

## XIII. Egyensúlyi áramlások és változásaik

|           |  |    |
|-----------|--|----|
| XIII.1.   | Az alacsony szélességek egyensúlyi áramlásai.....                  | 2  |
| XIII.1.1. | Euler-áramlás a szabad légkörben.....                              | 2  |
| XIII.1.2. | Antitriptikus áramlás a trópusi határrétegben.....                 | 2  |
| XIII.2.   | A mérsékelt és a magas szélességek egyensúlyi áramlásai.....       | 3  |
| XIII.2.1. | A geosztrofikus áramlás.....                                       | 3  |
| XIII.2.2. | A geosztrofikus áramlás változása.....                             | 7  |
| XIII.2.3. | A gradiens és a ciklosztrofikus áramlás.....                       | 13 |
| XIII.3.   | A termikus szél.....   | 21 |
| XIII.3.1. | Vertikális szélnyírást barotrop és baroklin légkörben.....         | 25 |
| XIII.3.2. | Termikus szél ciklonban és anticiklonban.....                      | 26 |
| XIII.3.3. | A termikus szél különböző vertikális koordináta-rendszerekben..... | 27 |
| XIII.4.   | A hőmérséklet lokális változása.....                               | 28 |
| XIII.4.1. | A hőmérséklet lokális megváltozásának nem-advektív része.....      | 29 |
| XIII.4.2. | A lokális hőmérsékletváltozás advektív része.....                  | 30 |
| XIII.4.3. | A nyomás lokális változása.....                                    | 34 |
| XIII.4.4. | Az izallobárikus szél.....   | 38 |
| XIII.5.   | Az ageosztrofikus szél.....  | 41 |
| XIII.5.1. | Az ageosztrofia és a vertikális sebességi mező.....                | 42 |

Egyensúlyi áramlásnak nevezzük azokat a mozgásokat, amikor a fellépő erők hatására viszonylag hosszabb időtartamú stacionárius áramlás jön létre. Az egyensúlyi áramlások egyenes vonalú egyenletes mozgások illetve körmozgások lehetnek. (Utóbbiak esetén az egyensúlyi elnevezést az indokolja, hogy jól leírhatók az áramláshoz rögzített forgó koordinátarendszerben az erők egyensúlya alapján.) Az egyensúlyi áramlások természetesen nagyon hosszú ideig nem állhatnak fenn, hiszen a légkör a Földre érkező napsugárzás egyenetlen eloszlása miatt folyamatos változásban van. Így ebben a fejezetben idealizált körülmények között beálló, a valódi légköri áramlásokat egyszerűsített modellekkel leíró áramlásokat vizsgálunk.

Az egyszerűsített modellekben mindig kitérünk az elhanyagolások nagyságrendjére és az elhanyagolt hatások szerepére az egyensúlyi áramlások megváltoztatásában.

A légkör nagy skálájú folyamatait vizsgáljuk és kihasználjuk, hogy a légkör sekélysege miatt a légkör vertikálisan hidrosztatikusnak tekinthető. Így érdembeli mozgás csak horizontális síkban zajlik. A folyamatokat kétdimenziósnek tekintjük, hiszen a horizontális méret két nagyságrenddel meghaladja a vertikális kiterjedést. Az egyszerűség kedvéért derékszögű Descartes-féle koordináta-rendszerben dolgozunk, a hidrodinamikai egyenletrendszerben elhanyagoljuk a metrikus gyorsulási tagokat.

A skálaanalízis segítségével eldönthetjük, hogy a légkör négy jellegzetes tartományában, alacsony valamint közepes és magas szélességeken vizsgáljuk a szabad légkörben és a planetáris határrétegben fellépő erőket. Az 1. táblázatban a domináns hatásokat foglaltuk össze.

|  |   |
|--|---|
| <b>alacsony szélességek</b>            | <b>közepes és magas szélességek</b>                     |
| <b>szabad légkör</b>                   | <b>szabad légkör</b>                                    |
| nyomási gradiens erő                   | nyomási gradiens erő<br>Coriolis-erő                    |
| <b>planetáris határréteg</b>           | <b>planetáris határréteg</b>                            |
| nyomási gradiens erő,<br>súrlódási erő | nyomási gradiens erő,<br>Coriolis-erő,<br>súrlódási erő |

1. táblázat. A légkör négy jellegzetes tartományában, alacsony valamint közepes és magas szélességeken, a szabad légkörben és a planetáris határrétegben fellépő erők.

### XIII.1. *Az alacsony szélességek egyensúlyi áramlásai*

#### XIII.1.1. *Euler-áramlás a szabad légkörben*

Az alacsony szélességeken a Coriolis-erő elhanyagolható, az áramlás pusztán a gradiens erő hatására jön létre. Így egyenesvonalú mozgás esetén egyensúlyi áramlás nem jöhet létre. A mozgásegyenlet:

$$\frac{d\mathbf{v}_h}{dt} = -\frac{1}{\rho} \mathbf{grad}_h p.$$

A mozgás alapvetően gyorsuló, amennyiben azonban a gradiens erő jó közelítéssel állandó, akkor megfelelő kezdeti feltételek mellett létrejöhet egyenletes körmozgás is.

#### XIII.1.2. *Antitriptikus áramlás a trópusi határrétegben*

A gradiens erő és a súrlódási erő egyensúlya esetén egyenes vonalú egyenletes mozgás jön létre. A mozgás neve a tripsis = súrlódás, görög szóból ered, az antitriptikus súrlódás ellenében létrejövő mozgást jelent. A mozgásegyenlet:

$$0 \sim \frac{d\mathbf{v}_h}{dt} = -\frac{1}{\rho} \mathbf{grad}_h p + \mathbf{F}_{sh},$$

ahol  $F_{sh}$  a horizontális súrlódási erő. Megjegyezzük, hogy a határrétegben a súrlódást a turbulens örvények alakítják. A mozgásegyenletek térbeli és időbeli átlagolásával kapjuk.

Ebben az esetben is létrejöhet egyenletes körmozgás, ha a gradiens erő érintő menti komponense a súrlódási erőt, normális komponense pedig a centrifugális erőt ellensúlyozza. (A mozgást a körmozgást végző részecskék koordináta-rendszerében szemléljük.)

## XIII.2. *A mérsékelt és a magas szélességek egyensúlyi áramlásai*

### XIII.2.1. *A geosztrofikus áramlás*

Az áramlás két erő, a nyomási gradiens erő és a Coriolis-erő egyensúlyaként jön létre:

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + f v_g,$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - f u_g.$$

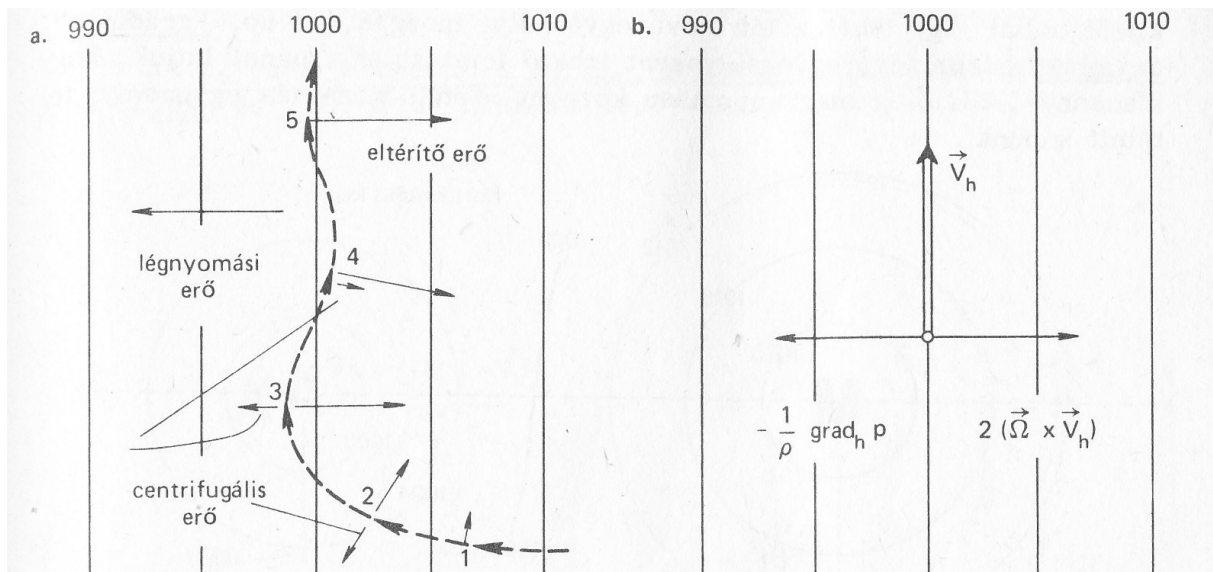
A Coriolis-erő, amint az ábra mutatja, az északi féltekén jobbra, a déli féltekén balra téríti el a mozgó részecskéket egészen addig, míg a mozgás párhuzamossá nem válik az izobárokkal. Ez adja a magyarázatát a közismert Buys–Ballot-féle széltörvénynek, mely szerint ha háttal állunk a szélnek, akkor az alacsony nyomás az északi féltekén tőlünk balra, a délin jobbra esik.

Ez az áramlás az elméleti meteorológia egyik legfontosabb, általános viszonyítási alapul szolgáló modelláramlása. A valóságban szinte soha nem tapasztalható, mert hosszabb ideig stacionáriusan akkor maradna fenn, ha párhuzamos és egyenletes sűrűségű izobárrendszer stabilizálná.

Maga az egyensúlyi áramlás tehát nem valósul meg, az egyensúlyi mozgásegyenletekből kifejezhető

$$u_g = -\frac{1}{f\rho} \frac{\partial p}{\partial y}, v_g = \frac{1}{f\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$$

geosztrofikus sebesség azonban az áramlási tér minden pontjában meghatározható, és viszonyítási sebességként használható, mert megmutatja, hogy az adott nyomásviszonyok mellett milyen egyensúlyi sebesség jöhetne létre.



1. ábra. A nyomási gradiens erő hatása a mozgásba lendülő légtest egyensúlyi pályára történő beállításában. Czelnai R., Götz G., Iványi Zs., 1983: Bevezetés a meteorológiába II. A mozgó légkör és óceán. 43. oldal

### XIII.2.1.1 A geostrofikus szél divergenciája

Induljunk ki a geostrofikus szélegyenlet általános alakjából, vagyis mind a sűrűség, mind a nyomási gradiens, mind a Coriolis-erő változhat, de tételezzük fel, hogy a tér minden pontján minden pillanatban fennáll, hogy a Coriolis- és a nyomási gradiens erő eredője zérus. Mivel csak horizontális irányú mozgással foglalkozunk, a divergenciát is két dimenzióban határozzuk meg.

$$\text{div } \mathbf{v}_g = \frac{\partial u_g}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left( -\frac{1}{\rho f} \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\rho f} \frac{\partial p}{\partial x} \right) = -u_g \frac{\partial \ln \rho}{\partial x} - v_g \frac{\partial \ln \rho}{\partial y} - \frac{v_g}{f} \beta,$$

ahol  $\beta = \frac{\mathcal{F}}{\partial y} \approx 10^{-11} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$  a Coriolis paraméter hosszúsági kör menti megváltozása.

A geostrofikus szél divergenciájának első két tagja a logaritmikus sűrűség horizontális advekcója:

$$-u_g \frac{\partial \ln \rho}{\partial x} - v_g \frac{\partial \ln \rho}{\partial y} \sim 10^{-7} \text{ s}^{-1}.$$

Megjegyezzük, hogy a logaritmikus sűrűség és a logaritmikus specifikus térfogat horizontális advekcója azonos nagyságrendű, hiszen  $\ln \rho = -\ln \alpha$ . A nagyságrendi analízis szerint a divergencia értékét a

$$-\frac{v_g}{f} \beta \sim 10^{-6} \text{ s}^{-1}$$

tag határozza meg. A geosztrofikus szél északias komponense ( $v_g > 0$ ) konvergenciát, délies komponense ( $v_g < 0$ ) divergenciát generál. A keleties, illetve a nyugatias szélösszetevőnek csak a logaritmikus sűrűségi advekción keresztül van hatása a divergenciamező szerkezetére.

