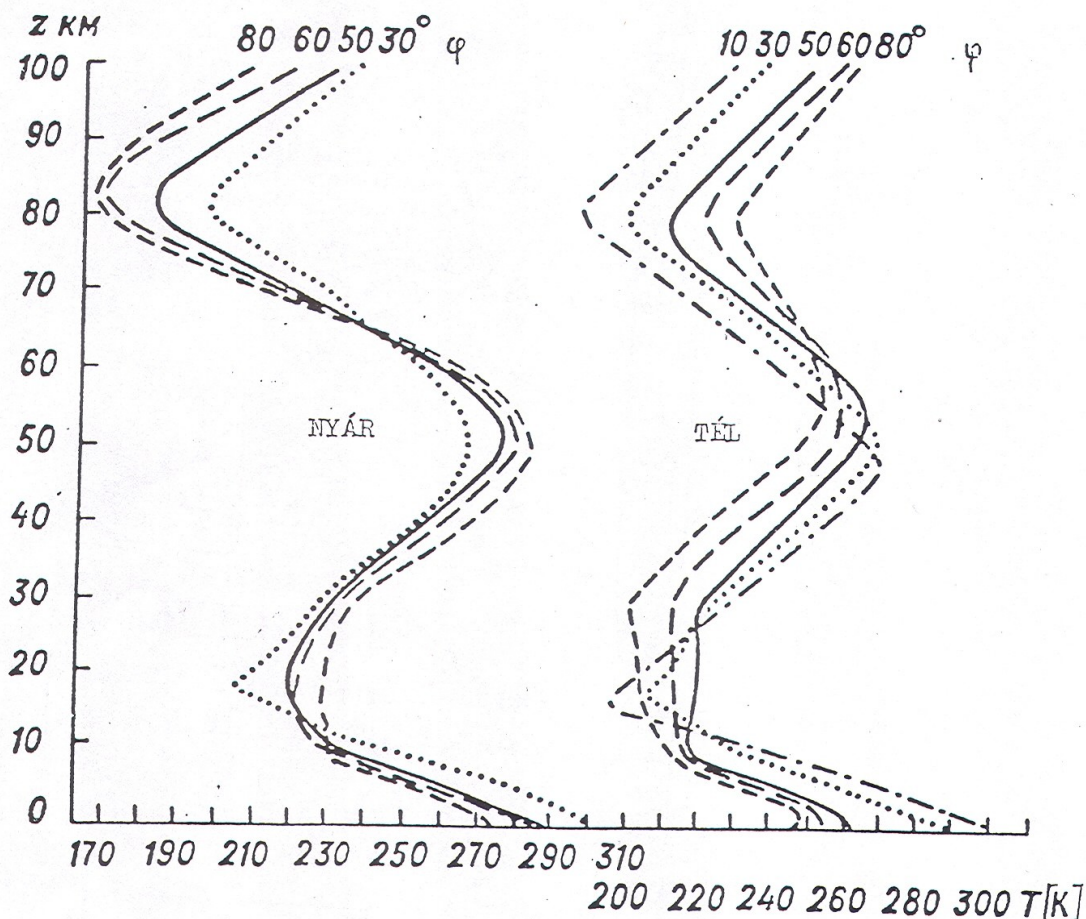
kiindulási egyenleteket! Azt a z_1 szintet keressük, ahol $p_1 = p(z_1) = p_0/2$, tehát

$$z_f - z_0 = - \frac{RT_0}{g} \frac{n}{n-1} \left[\left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] \quad (n \neq 1),$$

$$z_f - z_0 = \frac{RT_0}{g} \ln \frac{1}{2} \quad (n = 1).$$

V.3.4. A standard légkörök

A modell-légkörök a hidrosztatikus egyensúly állapotának egyszerű esetei. Az első ilyen légkört 1920-ban a francia *Toussaint Frenchman A.* konstruálta. A troposféra hőmérsékleti gradiensét már 0,65 °C/100 m-nek vette.