Természetesen állandó geosztrofikus szél esetén – ortogonális Descartes-féle koordináta-rendszerről lévén szó – a geosztrofikus szél divergenciája zérus. Az egyenletek jobb oldalán levő tagok kompenzálják egymást.

### XIII.2.1.2 A geosztrofikus szél örvényessége

A geosztrofikus szél örvényességét, minthogy a szélnek nincsen vertikális összetevője, rotációjának függőleges komponense adja meg.

$$\xi = (\mathbf{rot} \mathbf{v}_g)_z = \frac{\partial v_g}{\partial x} - \frac{\partial u_g}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\rho f} \frac{\partial p}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( - \frac{1}{\rho f} \frac{\partial p}{\partial y} \right)$$

Tovább alakítva

$$\xi = \frac{1}{\rho f} \left( \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \right) - v_g \frac{\partial \ln \rho}{\partial x} + u_g \frac{\partial \ln \rho}{\partial y} + \frac{u_g}{f} \beta.$$

A nagyságrendi analízis szerint az örvényességhez a nyomás Laplace-operátorával arányos

$$\frac{1}{\rho f} \left( \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \right) \sim 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

tag adja a legnagyobb járulékot.

A következő két tag a ( $\mathbf{v}_g \times \nabla \ln \rho$ ) a geosztrofikus szél és a logaritmikus sűrűséggradiens vektoriális szorzata. Ez az örvényesség legkisebb adaléka, melynek nagyságrendje:

$$- v_g \frac{\partial \ln \rho}{\partial x} + u_g \frac{\partial \ln \rho}{\partial y} = \mathbf{v}_g \times \nabla \ln \rho \sim 10^{-7} \text{ s}^{-1}.$$

Az örvényességet alakító harmadik tag a horizontális szélkomponenst, a Coriolis-paramétert és a Coriolis paraméter szélességi körök szerinti megváltozását tartalmazza. Nagyságrendje:

$$\frac{u_g}{f} \beta \sim 10^{-6} (-10^{-5}) \text{ s}^{-1}.$$

A nyugatias geosztrofikus szélkomponens pozitív örvényességet, míg a keleties negatív örvényességet indukál. Az északias, illetve délies geosztrofikus szélösszetevő csak a logaritmikus sűrűség gradiensen keresztül hat az örvényességi mező szerkezetére.

### XIII.2.1.3 A geostrofikus szél alakja különböző vertikális koordináta-rendszerekben

A geostrofikus szélegyenlet a horizontális mozgásegyenlet egyszerűsített alakja. Így a geostrofikus szelet a Descartes-koordinátákról a szokásos vektortranszformációs összefüggések alapján adhatjuk meg.

Meghatározásához segít, ha először az  $(x, y, z, t)$  koordináta-rendszerről az általános magassági koordinátát tartalmazó  $(x, y, \zeta, t)$  koordináta-rendszerre való áttérés esetén mutatjuk be az eredményt. A két rendszer között bijektív leképezés van. A horizontális sebesség totális időderivált, tehát alakja nem változik az új rendszerben, ahogy a skalármennyiségek értéke sem. A deriváltak azonban más formát öltenek. Kihhasználva, hogy

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{y,z,t} = \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{y,\zeta,t} + \rho \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)_{y,\zeta,t},$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)_{x,z,t} = \left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)_{x,\zeta,t} + \rho \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)_{x,\zeta,t},$$

a geostrofikus szélegyenlet az  $(x, y, \zeta, t)$  rendszerben:

$$u_g = -\frac{1}{\rho f} \left[ \left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)_{x,\zeta,t} + \rho \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)_{x,\zeta,t} \right],$$

$$v_g = \frac{1}{\rho f} \left[ \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{y,\zeta,t} + \rho \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)_{y,\zeta,t} \right].$$

Megjegyezzük, hogy a geostrofikus szélesebesség-komponensek azonossága a két koordináta-rendszerben nem jelenti egyúttal deriváltjaik egyenlőségét is, hiszen az irány szerinti változások más-más felületen történnek.

A további, meteorológiai gyakorlatban fontos koordináta-rendszerekre való áttérés innen egyszerű helyettesítés kérdése.

A geostrofikus szél felszínkövető  $(x, y, z_s, t)$  koordináta-rendszerben:

$$u_g = -\frac{1}{\rho f} \left[ \left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)_{x,z_s,t} + \rho \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)_{x,z_s,t} \right], \quad v_g = \frac{1}{\rho f} \left[ \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{y,z_s,t} + \rho \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)_{y,z_s,t} \right].$$

A geostrofikus szél nyomási koordináta-rendszerben:

$$u_g = -\frac{1}{f} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)_{x,p,t}, \quad v_g = \frac{1}{f} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)_{y,p,t}.$$

A geostrofikus szél potenciális hőmérsékleti  $(x, y, \Theta, t)$  koordináta-rendszerben:

$$u_g = -\frac{1}{f} \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)_{x,\theta,t}, \quad v_g = \frac{1}{f} \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right)_{y,\theta,t},$$

ahol  $v = c_p T + \Phi$  a Montgomery-potenciál. A geosztrofikus szél a Philips-féle  $(x, y, \sigma, t)$  koordináta-rendszerben:

$$u_g = -\frac{1}{\rho f} \left[ \left( \frac{\partial p}{\partial y} \right)_{x,\sigma,t} + \rho \left( \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)_{x,\sigma,t} \right], \quad v_g = \frac{1}{\rho f} \left[ \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{y,\sigma,t} + \rho \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)_{y,\sigma,t} \right],$$

ami tovább alakítható, kihasználva, hogy  $\pi = \ln p$  és  $p = \rho p_0$  (ahol  $p_0$  a talajszinti légnyomás):

$$u_g = -\frac{RT}{f} \left[ \left( \frac{\partial \pi}{\partial y} \right)_{x,\sigma,t} + \frac{1}{RT} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)_{x,\sigma,t} \right], \quad v_g = \frac{RT}{f} \left[ \left( \frac{\partial \pi}{\partial x} \right)_{y,\sigma,t} + \frac{1}{RT} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)_{y,\sigma,t} \right].$$

#### XIII.2.1.4 A geosztrofikus szél természetes koordináta-rendszerben

A természetes koordináta-rendszerben az egyik koordináta a sebesség irányába esik, a másik a sebességre merőleges. Így az egyensúlyi mozgásegyenletből

$$V_g = \frac{1}{f \rho} \frac{\partial p}{\partial n}, \quad (x, y, \zeta, t)$$

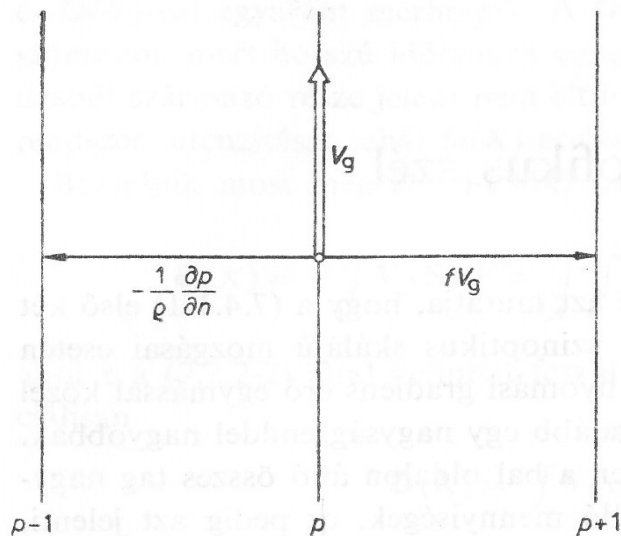
ahol  $\mathbf{n}$  most az alacsonyabb nyomási hely felől a magasabb felé mutat. A  $V_g$  geosztrofikus szél pozitív. (A természetes koordináta-rendszer megadásánál mindig figyelemmel kell lenni az  $\mathbf{n}$  és az  $\mathbf{S}$  egységvektorok irányára. Ennek kijelölése az adott feladattól függ.)

### XIII.2.2. A geosztrofikus áramlás változása

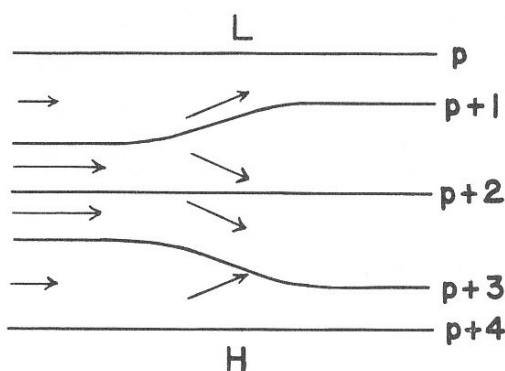
A geosztrofikus szélesség, mint már említettük, elméleti jelentőségű fogalom. Adott pontbeli állandóságához általában három fontos feltétel teljesülése szükséges, mely szerint a sűrűség, a Coriolis-paraméter és a nyomásgradiens állandó. Az utóbbi feltevés természetesen azt is jelenti, hogy az izobárok párhuzamosak.

Amennyiben a szél valóban geosztrofikus lenne, és az izobárok időben sem változnának, akkor a légkörben nem lenne sebességváltozás ( $\frac{du}{dt} = 0, \frac{dv}{dt} = 0$ ), továbbá ha nem lenne külső sugárzási és belső óceáni kényszer, akkor a légkör általános cirkulációja mintegy 1 hónap alatt leállna.

#### XIII.2.2.1 A geosztrofikus áramlás változása a nyomási gradienssel



2. ábra. A geosztrofikus szél természetes koordináta-rendszerben. Götz G. Rákóczi F. A dinamikus meteorológia alapjai, 1981. Tankönyvkiadó Budapest, 238. oldal.



3. ábra. A nyomási gradiens megváltozása miatt a szél átfúj az izobárok. Hess, S. L., 1959: Introduction to theoretical meteorology, 178. oldal.

Nyilvánvaló tehát, hogy a nyomási gradiens nem maradhat állandó, s ennek megfelelően a geosztrofikus szélegyensúly is felborul:

a.) Ha a nyomási gradiens erő hirtelen csökken, akkor a légréteg impulzusának megmaradása miatt (a sebességvektor még nem változik) a Coriolis-erő meghaladja, túlkompenzálja a nyomási gradiens erőt. Ekkor az úgynevezett *supergradiens* szél alakul ki, vagyis a szél átfúj az izobárok, mégpedig érdekes módon a magasabb nyomási hely irányába.

b.) Fordított a helyzet, ha a nyomási gradiens erő hirtelen megnő, vagyis az izobárok sűrűsödnek. Ekkor a nyomási gradiens erő egy ideig meghaladja a Coriolis-erőt, az áramlás az alacsonyabb nyomási hely felé térül el. Kialakul az ún. szubgradiens áramlás.

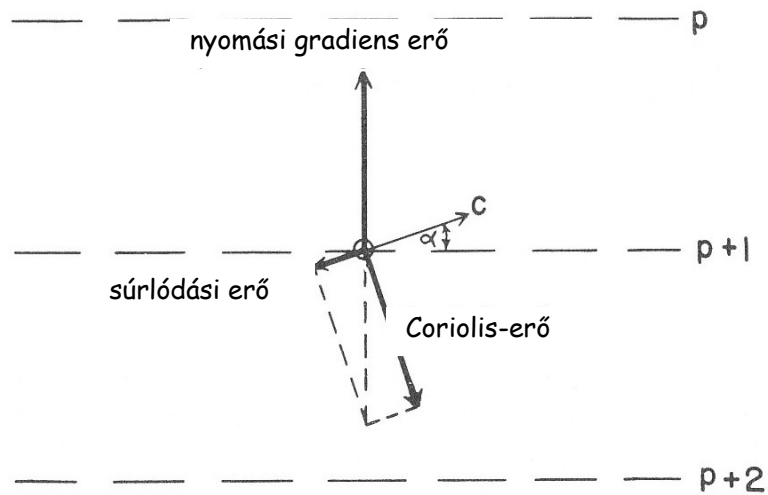
Mindkét esetben azt látjuk, hogy a rendszer szeretné visszaállítani az egyensúlyt.

### XIII.2.2.2 A súrlódás szerepe a geosztrofikus áramlás módosításában



A légköri súrlódás leírásakor első közelítésként feltételezhetjük, hogy a súrlódási erő nagysága arányos a sebesség nagyságával, iránya pedig ellentétes a sebességvektorral. Az elméletet a XIX. század utolsó negyedében fejlesztették ki.

Az áramlás mennyiségi leírásához feltételezzük továbbá, hogy a súrlódási rétegben a szélesség állandó. Ezt a közelítést egyszerűsége miatt ma is alkalmazzák a globális skálájú modellekben mint a felszíni súrlódás egyik parametrizációját.



4. ábra. A nyomási gradiens erő, a Coriolis-erő és a súrlódási erő egyensúlya. Hess, S. L., 1959: Introduction to theoretical meteorology, 179. oldal.

Gyorsulásmentes, stacionárius áramlást feltételezve a mozgásegyenletek a

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + fv - ku,$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - fu - kv$$

alakot öltik, ahol  $F_{sx} = -ku$  és  $F_{sy} = -kv$  a súrlódási erő komponensei.

A súrlódásos áramlás esetén a szélirány eltér a geostrofikus szél irányától, jelöljük a szélvektor és a geostrofikus szél által bezárt szöget  $\alpha$ -val.

A szélességek meghatározásához szorozzuk be az első egyenletet  $k$ -val, a másodikat  $f$ -fel, majd adjuk össze őket. A kapott összefüggésből  $u$  kifejezhető. Amennyiben az első egyenletet szorozzuk  $f$ -fel és a másodikat  $k$ -val, és az elsőből kivonjuk a másodikat, akkor  $v$  határozható meg:

$$u = -\frac{1}{k^2 + f^2} \left( +\frac{k}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{f}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \right),$$

$$v = -\frac{1}{k^2 + f^2} \left( -\frac{f}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{k}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \right).$$

A  $V_h$  horizontális szélesség értéke:

$$V_h = \sqrt{u^2 + v^2} = \frac{1}{\sqrt{k^2 + f^2}} \left[ \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}.$$

Vegyünk fel a horizontális síkban olyan koordináta-rendszert, amelynek  $x$  tengelye a szabad légkör izobárjaival párhuzamos! Ekkor a mozgásegyenletek a

$$0 = fv - ku,$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - fu - kv$$

alakra egyszerűsödnek.

Ebből egyszerűen megadható a szélesség és az izobárok hajlásszöge:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v}{u} = \frac{k}{f}.$$

Közepes földrajzi szélességeken óceánok felett  $\alpha$  értéke  $10^\circ$ - $15^\circ$  közötti, míg szárazföldek felett (a felszín nagyobb érdessége miatt is)  $30^\circ$ - $50^\circ$ . Így a súrlódási együttható ( $k$ )  $10^{-5}$ - $10^{-4} \text{ s}^{-1}$  nagyságrendű.

Megjegyezzük, hogy már Sandström kimutatta (Ekman előtt), hogy a szélirány és a súrlódási erő nem esik egybe. Ennek oka a súrlódást okozó turbulencia.

### XIII.2.2.3 Az áramlási sebesség csökkenése a súrlódással

Az előzőekben megállapítottuk a súrlódás mellett beálló egyensúlyi szélesség irányát és nagyságát. Kövessük most egy részecske mozgását, és vizsgáljuk meg, hogy nem egyensúlyi esetben hogyan csökkenti a súrlódás a sebességet. Mivel most a sebesség nagyságának változása érdekel bennünket, részecske sebessége helyett érdemes a kinetikus energia változását követni.

Induljunk ki ismét a horizontális mozgásegyenletekből:

$$\frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + fv - ku,$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - fu - kv,$$

ahol horizontális áramlási mezőt feltételezve ( $w = 0$ ) miatt  $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y}$ .

Az egységnyi tömegű légrézsz kinetikus energiájának változását megkapjuk, ha az első egyenletet  $u$ -val, a másodikat pedig  $v$ -vel beszorozzuk, majd az egyenleteket összeadjuk:

$$\frac{1}{2} \frac{dV_h^2}{dt} = -\frac{1}{\rho} \left( u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y} \right) - 2k \left( \frac{1}{2} V_h^2 \right).$$

A nyomási advekción a geosztrofikus szelet meghatározó  $u_g = -\frac{1}{f\rho} \frac{\partial p}{\partial y}$ ,  $v_g = \frac{1}{f\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$  formulákkal a

$$-\frac{1}{\rho} \left( u \frac{\partial \hat{p}}{\partial x} + v \frac{\partial \hat{p}}{\partial y} \right) = -f(uv_g - vu_g)$$

alakra hozható.

A horizontális sebesség időbeli változása Defant nyomán egyszerű közelítéssel könnyen meghatározható. Defant szerint a nyomási advekción elhanyagolható, s ekkor a

$$\frac{1}{2} \frac{dV_h^2}{dt} = -2k \left( \frac{1}{2} V_h^2 \right)$$

egyenletből

$$V_h^2 = V_{0h}^2 \exp(-2kt)$$

illetve

$$V_h = V_{0h} \exp(-kt),$$

adódik, ahol a kiindulási  $t = t_0$  időpontban a horizontális szélesebesség  $V_{0h}$ . A sebesség 5-50 óra alatt csökken az eredeti érték 10 %-ára. Szárazföldek felett (a nagyobb érdesség miatt) a sebesség csökkenése gyorsabb, mint tengerek felett. Ez akkor jó közelítés, ha  $f(uv_g - vu_g)$  nagyságrendje  $10^{-3} \text{ ms}^{-2}$  alatti, vagyis  $(uv_g - vu_g)$  nagyságrendje nem haladja meg a  $10 \text{ m}^2\text{s}^2$  értéket.

Megjegyezzük, hogy a nyomásadvekción tag az állapotegyenlet felhasználásával felírható a hőmérsékleti advekción tag és a sűrűségi advekción tag összegeként is, ha kihasználjuk, hogy

$$\frac{\partial \hat{p}}{\partial x} = RT \frac{\partial \rho}{\partial x} + R\rho \frac{\partial T}{\partial x},$$

$$\frac{\partial \hat{p}}{\partial y} = RT \frac{\partial \rho}{\partial y} + R\rho \frac{\partial T}{\partial y}.$$

Amennyiben az advektív tag nem hanyagolható el, de sem a nyomási gradiens nagysága, sem az izobárok és az áramlási sebesség  $\alpha$  szöge időben nem változik, akkor az ábra alapján

$$u = V_h \cos \alpha, \quad v = V_h \sin \alpha.$$

A kinetikus energia változását leíró egyenlet pedig:

$$\frac{1}{2} \frac{dV_h^2}{dt} = -\frac{1}{\rho} V_h \left( \cos \alpha \frac{\partial \hat{p}}{\partial x} + \sin \alpha \frac{\partial \hat{p}}{\partial y} \right) - 2k \left( \frac{1}{2} V_h^2 \right).$$

Ez az egyenlet az

$$A = \frac{1}{\rho} \left( \cos \alpha \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial x} + \sin \alpha \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial y} \right) = \text{const}$$

jelölés bevezetésével a

$$\frac{1}{2} \frac{dV_h^2}{dt} = -V_h A - 2k \left( \frac{1}{2} V_h^2 \right)$$

szétválasztható változójú differenciálegyenletté alakítható. Ebből átrendezéssel azt kapjuk, hogy

$$V_h \left( \frac{dV_h}{dt} + A + kV_h \right) = 0,$$

majd tovább alakítva:

$$dt = - \frac{dV_h}{A + kV_h}.$$

A megoldás pedig:

$$V_h = \left( V_{0h} + \frac{A}{k} \right) \exp(-kt) - \frac{A}{k}.$$

Természetesen  $A = 0$  esetén Defant előbbi megoldását kapjuk. A  $t \rightarrow \infty$  esetben pedig a stacionárius megoldást kapjuk vissza. Ha  $V_h > 0$ , akkor  $A < 0$ , illetve ha  $V_h < 0$ , akkor  $A > 0$ . Itt  $A$  az áramlási mező aszimmetriájának mérőszáma. Ha az áramlási mezőben csökken az aszimmetria abszolút értéke, akkor az egyensúlyi sebesség is csökken.

#### XIII.2.2.4 Az örvényesség változása súrlódásos áramlásban

A súrlódásos áramlás esetén a sebesség csökkenésével az örvényesség is változik. Vizsgáljuk meg az örvényesség időbeli változását is.

Az örvényesség időbeli változására ismét a

$$\frac{du}{dt} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial x} + f_v - ku,$$

$$\frac{dv}{dt} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial y} - fu - kv$$

horizontális mozgásegyenletekből kiindulva írhatunk fel egyenletet. Az áramlásról az eddigiekhez hasonlóan tételezzük fel, hogy kétdimenziós, azaz a vertikális sebesség zérus, továbbá tekintjük a közeget barotropnak, tehát tételezzük fel, hogy nincs vertikális szélnyírás

és nincs szolenoidális tag sem. (A szolenoidális tag eltűnése azt jelenti, hogy a nyomás és a specifikus térfogat izovonalai egymással párhuzamosak.)

Ekkor a sebességmező rotációjának csak a  $\zeta = \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)$  vertikális komponense

különbözik zérustól. Ez tehát a mező örvényessége.

Tegyük fel a továbbá, hogy (i) a Coriolis-paraméter állandó, azaz nem változik a szélességi körök szerint ( $\beta = 0$ ), (ii) a sűrűlási együttható állandó ( $k = \text{const}$ ).

E feltételezések mellett az első egyenletet  $y$  szerint, a másodikat  $x$  szerint deriválva, és a másodikból kivonva az elsőt, azt kapjuk, hogy

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) + u \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) + v \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -k \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right).$$

Felhasználva  $\zeta$  definícióját és elhanyagolva a horizontális sebességi mező  $\left( \text{div } \mathbf{v}_h = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \right)$  divergenciáját, az örvényesség teljes időbeli változására

$$\frac{d\zeta}{dt} = -k\zeta.$$

adódik.

A differenciálegyenlet megoldása

$$\zeta = \zeta_0 \exp(-kt),$$

ahol  $\zeta_0$  az örvényesség értéke a kezdeti  $t = t_0$  időpontban. A földforgás eltérítő ereje és a sűrűlási hatása alatt mozgó levegőben – divergenciamentes áramlás feltételezésével – a kezdeti örvényesség a talajon való sűrűlási következtében időben exponenciálisan csökken.

### XIII.2.3. *A gradiens és a ciklosztrofikus áramlás*

A következőkben a mérsékeltövi ciklonok és anticiklonok mozgását modellező gradiens áramlással foglalkozunk. Kör alakú izobárokat feltételezünk, és eltekintünk a Coriolis-erő szélességi körök szerinti változásától. Az így kialakuló egyenletes körmozgást két erő, a nyomási gradiens erő és a Coriolis-erő alakítja. Ezek eredője a centripetális erő, ami a rendszer középpontja felé mutat. A szél ilyenkor az izobárok mentén fúj.

#### XIII.2.3.1 A gradiens áramlás leírása az áramlás forgó koordináta-rendszerében

A gradiens áramlás legegyszerűbben az áramláshoz rögzített forgó koordináta-rendszerben írható le. A forgó koordináta-rendszer mellett érdemes még síkbeli polárkoordinátákat is használni, azaz adott pontban a radiális és a rá merőleges, az óramutató

járásával ellentétes irányba eső érintő irányokban felvenni a koordináta-tengelyeket. Ebben a rendszerben a Földhöz képest ciklonális vagy anticiklonális mozgásban résztvevő légréteg nyugalomban van. A rá ható erők eredője zérus. A nyomási gradiens erő és a Coriolis-erő mellett azonban figyelembe kell venni a koordináta-rendszer forgása miatt bevezetett centrifugális erőt is. (Ez semmiképpen sem tévesztendő össze a Földhöz rögzített koordináta-rendszerben fellépő és a gravitációs erőbe beolvasztott centrifugális erővel.)