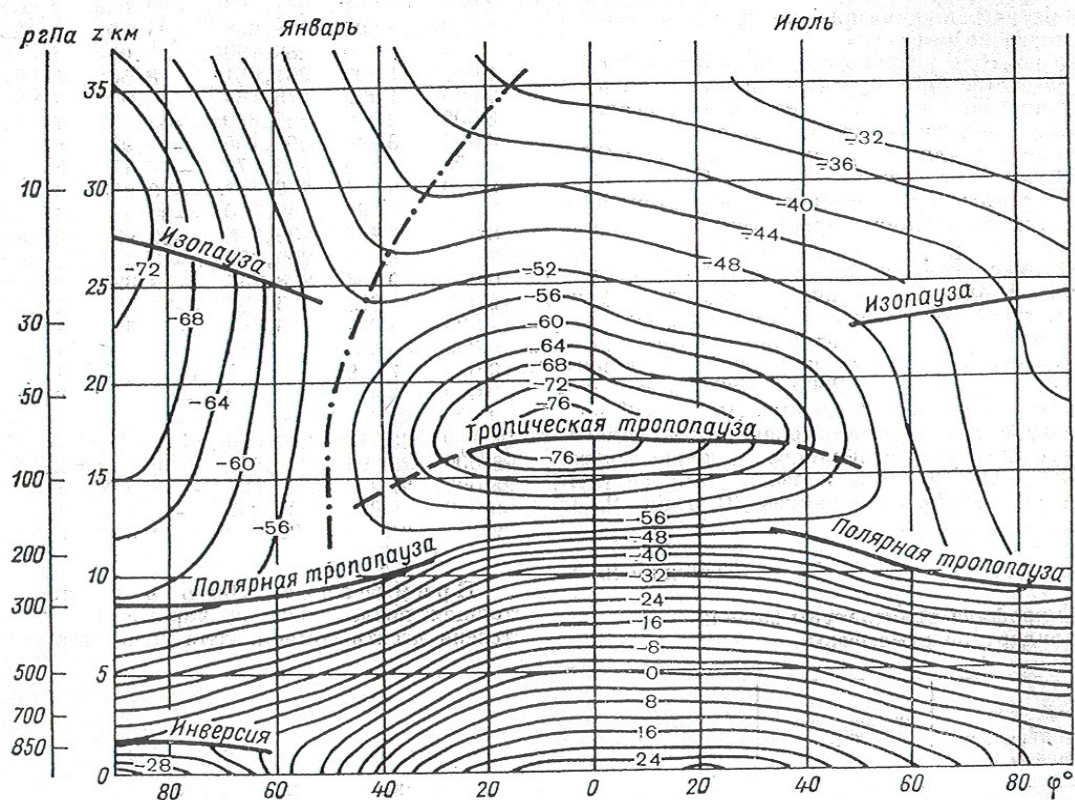


5. ábra. A reális légkör vertikális hőmérsékleti szerkezete az alsó 100 km-es rétegben az északi félgömb különböző szélességi körein télen és nyáron.

A modell-légkörökben a földrajzi szélesség és az évszak függvényében szakaszonként (adott nyomási értékek szerint) más és más, de állandó hőmérsékleti gradiens feltételezésével (politrop légkör közelítés) adják meg a nyomás és hőmérséklet magasság szerinti változását. Száraz levegő feltételezésével élnek. A reális légkör vertikális hőmérsékleti rétegződését, a troposzféra, sztratoszféra és a mezoszféra magasságának és hőmérsékletének évszakai változásait az 5. és a 6. ábra szemlélteti.

A különböző modell-légkörök közül elterjedten használják az ún. NACA (*National Advisory Committee for Aeronautics*, az USA Nemzeti Aeronautikai Bizottság) légkörét, amelynek főbb jellemzői:

- a légkör száraz levegőből áll,
- a tengerszinti légnyomás $p_0 = 1013,25 \text{ hPa}$, a hőmérséklet $15 \text{ }^\circ\text{C}$,
- a nehézségi gyorsulás nem változik a magassággal, értéke: $g_0 = 9,80655 \text{ m s}^{-2}$,
- a tropopauza tengerszint feletti magassága $z_{trop} = 10769 \text{ m}$, hőmérséklete $T_{trop} = -55 \text{ }^\circ\text{C}$, nyomása $p_{trop} = 234 \text{ hPa}$, hőmérsékleti gradiense $\gamma_{trop} = 0,65 \text{ }^\circ\text{C}/100 \text{ m}$,
- a tropopauza felett 32 km-es szintig a hőmérséklet nem változik a magassággal. Ez a sztratoszféra alsó része a modell-légkörben.



6. ábra. Az északi féltéke átlagos zonális hőmérsékleti rétegződése az alsó 35 km-es rétegben télen (január) és nyáron (július). Az izopauza a sztratoszféra alsó közel állandó hőmérsékletű részét választja el a felsőbb rétegektől, ahol a hőmérséklet nő a magassággal. A pontozott szaggatott vonalak a sztratoszféra lokális hőmérsékleti maximumát jelölik, ami az alacsony és a magas szélességek levegőtömegét választja el a téli évszakban.

A gyakran használt nemzetközi standard légkör (ISA – International Standard Atmosphere) adatait az 1. táblázat tartalmazza.

Layers in the ISA

Layer	Level Name	Base Geopotential Height h (in km)	Base Geometric Height z (in km)	Lapse Rate (in °C/km)	Base Temperature T (in °C)	Base Atmospheric Pressure p (in Pa)
0	Troposphere	0.0	0.0	-6.5	+15.0	101,325
1	Tropopause	11.000	11.019	+0.0	-56.5	22,632
2	Stratosphere	20.000	20.063	+1.0	-56.5	5,474.9
3	Stratosphere	32.000	32.162	+2.8	-44.5	868.02
4	Stratopause	47.000	47.350	+0.0	-2.5	110.91
5	Mesosphere	51.000	51.413	-2.8	-2.5	66.939
6	Mesosphere	71.000	71.802	-2.0	-58.5	3.9564
7	Mesopause	84.852	86.000	—	-86.2	0.3734

1. táblázat A főbb magassági szintek nyomása, hőmérséklete, hőmérsékleti gradiense az ISA normál légkör alapján (ISA – International Standard Atmosphere, Nemzetközi Standard Légkör).

Egy másik repülésmeteorológiában is elterjedten használt standard légkör az ICAO (*International Civil Aviation Organization, Nemzetközi Polgári Repülési Szervezet*) normál légköre. A tengerszinti légnyomás itt is 1013,25 hPa, s a troposzféra hőmérsékleti gradiense 0,65 °C / 100 m. A főizobárszintek magasságát és hőmérsékletét a 2. táblázatban szemléltetjük.

ICAO Standard Atmosphere

Height km & ft	Temperature °C	Pressure hPa	Lapse Rate °C/1000ft
0km MSL	15.0	1013.25	1.98 (Tropospheric)
11km 36,000ft	-56.5	226.00	0.00 (Stratospheric)
20km 65,000ft	-56.5	54.70	-1.00 (Stratospheric)
32km 105,000ft	-44.5	8.68	

2. táblázat. Az ICAO standard légkör.