Mivel stacionárius mozgásról van szó, az érintő irányú mozgásegyenlet komponens semmitmondó, minden erő radiális irányba esik. A centrifugális erő mindig pozitív, a másik két erő azonban a sebesség, a Coriolis-paraméter és a nyomásgradiens irányától függően pozitív és negatív is lehet.

Az egyensúlyi egyenlet általános alakja:

$$\frac{v^2}{r} + fv - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = 0.$$

Amennyiben a mozgás stacionárius, tehát a gradiens erő állandó, akkor a forgás sebességére  $v$  helyett a szokásos  $c$  jelölést alkalmazva azt kapjuk, hogy

$$c^2 + frc - \frac{r}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} = 0,$$

azaz másodfokú egyenlet adódik, amelynek megoldása:

$$c = -\frac{fr}{2} \pm \sqrt{\frac{(fr)^2}{4} + \frac{r}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n}}.$$

A diszkusszió során megfontolásainkat az északi féltekére, azaz az  $f \geq 0$  esetre korlátozzuk.

Foglalkozzunk először az egyenlítői mozgás esetével. Ekkor  $f \rightarrow 0$  és  $c = \pm \sqrt{\frac{r}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}}$ .

A kifejezésnek csak pozitív nyomásgradiens esetén  $\left(\frac{\partial p}{\partial r} > 0\right)$  van értelme, a körkörös izobárok által álló áramlási rendszerben tehát a nyomás kifelé nő, a forgás azonban ciklonális és anticiklonális is lehet. Ezt az áramlást szokás ciklosztrofikusnak is nevezni.

Ha a négyzetgyök pozitív előjelű, azaz

$$c = -\frac{fr}{2} + \sqrt{\frac{f^2 r^2}{4} + \frac{r}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}},$$

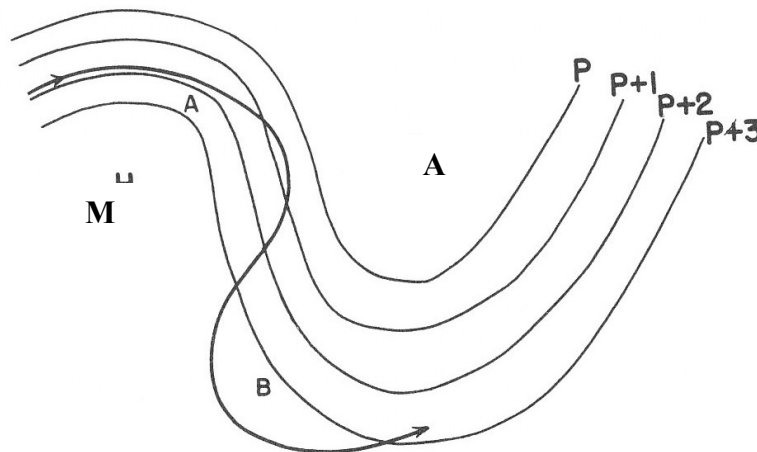
akkor a „szokásos” ciklonális vagy anticiklonális megoldást kapjuk;  $\frac{\partial p}{\partial r} \rightarrow 0$  esetén  $c \rightarrow 0$ .

Amennyiben a nyomásgradiens pozitív  $\left(\frac{\partial p}{\partial r} > 0\right)$ , a gradiens erő a kör középpontja felé mutat, akkor  $c > 0$ , azaz ciklonális forgás alakul ki. Ezt úgy is fogalmazhatjuk, visszatérve a Földhöz rögzített koordináta-rendszerbe, hogy a gradiens szél iránya pozitív. Negatív nyomásgradiens  $\left(\frac{\partial p}{\partial r} < 0\right)$  esetén a gradiens erő kifelé mutat, és ekkor a szélsősebesség negatív,

vagyis anticiklonális áramlás alakul ki. A anticiklonhoz negatív gradiens szél ( $c < 0$ ) tartozik. A felírásból következik az is, hogy ciklonban  $\left(\frac{\partial p}{\partial r} > 0\right)$  tetszőleges szélességeken kialakulhatnak, hiszen a másodfokú egyenlet determinánsa mindig pozitív. Anticiklonban  $\left(\frac{\partial p}{\partial r} < 0\right)$  miatt a nyomási gradiens abszolút értékére teljesülnie kell az

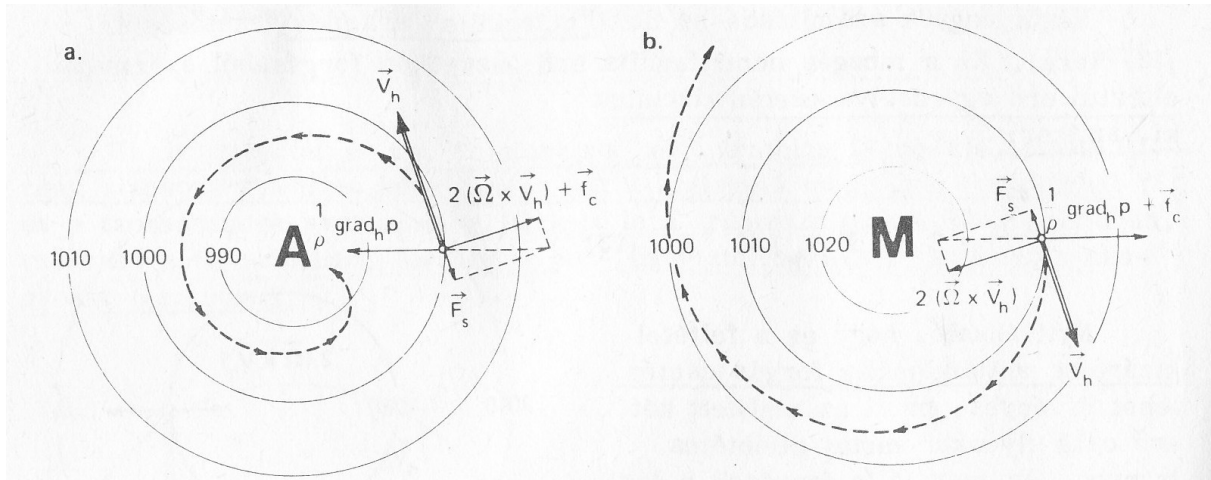
$$\left|\frac{\partial p}{\partial r}\right| \leq \frac{\rho f^2 r}{4}$$

egyenlőtlenségnek, vagyis nem léphetnek fel tetszőlegesen nagy szelek. Ha a nyomási gradiens abszolút értéke meghaladja a kritikus értéket, akkor a szél átfúj az izobárokra, és leépíti az extrém magasnyomású képződményt. E jelenséget Bjerknes J. nyomán mutatjuk be az 5. ábrán. Tekintsünk az egyensúlyi állapotnál (adott nyomási gradiens mellett) nagyobb görbülettel rendelkező gerincet (anticiklont). Kövessük egy légrézset útját! A légrézset nem haladhat párhuzamosan az izobárokkal, mozgása olyan, hogy csökkenteni próbálja az anticiklonális görbületet, miközben növekszik a sebessége. A szél átfúj az izobárokra. Lesz tehát a magasabb nyomású hely felől az alacsonyabb nyomású hely felé mutató szélkomponens.



5. ábra. Egy légrézset pályája erősen mélyülő teknő mentén, ahol az egyensúlyi állapot nem maradhat fenn. Hess, S.L., 1959: Introduction to theoretical meteorology, Holt, Rinehart and Winston, New York, 185. oldal.

A nagyobb szélesség a nagyobb Coriolis-erőn keresztül most már növeli az anticiklonális görbületet, ami „oszcilláló mozgás” kialakulásához vezet. E mozgás eredményeként az anticiklonális területtől délre a magassági hullám peremén gyakran anticiklonális, míg az anticiklontól délkeletre gyakran ciklonális görbület épül fel. Ez különösen jól megfigyelhető télen, a polárfront fejlett magassági hullámában.



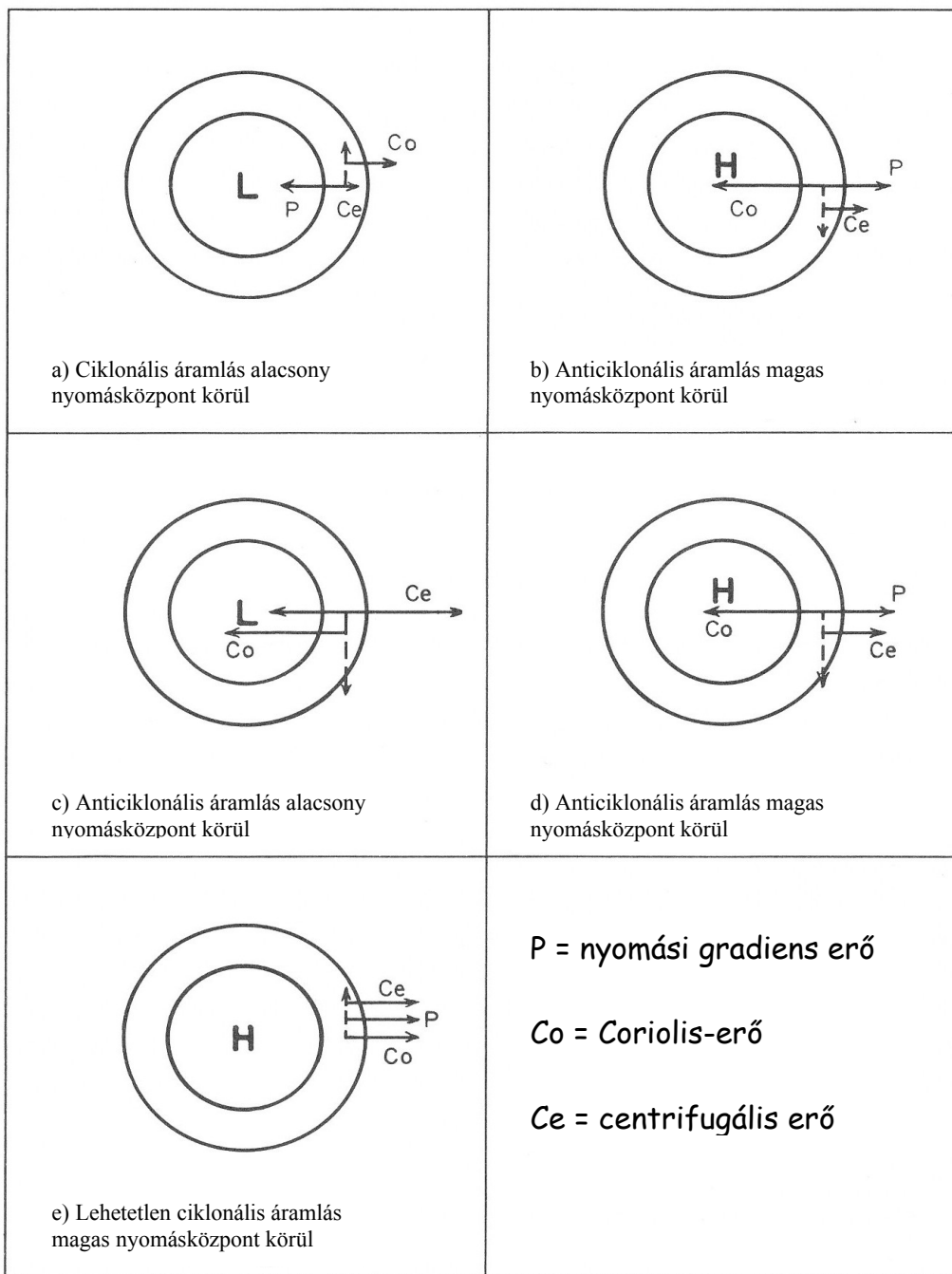
6. ábra. Gradiens áramlás módosulása az északi féltekén a súrlódási erő hatására, spirális trajektóriák a) ciklonban, b) anticiklonban. Czelnai R., Götz G., Iványi Zs.: Bevezetés a meteorológiába II. Tankönyvkiadó, Budapest.

Vizsgáljuk meg azt az esetet is, ha a sebességre kapott eredményben a négyzetgyök negatív előjelű:

$$c = -\frac{fr}{2} - \sqrt{\frac{f^2 r^2}{4} + \frac{r}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}}$$

Ez mind alacsony, mind magas nyomású képződmény körül anticiklonális áramlást jelent. A sebesség akkor sem lesz nulla, ha a nyomási gradiens nullához tart, hiszen  $\frac{\partial p}{\partial r} \rightarrow 0$  esetén  $c \rightarrow -fr$ . Ez az úgynevezett *inerciális áramlás*, ami az óceánokban kialakuló és több hónapig megmaradó örvényekre jellemző (pl. a Golf-áram leszakadó örvényei), ahol a viszonylag nagy sebesség miatt a Coriolis-erő lényegesen meghaladja a nyomási gradiens erőt. Ilyen különleges anticiklonális áramlásra a légkörben is találunk példát, de ez korántsem általános jelenség.





7. ábra. Az egyensúly áramlás különféle esetei. Hess, S.L., 1959: Introduction to theoretical meteorology. Holt, Rinehart and Winston, New York, 182. oldal.

Végezetül a gradiens áramlás mellett kialakuló sűrűdásos áramlást mutatjuk be a Guldberg–Mohn-egyenletben alkalmazott sűrűdási hipotézis alapján. A szélvektor most is szöget zár be a görbült izobárokkal úgy, hogy az alacsonyabb nyomású hely felé mutató összetevővel rendelkezik.

### XIII.2.3.2 Az áramlás leírása Descartes koordinátarendszerben

Bár az előző pontban adott leírás lehetővé tette a gradiens áramlás teljesen általános leírását, érdemes a jelenség tárgyalását a szokásos Descartes-féle koordináta-rendszerben is elvégezni.

Descartes-féle koordináta-rendszerben az  $x$  és az  $y$  irányú mozgásegyenlet egyszerűsített alakja, stacionárius áramlást feltételezve:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + f_v ,$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - f_u .$$

A gradiens szél leírásához – ideális körmozgást feltételezve – célszerű a természetes koordináta-rendszer  $(r, \alpha)$  használata (ez a mi esetünkben kétdimenziós polárkoordináta-rendszer). A Descartes-féle és a természetes koordináta-rendszer közötti kapcsolat:

$$x = r \cos \alpha , \quad y = r \sin \alpha ,$$

$$r = (x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}} , \quad \alpha = \arctg \frac{y}{x} .$$

A két rendszer sebességkomponensei között pedig fennáll, hogy

$$u = v_r \cos \alpha - v_\alpha \sin \alpha ,$$

$$v = v_r \sin \alpha + v_\alpha \cos \alpha ,$$

ahol  $v_r$  és  $v_\alpha$  a természetes rendszer sugár-, illetve érintőirányú sebesség-összetevője. (Ha az érintő irányú mozgás az óramutató járásával ellentétes (ciklonális), akkor  $v_\alpha$  pozitív, ha az óramutató járásával megegyezik, akkor  $v_\alpha$  negatív.) A szélesebbesség-komponensek közötti inverz kapcsolat:

$$v_r = u \cos \alpha + v \sin \alpha ,$$

$$v_\alpha = - u \sin \alpha + v \cos \alpha .$$

A mozgásegyenletek természetes koordináta-rendszerbeli felírásának következő állomása a parciális deriváltak átírása.

8. ábra. 1. ábra. A természetes koordináta-rendszer felépítése a gradiens szél meghatározásához.

Tekintsük az  $F(x, y) = F[r(x, y), (x, y)]$  deriválható függvényt. Ekkor a közvetett függvény deriválási szabályait alkalmazva:

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{\partial F}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial x} = \cos \alpha \frac{\partial F}{\partial r} - \frac{\sin \alpha}{r} \frac{\partial F}{\partial \alpha},$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \frac{\partial F}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial y} + \frac{\partial F}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial y} = \sin \alpha \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{\cos \alpha}{r} \frac{\partial F}{\partial \alpha}.$$

A deriváltak felírásakor kihasználjuk, hogy  $\frac{d \arctg x}{d x} = \frac{1}{1+x^2}$ .

A fentiek alapján  $F(x, y)$  horizontális advekcója:

$$- \left( u \frac{\partial F}{\partial x} + v \frac{\partial F}{\partial y} \right) = - \left( v_r \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{v_a}{r} \frac{\partial F}{\partial \alpha} \right).$$

Az átalakítások során felhasználjuk, hogy

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\partial p}{\partial x} \cos \alpha + \frac{\partial p}{\partial y} \sin \alpha$$

és

$$\frac{\partial p}{r \partial \alpha} = - \frac{\partial p}{\partial x} \sin \alpha + \frac{\partial p}{\partial y} \cos \alpha,$$

illetve

$$f v_r = f(u \cos \alpha + v \sin \alpha), \quad f v_a = f(-u \sin \alpha + v \cos \alpha).$$

A természetes koordináta rendszerben a nyomási gradiens erő:  $\begin{pmatrix} -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \\ -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \alpha} \end{pmatrix}$  alakú. A

mozgásegyenletek felírásához a horizontális sebességi advekción keresztül vezet az út.

$$\begin{aligned} & - \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) \sin \alpha + \left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) \cos \alpha = - \left( v_r \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v_a}{r} \frac{\partial u}{\partial \alpha} \right) \sin \alpha + \left( v_r \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v_a}{r} \frac{\partial v}{\partial \alpha} \right) \cos \alpha = \\ & = - \left( v_r \frac{\partial u \sin \alpha}{\partial r} + \frac{v_a}{r} \frac{\partial u \sin \alpha}{\partial \alpha} \right) + \left( v_r \frac{\partial v \cos \alpha}{\partial r} + \frac{v_a}{r} \frac{\partial v \cos \alpha}{\partial \alpha} \right) + \frac{v_a}{r} (u \cos \alpha + v \sin \alpha) = \\ & = \left( v_r \frac{\partial (-u \sin \alpha + v \cos \alpha)}{\partial r} + \frac{v_a}{r} \frac{\partial (-u \sin \alpha + v \cos \alpha)}{\partial \alpha} \right) + \frac{v_a}{r} (u \cos \alpha + v \sin \alpha) = \\ & = \left( v_r \frac{\partial v_a}{\partial r} + \frac{v_a}{r} \frac{\partial v_a}{\partial \alpha} \right) + \frac{v_a}{r} v_r, \end{aligned}$$

illetve

$$\begin{aligned}
& \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) \cos \alpha + \left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) \sin \alpha = \left( v_r \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v_\alpha}{r} \frac{\partial u}{\partial \alpha} \right) \cos \alpha + \left( v_r \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v_\alpha}{r} \frac{\partial v}{\partial \alpha} \right) \sin \alpha = \\
& = \left( v_r \frac{\partial u \cos \alpha + v_\alpha \frac{\partial u \cos \alpha}{\partial \alpha}}{\partial r} \right) + \left( v_r \frac{\partial v \sin \alpha + v_\alpha \frac{\partial v \sin \alpha}{\partial \alpha}}{\partial r} \right) - \frac{v_\alpha}{r} (-u \sin \alpha + v \cos \alpha) = \\
& = \left( v_r \frac{\partial (u \cos \alpha + v \sin \alpha)}{\partial r} + \frac{v_\alpha}{r} \frac{\partial (u \cos \alpha + v \sin \alpha)}{\partial \alpha} \right) - \frac{v_\alpha}{r} (-u \sin \alpha + v \cos \alpha) = \\
& = \left( v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\alpha}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \alpha} \right) - \frac{v_\alpha}{r} v_\alpha.
\end{aligned}$$

A Descartes-rendszerbeli  $x$  irányú mozgásegyenletet  $-\sin \alpha$ -val az  $y$  irányút  $\cos \alpha$ -val, illetve az  $x$  irányú mozgásegyenletet  $\cos \alpha$ -val, az  $y$  irányút  $\sin \alpha$ -val megszorozva, majd a két-két egyenletet összeadva és rendezve, s kihasználva a két koordináta-rendszer közötti összefüggéseket megkapjuk a polárkoordináta-rendszerbeli mozgásegyenleteket:

$$\begin{aligned}
v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\alpha}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \alpha} - \frac{v_\alpha^2}{r} &= f v_\alpha - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial r}, \\
v_r \frac{\partial v_\alpha}{\partial r} + \frac{v_\alpha}{r} \frac{\partial v_\alpha}{\partial \alpha} + \frac{v_r v_\alpha}{r} &= -f v_r - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \mathcal{P}}{r \partial \alpha}.
\end{aligned}$$

Megjegyezzük, hogy ugyanerre az eredményre jutunk, ha a szférikus koordináta-rendszerbeli mozgásegyenleteket a kétdimenziós esetre specializáljuk.

Elemezzük a kapott egyenletet! Koncentrikus izobárok, szimmetrikus sebességeloszlás, illetve állandó érintő irányú sebesség esetén

$$\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial \alpha} = 0, \quad \frac{\partial v_r}{\partial \alpha} = 0, \quad \frac{\partial v_\alpha}{\partial \alpha} = 0,$$

így a radiális egyenletnek csak akkor van szimmetrikus megoldása, ha  $v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} = 0$  ( $v_r = \text{const}$

, vagy  $v_r = 0$ ) illetve  $v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{2} v_r^2 = \text{const}$ . Ez utóbbi feltétel elméleti jellegű, itt nem

foglalkozunk vele. Bevezetve a  $v_\alpha = c$  jelölést, a radiális mozgásegyenlet a

$$0 = \frac{c^2}{r} + f c - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial r}$$

alakot ölti, a tangenciális pedig azonosan zérussá válik. Amennyiben  $v_r = \text{const}$ , a tangenciális egyenlet nem semmitmondó, hanem az

$$f + \frac{\partial c}{\partial r} + \frac{c}{r} = 0 \quad \left( \zeta = \frac{\partial c}{\partial r} + \frac{c}{r} \right)$$

alakra egyszerűsödik, ami azt jelenti, hogy az abszolút örvényesség ( $\zeta + f$ ) egyenlő nullával.

A radiális egyenletből a sebességre adódó egyenletben a  $v_r = 0$  feltételezéssel élünk. Ekkor a másodfokú egyenlet megoldása:

$$c = -\frac{fr}{2} \pm \sqrt{\frac{f^2 r^2}{4} + \frac{r}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}},$$

ami megegyezik az előző pontban más megfontolásokkal felírt egyenlettel.

### XIII.2.3.3 A geostrofikus és a gradiens szél összehasonlítása

Legyen a geostrofikus szél polárkoordináta-rendszerbeli alakja:

$$c_g = \frac{1}{\rho f} \frac{\partial p}{\partial r},$$

a gradiens szélé pedig

$$c = -\frac{fr}{2} + \sqrt{\frac{f^2 r^2}{4} + f r c_g}.$$

Innen:

$$c_g = c + \frac{c^2}{f r},$$

vagyis ciklonális rendszerben ( $c > 0$ ) a gradiens szél mindig kisebb, mint az ugyanolyan nyomási gradiens esetén fellépő geostrofikus szél; anticiklonális áramlási rendszerben a helyzet fordított. A gradiens és a geostrofikus áramlás közötti különbség általában nem nagy, így az AT térképek analizálásánál nem követünk el nagy hibát, ha első közelítésben mindenütt a geostrofikus szélösszefüggés szerint számítjuk ki a szélesebességet.

## XIII.3. A termikus szél

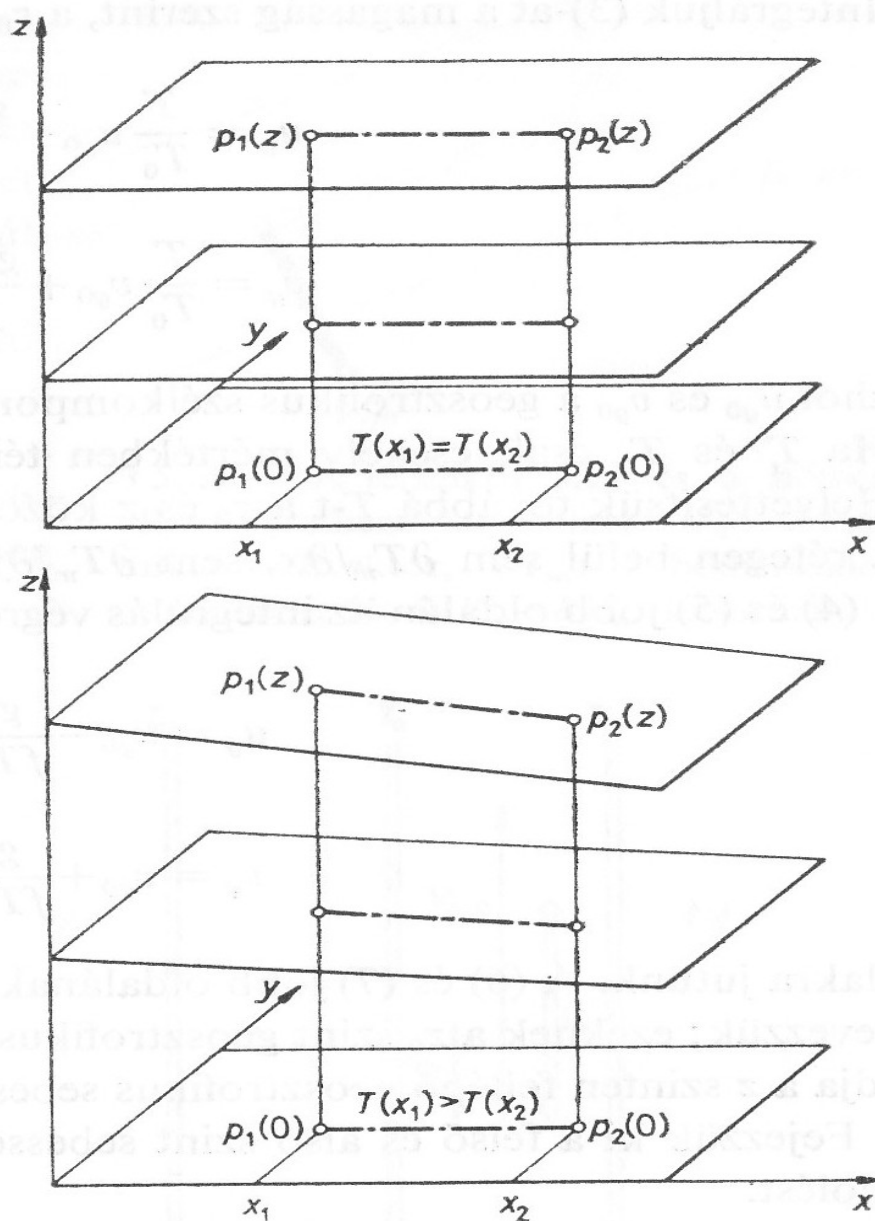
A geostrofikus szél nagysága és iránya a nyomási gradiens függvénye. Ha a nyomási gradiens nagysága vagy iránya változik a magassággal, akkor ez maga után vonja a geostrofikus szél változását. A horizontális nyomási gradiens magasság szerinti változása a horizontális hőmérsékletkülönbség, pontosabban a baroklinitás következménye.

Adott légréteg felső ( $z_2$ ) és alsó ( $z_1$ ) határán lévő geostrofikus szél különbsége az adott rétegre jellemző termikus szél:

$$\mathbf{v}_T(z_1, z_2) = \mathbf{v}_g(z_2) - \mathbf{v}_g(z_1).$$

A termikus szél a baroklin légkörben kialakuló szélnyírás jellemzésére szolgál, elnevezése megtévesztő, mert a **termikus szél „nem fúj”**. A  $z_2 - z_1$  réteg minden szintjében teljesül a geosztrofikus szélegyenlet, az áramlás horizontális.

A horizontális hőmérsékletkülönbség hatására kialakuló vertikális nyomáskülönbséget a 8.4. ábra szemlélteti.



9. ábra. A nyomási gradiens megváltozása a magassággal. Götz G., Rákóczi F., 1981: A dinamikus meteorológia alapjai. Tankönyvkiadó, Budapest, 247. oldal.

Legyen a  $z_1$  szinten a légnyomás állandó, továbbá az  $x_1$  pontban legyen nagyobb a hőmérséklet, mint az  $x_2$  pontban [ $T(x_1, z_1) > T(x_2, z_1)$ ]. Feltételezzük továbbá az egyszerűség kedvéért, hogy mindenütt ugyanakkora a hőmérsékleti gradiens ( $\gamma = const$ ). Természetesen a  $z_1 < z < z_2$  rétegben teljesül, hogy [ $T(x_1, z) > T(x_2, z)$ ]. Ez azt jelenti, hogy a hidegebb

levegőben ( $x_2$  felett) gyorsabban csökken a sűrűség – s így a nyomás is – a magassággal, mint a melegebb terület felett, tehát  $z > z_1$  szinten nyomáskülönbség lép fel az  $x_1$  és az  $x_2$  pont között [ $p(x_1, z) > p(x_2, z)$ ], vagyis a hőmérsékleti gradiens irányával megegyező nyomási gradiens jön létre.

Ha a  $z_1$  szintben már volt nyomási gradiens, akkor ehhez a nyomási gradienshez adódik hozzá a felette levő rétegekben fellépő horizontális hőmérsékletkülönbségből származó nyomási gradiens. Látjuk tehát, hogy a horizontális hőmérsékleti gradiens megváltoztathatja a magassággal a horizontális nyomási gradiens irányát és nagyságát, vagyis a geosztrofikus szelet. Ez függőleges szélnyírást jelent.

Az  $(x, y, z, t)$  koordináta-rendszerbeli termikus szél meghatározásához a geosztrofikus szélegyenletből és a hidrosztatika alapegyenletéből indulunk ki.

$$u_g = -\frac{1}{\rho f} \frac{\partial p}{\partial y}, \quad v_g = +\frac{1}{\rho f} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad 0 = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}.$$

A sűrűséget kifejezve az univerzális gázegyenletből  $\left(\rho = \frac{p}{RT}\right)$  és kihasználva a logaritmus függvény deriválási szabályát azt kapjuk, hogy

$$\frac{fu_g}{T} = -R \frac{\partial \ln p}{\partial y}, \quad \frac{fv_g}{T} = +R \frac{\partial \ln p}{\partial x}, \quad \frac{g}{T} = -R \frac{\partial \ln p}{\partial z}.$$

A termikus szélegyenlet levezetésének következő lépéseként deriváljuk az első két egyenletet  $z$  szerint, a harmadikat pedig  $x$ , illetve  $y$  szerint! A nyomás vegyes másodrendű deriváltjait kiküszöbölve kapjuk, hogy:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{fv_g}{T} \right) = -\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{g}{T} \right), \quad \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{fu_g}{T} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{g}{T} \right).$$

Az egyenletek bal oldalán levő hányadosfüggvény deriválása és az egyenletek rendezése után a geosztrofikus szél magasság szerinti változására a

$$\frac{\partial u_g}{\partial z} = -\frac{g}{fT} \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{u_g}{T} \frac{\partial T}{\partial z},$$

$$\frac{\partial v_g}{\partial z} = \frac{g}{fT} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{v_g}{T} \frac{\partial T}{\partial z}$$

összefüggéseket kapjuk.

A termikus szél magasság szerinti változása tehát függ a horizontális és a vertikális hőmérsékleti gradienstől. E két tag közül – a nagyságrendi analízis szerint – a vertikális hőmérsékletváltozástól való függés elhanyagolható a horizontális hőmérsékleti gradienssel szemben. A horizontális és a vertikális hőmérsékleti gradiens nagyságrendje:

$$\frac{\Delta T}{\Delta x} \sim \frac{\Delta T}{\Delta y} \sim 10^{-5} \text{ Km}^{-1}, \quad \frac{\Delta T}{\Delta z} \sim (0,6 - 1,0) 10^{-2} \text{ Km}^{-1}.$$

Így a termikus szél magasság szerinti változásában a jobb oldalon álló első tag

$$\frac{g}{fT} \frac{\partial T}{\partial x} \approx - \frac{g}{fT} \frac{\partial T}{\partial y} \approx 4 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1},$$

a második pedig

$$\frac{v_g}{T} \frac{\partial T}{\partial z} \approx \frac{u_g}{T} \frac{\partial T}{\partial z} \approx 4 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

nagyságrendű, ahol a  $T$  hőmérsékletet  $\sim 2,5 \cdot 10^2$  K-nek vettük. Megjegyezzük, hogy az átlagos vertikális hőmérsékleti gradienst, így a vertikális hőmérsékleti gradienst tartalmazó tagot túlbecsültük  $\left( \frac{\Delta T}{\Delta z} \sim 0,65 \cdot 10^{-2} \text{ Km}^{-1} \right)$ .

Gyakorlati feladatokban a vertikális szélnyírást a horizontális hőmérsékleti gradiens segítségével fejezzük ki, illetve viszont. A termikus szélegyenlet tehát a geosztrofikus szélnyírást és a horizontális hőmérsékleti gradiens kölcsönös adaptálódását mutatja. Az egyenlet tehát diagnosztikai jellegű. Felhasználva, hogy  $u \approx u_g$  és  $v \approx v_g$ , azt kapjuk hogy

$$\frac{\partial u}{\partial z} \approx - \frac{g}{fT} \frac{\partial T}{\partial y}, \quad \frac{\partial v}{\partial z} \approx \frac{g}{fT} \frac{\partial T}{\partial x}.$$

Ezekből az egyenletekből következtethetünk a szélnyírást és a hőmérsékleti advekciónak közti kapcsolatra. Ha az északi féltekén a szélsébség nő a magassággal, akkor déli szél esetén ( $v > 0$ ) a hőmérséklet keleti irányban emelkedik, északi szél esetén ( $v < 0$ ) pedig csökken. A nyugati szelek övében ( $u > 0$ ) a hőmérséklet a pólus felé csökken  $\left( \frac{\partial T}{\partial y} < 0 \right)$ ; keleties szelek esetén pedig növekszik.

A vertikális szélnyírást iránya (a termikus szélvektor) merőleges a hőmérsékleti gradiensre, azaz párhuzamos az izotermákkal, mégpedig oly módon, hogy az alacsonyabb hőmérséklet a termikus szélvektor irányától balra esik. (Vesd össze a Buys–Ballot-féle széltörvénnyel!)

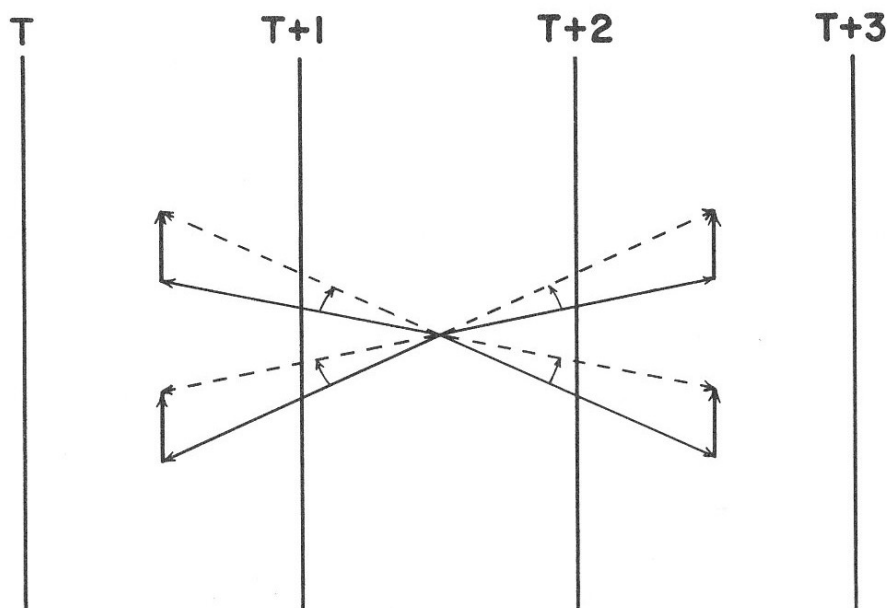
A  $\Delta z = z_2 - z_1$  rétegben a szélkomponensek megváltozása

$$\Delta u \approx - \frac{g}{f\bar{T}} \frac{\Delta \bar{T}}{\Delta y} \Delta z,$$

$$\Delta v \approx \frac{g}{f\bar{T}} \frac{\Delta \bar{T}}{\Delta x} \Delta z,$$

ahol  $\bar{T}$  a  $\Delta z$  vastagságú légréteg átlaghőmérséklete. A szélfordulást a 12.8. ábra szemlélteti.





10. ábra. A horizontális hőmérsékleti advekció hatása a szélfordulásra. Hess, S.L., 1959: Introduction to theoretical meteorology, Holt, Rinehart and Winston, New York, 192. oldal.

Anticiklonális (az óramutató járásával megegyező) szélfordulást tapasztalunk, ha a réteg alján a szél a meleg területek felől fúj a hideg területek felé, míg ciklonális (az óramutató forgásával ellentétes) szélfordulást kapunk, ha a szél a hidegebb területről fúj a melegebb területek felé.

Így kimondhatjuk a következő szabályt: ha a szél a magassággal jobbra fordul, akkor meleg advekciót, ha balra fordul, akkor hideg advekciót tapasztalunk a szabad légkörben. E szabály segít minket pl. a pilotballonos felszállások értékelésében, illetve lehetőséget ad arra, hogy a különböző szintű felhők vonulási irányának a megfigyeléséből következtetéseket vonjunk le a magassági hőmérsékleti advekcióra.

A határrétegben a hőmérsékleti advekció hiányában a szél (a szélvektor) a magassággal jobbra fordul. E jelenség magyarázata a sűrűlási erő. Ezt erősíti vagy gyengíti a hőmérsékleti advekció. A határrétegben megfigyelt szélfordulást tehát két hatás, a sűrűlási és a hőmérsékleti advekció együttesen alakítja.

### XIII.3.1.

### *Vertikális szélnyírást barotrop és baroklin légkörben*

Könnyen belátható, hogy barotrop légkörben nincs szélnyírás, azaz nincsen termikus szél. Ez egyszerűen következik abból, hogy barotrop légkörben a sűrűség csak egy állapotjelző függvénye:

$$\rho = \rho(p), \text{ illetve } T = T(p).$$

Így:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT}{dp} \frac{\partial p}{\partial x} = +\rho f v_g \frac{dT}{dp},$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{dT}{dp} \frac{\partial p}{\partial y} = -\rho f u_g \frac{dT}{dp},$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = \frac{dT}{dp} \frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \frac{dT}{dp}.$$

Beírva ezeket az összefüggéseket a szélnyírásra kapott  $\left( \frac{\partial u_g}{\partial z} = -\frac{g}{fT} \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{u_g}{T} \frac{\partial T}{\partial z} \right)$ ,

$\left( \frac{\partial v_g}{\partial z} = \frac{g}{fT} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{v_g}{T} \frac{\partial T}{\partial z} \right)$  összefüggésekbe, adódik, hogy

$$\frac{\partial u_g}{\partial z} = -\frac{g}{fT} \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{u_g}{T} \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\rho g u_g}{T} \frac{dT}{dp} - \frac{\rho g u_g}{T} \frac{dT}{dp} = 0,$$

$$\frac{\partial v_g}{\partial z} = \frac{g}{fT} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{v_g}{T} \frac{\partial T}{\partial z} = \rho f v_g \frac{g}{fT} \frac{dT}{dp} - \frac{v_g}{T} \rho g \frac{dT}{dp} = 0.$$

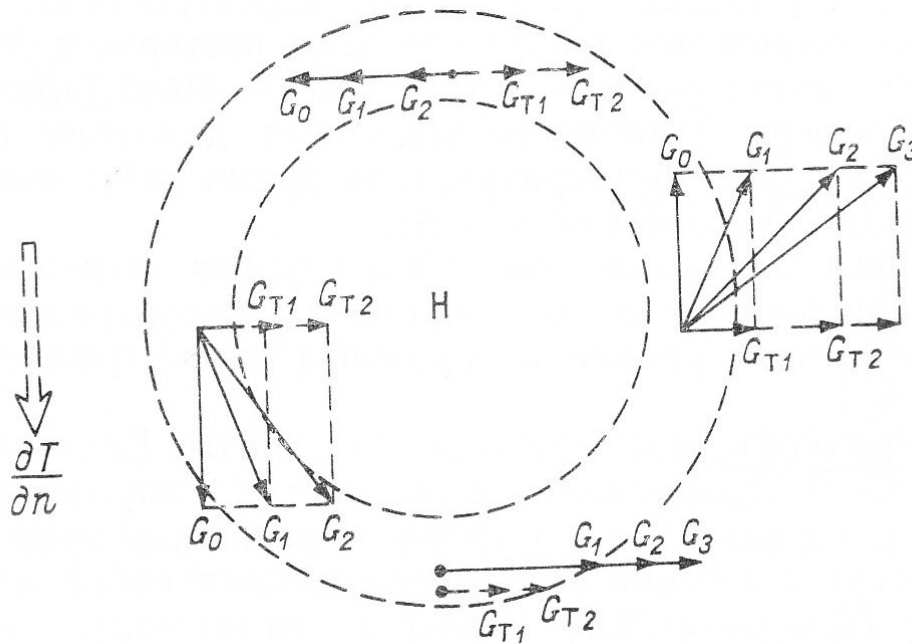
Amennyiben a barotrop légkörben van geostrofikus szél, akkor horizontális nyomási gradiens is fellép. Ez egyszersmind horizontális hőmérsékleti gradienst is jelent. Barotrop légkörben a horizontális és a vertikális hőmérsékleti gradiens szélnyírásra gyakorolt hatása egymással ellentétes, és kiegyenlíti egymást. Nincs vertikális szélnyírás. Horizontális szélnyírás természetesen barotrop légkörben is felléphet. A korábban bemutatott nagyságrendi analízisünk a horizontális és a vertikális hőmérsékleti gradiensre természetesen nem hibás, arra utal, hogy légkörünk alapvetően baroklin.

Már most hangsúlyozzuk, hogy a barotrop légkörben kialakuló instabilitásokért alapvetően a horizontális szélnyírás, míg a baroklin légkör nagyskálájú folyamataiért alapvetően a vertikális szélnyíráshoz kapcsolódó baroklin instabilitás a felelős.

### XIII.3.2.

### *Termikus szél ciklonban és anticiklonban*

A termikus szél szerkezetét ciklonban és anticiklonban a hőmérsékleti gradiens iránya határozza meg. Az ábrán a termikus szél magasság szerinti változását mutatjuk be ciklonális helyzetben. A horizontális hőmérsékleti gradiens – klimatológiai ismereteinknek megfelelően – dél felé mutat. Állandó horizontális hőmérsékleti gradienst feltételezve a magasság növekedésével ( $z_0 < z_1 < z_2 < z_3$ ) nő a termikus szél. A ciklon előoldalán a magas nyomású, míg hátoldalán a központi alacsony nyomású területek felé mutat.



11. ábra. A termikus szél változása a magassággal ciklonban. Lajthman D.L., 1976: Dinamikus meteorológia, 240. oldal .

### XIII.3.3.

### A termikus szél különböző vertikális koordináta-rendszerekben

Elsőként a termikus szélegyenlet általános  $\frac{\partial u_g}{\partial z} = -\frac{g}{fT} \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{u_g}{T} \frac{\partial T}{\partial z}$ ,

$\frac{\partial v_g}{\partial z} = \frac{g}{fT} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{v_g}{T} \frac{\partial T}{\partial z}$  alakját írjuk át az  $(x, y, z, t)$  koordináta-rendszerből az  $(x_1, y_1, \zeta, t_1)$  rendszerbe. A szokásos feltételezésekkel élünk. A két derékszögű koordináta-rendszer között bijekció áll fenn, továbbá  $x = x_1, y = y_1, t = t_1$ . A skalármennyiségek és a horizontális sebességkomponensek nem változnak az átíráskor, a horizontális és a vertikális gradiensek viszont igen. A termikus szélkomponensek új alakja ebben a koordináta-rendszerben:

$$\frac{\partial v_g}{\partial \zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial z} = \frac{g}{fT} \left( \frac{\partial T}{\partial x_1} - \frac{\partial T}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial x_1} \right) + \frac{v_g}{T} \frac{\partial T}{\partial \zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial z},$$

$$\frac{\partial u_g}{\partial \zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial z} = -\frac{g}{fT} \left( \frac{\partial T}{\partial y_1} - \frac{\partial T}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial y_1} \right) + \frac{u_g}{T} \frac{\partial T}{\partial \zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial z}.$$

Nézzük a termikus szélegyenletet az általánosan használt nyomási rendszerben ( $\zeta = p$ )! Felhasználva a nyomási rendszerben felírt geosztrofikus szélegyenletet, továbbá alkalmazva a vertikális deriváltakra vonatkozó  $\left( \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial T}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial z} \right)$  összefüggést, a termikus szélegyenlet a következő alakra hozható:

$$\frac{\partial v_g}{\partial p} = - \frac{1}{fT\rho} \frac{\partial T}{\partial x},$$

$$\frac{\partial u_g}{\partial p} = + \frac{1}{fT\rho} \frac{\partial T}{\partial y}.$$

E képletek felhasználásával egyszerűen számítható a termikus szél a relatív topográfia (RT) térképek alapján, hiszen

$$\frac{\partial v_g}{\partial \ln p} = - \frac{R}{f} \frac{\partial T}{\partial x}, \quad \frac{\partial u_g}{\partial \ln p} = + \frac{R}{f} \frac{\partial T}{\partial y}.$$

### XIII.4. A hőmérséklet lokális változása

A hőmérséklet lokális változásának ismerete megadja a hőmérsékleti mező időbeli fejlődését. A hőmérsékleti mező változása – a hőmérsékleti gradiens változásán keresztül – egyik alakítója a termikus szél időbeli megváltozásának.

A lokális hőmérsékletváltozást – ahogy tettük ezt a rétegmódszer kapcsán is – a hőmérséklet időbeli teljes deriváltjából kiindulva írjuk fel.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = - \left( u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) - w \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{dT}{dt}.$$

Az egyenlet a

*lokális megváltozás = advekciónak + konvekciónak + időbeli teljes megváltozás*

sémát mutatja. Célszerű a lokális megváltozást advektív és nem-advektív részre bontani:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \left( \frac{\partial T}{\partial t} \right)_{na} + \left( \frac{\partial T}{\partial t} \right)_a.$$

E két tag rendre:

$$\left( \frac{\partial T}{\partial t} \right)_{na} = - w \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{dT}{dt},$$

$$\left( \frac{\partial T}{\partial t} \right)_a = - \left( u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right).$$

### XIII.4.1.

### A hőmérséklet lokális megváltozásának nem-advektív része

A hőmérséklet időbeli teljes megváltozását a termodinamika I. főtétele alapján adhatjuk meg:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{c_p} \frac{dQ}{dt} + \frac{\alpha}{c_p} \frac{dp}{dt}.$$

Az egyenlet jobb oldalának első tagja az egységnyi tömegű levegő által egységnyi idő alatt felvett hővel  $\left(\frac{dQ}{dt}\right)$  arányos, a második tag pedig a nyomás teljes időbeli megváltozásának hatását tükrözi.

A jobb oldal második tagjában a teljes deriváltat kifejtve és az  $\alpha = \frac{RT}{p}$  helyettesítést elvégezve:

$$\frac{\alpha}{c_p} \frac{dp}{dt} = \frac{RT}{c_p} \left( \frac{\partial \ln p}{\partial t} + u \frac{\partial \ln p}{\partial x} + v \frac{\partial \ln p}{\partial y} + w \frac{\partial \ln p}{\partial z} \right).$$

Nagyskálájú folyamatok esetén a zárójelben levő négy tagból az első háromnak a nagyságrendje  $10^{-7} s^{-1}$ , míg a konvekciós tagé  $\left(w \frac{\partial \ln p}{\partial z}\right) \sim 10^{-6} s^{-1}$ . Első közelítésként tehát csak ez utóbbit kell figyelembe venni. Ekkor a hőmérséklet teljes időbeli megváltozására felírt egyenlet a következő alakot ölti:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{c_p} \frac{dQ}{dt} + \frac{RT}{c_p} w \frac{\partial \ln p}{\partial z}.$$

A sztatika alapegyenletének  $\left(\frac{\partial \ln p}{\partial z} = -\frac{g}{RT}\right)$  alakját felhasználva a fenti egyenlet tovább egyszerűsödik:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{c_p} \frac{dQ}{dt} - w \Gamma_d,$$

ahol  $\Gamma_d = \frac{g}{c_p}$  a száraz adiabatikus hőmérsékleti gradiens. Kihasználva, hogy  $\gamma = -\frac{\partial T}{\partial z}$ , a hőmérséklet lokális nem-advektív megváltozása:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_{na} = \frac{dT}{dt} - w \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{dT}{dt} + w \gamma = \frac{1}{c_p} \frac{dQ}{dt} + w(\gamma - \Gamma_d).$$

Ha a hőfelvétel vagy hőleadás csak a felhőelemek kondenzációs, illetve párolgási folyamataiból származik (elhanyagoljuk a sugárzásos hőfelvételt, illetve hőleadást, továbbá a turbulens kicserélődést stb.), akkor a fenti egyenlet tovább egyszerűsödik. Feltételezve, hogy

$$\frac{dQ}{dt} \sim w \frac{dQ}{dz},$$

és kihasználva, hogy

$$\frac{dQ}{dz} = \frac{-L dr}{dz} = c_p (\Gamma_d - \Gamma_s),$$

azt kapjuk, hogy

$$\left( \frac{\partial T}{\partial t} \right)_{na} = w (\gamma - \Gamma_s),$$

ahol  $\Gamma_s$  a nedves adiabatikus hőmérsékleti gradiens.

### XIII.4.2.

### *A lokális hőmérsékletváltozás advektív része*

A hőmérsékleti gradiens advektív része:

$$\left( \frac{\partial T}{\partial t} \right)_a = - \left( u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = - \mathbf{v}_h \cdot \nabla_h T.$$

A hőmérsékleti advektió kiszámításához felhasználjuk a termikus szél egyenletét; feltesszük, hogy  $\mathbf{v}_h \sim \mathbf{v}_g$ , továbbá elhanyagoljuk a függőleges hőmérsékleti gradienst tartalmazó tagot.

$$\frac{\partial u_g}{\partial z} = - \frac{g}{fT} \frac{\partial T}{\partial y},$$

$$\frac{\partial v_g}{\partial z} = \frac{g}{fT} \frac{\partial T}{\partial x},$$

illetve vektoriális alakban:

$$\frac{\partial \mathbf{v}_g}{\partial z} = \frac{g}{fT} \mathbf{k} \times \nabla_h T.$$

A hőmérsékleti gradiens meghatározásához szorozzuk meg az egyenletet balról vektoriálisan a  $\mathbf{k}$  függőleges irányú egységvektorral! Alkalmazva a vektoriális hármasszorzat  $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \mathbf{b}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}) - \mathbf{c}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})$  kifejtési tételét, és felhasználva, hogy  $\mathbf{k} \cdot \nabla_h T = 0$ , kis átrendezés után a következő összefüggés adódik:

$$\nabla_h T = -\frac{f}{g} T \left( \mathbf{k} \times \frac{\partial \mathbf{v}_g}{\partial z} \right).$$

A lokális hőmérsékletváltozás advektív része tehát, kihasználva a vegyes szorzás tulajdonságait:

$$\left( \frac{\partial T}{\partial t} \right)_a = -\mathbf{v}_h \cdot \nabla_h T = \frac{f}{g} T \mathbf{v}_g \cdot \left( \mathbf{k} \times \frac{\partial \mathbf{v}_g}{\partial z} \right) = -\frac{f}{g} T \mathbf{k} \cdot \left( \mathbf{v}_g \times \frac{\partial \mathbf{v}_g}{\partial z} \right).$$

Elvégezve a vektoriális szorzást és kifejtve az egyes tagokat azt kapjuk, hogy:

$$\left( \frac{\partial T}{\partial t} \right)_a = -\frac{f}{g} T \left( u_g \frac{\partial v_g}{\partial z} - v_g \frac{\partial u_g}{\partial z} \right).$$

Abban az esetben, **ha a szél a magassággal jobbra fordul, meleg advekció, ha pedig balra fordul, akkor hideg advekció van.** Tehát  $\left( \frac{\partial \mathbf{v}_g}{\partial z} \right)$  megadja a hőmérsékleti advekció típusát.

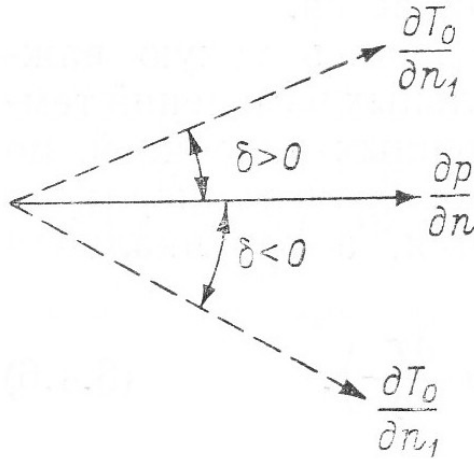
A fenti összefüggés tovább alakítható:

$$\left( \frac{\partial T}{\partial t} \right)_a \approx -\frac{fT}{g} \bar{v}_g^2 \frac{\partial \alpha}{\partial z},$$

ahol  $\alpha$  a geostrofikus szél fordulási szöge, a  $\frac{\partial \alpha}{\partial z}$  pedig a geostrofikus szél szögnyírását fejezi ki. Kis szögek esetén ( $\tan \alpha \approx \alpha$ ) egyszerűen megadható a hőmérsékleti advekció a nyomási gradiens  $\left( \frac{\partial p}{\partial n} \right)$  és a hőmérsékleti gradiens  $\left( \frac{\partial T}{\partial n_1} \right)$  által bezárt  $\delta$  szöggel is. ( $dn$  és  $dn_1$  a gradiensek irányába történő elmozdulást fejezi ki.) Kiindulva a geostrofikus szélegyenletből, és felhasználva, hogy két vektor vektoriális szorzata a vektorok abszolút értékének és a közöttük levő szög szinuszának a szorzata:

$$\left( \frac{\partial T}{\partial t} \right)_a = -u_g \frac{\partial T}{\partial x} - v_g \frac{\partial T}{\partial y} = -\frac{1}{f\rho} \left( \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial x} \right) = -\frac{1}{f\rho} \frac{\partial p}{\partial n} \frac{\partial T}{\partial n_1} \sin \delta.$$

A fenti összefüggés segítségével a szinoptikus, illetve a magassági térképek adatai alapján is következtetni tudunk a hőmérsékleti advekció nagyságára és irányára. A szélfordulás jelenségét a 13. ábrán szemléltetjük.



12. ábra. A nyomási gradiens és a hőmérsékleti gradiens közötti szög. Lajthman, 1976: Dinamikus meteorológia. 242. oldal.

Ha a szél a magassággal jobbra fordul  $\left(\frac{\partial \alpha}{\partial z} < 0, \delta < 0\right)$ , akkor hőmérsékletemelkedésre (meleg advekciónak), ha balra fordul  $\left(\frac{\partial \alpha}{\partial z} > 0, \delta > 0\right)$ , hőmérsékletcsökkenésre (hideg advekciónak) számíthatunk.

A következő kérdés, amire választ keresünk: hogyan számszerűsíthető a lokális hőmérsékleti advekciónak, ha ismerjük a magassági szélprofilot (pl. pilót felszállások vagy a szegedi rádió-szélmérések alapján). A hőmérsékleti advekciónak gyakorlati számításakor a vertikális szélnyírást  $\left(\frac{\partial \mathbf{v}_g}{\partial z}\right)$  véges különbséges módszerrel közelítjük. A  $\Delta z = z_2 - z_1$  vastagságú légrétegben

$$\frac{\Delta \mathbf{v}_g}{\Delta z} = \frac{\mathbf{v}_g(z_2) - \mathbf{v}_g(z_1)}{\Delta z}$$

és

$$\bar{\mathbf{v}}_g = \frac{1}{2}(\mathbf{v}_g(z_1) + \mathbf{v}_g(z_2)).$$

A hőmérsékleti advekciónak véges különbséges alakja:

$$\left(\frac{\Delta T}{\Delta t}\right)_a = -\frac{f}{g} T \mathbf{k} \cdot \left(\mathbf{v}_g \times \frac{\partial \mathbf{v}_g}{\partial z}\right) \approx -\frac{f}{g} \bar{T} \mathbf{k} \cdot (\mathbf{v}_g(z_1) \times \mathbf{v}_g(z_2)).$$

A  $\mathbf{k} \cdot (\mathbf{v}_g(z_1) \times \mathbf{v}_g(z_2))$  kifejezés nem más, mint a  $\mathbf{v}_g(z_1)$  és a  $\mathbf{v}_g(z_2)$  vektorok által kifeszített paralelogramma területe. A hőmérsékleti advekciónak tehát a szélvektor által sűrt terület ( $S$ ) függvénye, amit pozitívnak veszünk, ha a szél a magassággal balra fordul, és negatívnak, ha jobbra fordul. Az  $S$  terület háromszögekből épül fel.



$$\left(\frac{\Delta T}{\Delta t}\right)_a = -\frac{f}{g} \frac{\bar{T}}{\Delta z} 2\Delta S.$$

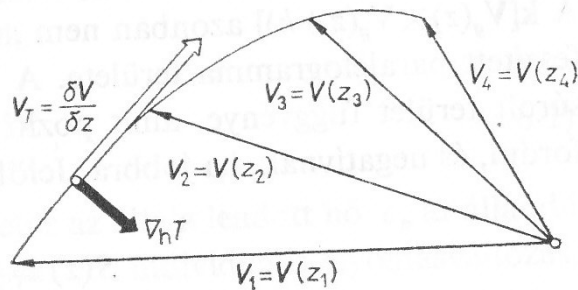
$$\Delta S = \frac{1}{2} \mathbf{k} \int_{z_1}^{z_2} \mathbf{v}_g(z) \times d\mathbf{v}_g(z).$$

Mivel

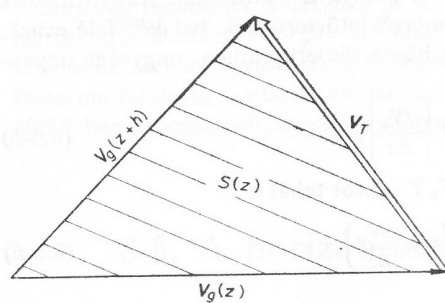
$$\frac{dS}{dz} = \frac{1}{2} \mathbf{k} \left( \mathbf{v}_g(z) \times \frac{\partial \mathbf{v}_g(z)}{\partial z} \right),$$

a lokális hőmérsékletváltozás advektív része:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_a = -\frac{f}{g} T \frac{2dS}{dz}.$$



13. ábra. A hodográf.  $\mathbf{v}_1$ ,  $\mathbf{v}_2$ ,  $\mathbf{v}_3$  és  $\mathbf{v}_4$  a szélvektorok a  $z_1$ ,  $z_2$ ,  $z_3$  és a  $z_4$  szinten.  $\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z}$ : a szélvektor magassággal való változása.  $\nabla_h T$ : a horizontális hőmérsékleti gradiens. Götz G. és Rákóczi F., 1981: A dinamikus meteorológia alapjai. 251. oldal.



14. ábra. A termikus advекció meghatározása.  $\mathbf{v}_g(z)$ : a szélvektor a  $Z$  szinten,  $\mathbf{v}_g(z+h)$ : a szélvektor a  $z+h$  szinten,  $\mathbf{v}_T$ : a termikus szélvektor  $S(z)$  a szélvektorok által kifeszített terület a kiindulási szint és a  $Z$  magasság között. Götz G. és Rákóczi F., 1981: A dinamikus meteorológia alapjai. 252. oldal.

### XIII.4.3.

### A nyomás lokális változása

#### XIII.4.3.1 A tendenciaegyenlet

A következőkben a nyomás időbeli lokális változását vizsgáljuk. Milyen hatások alapján változik a nyomási mező időbeli szerkezete? Az egyenleteket a szokásos  $(x, y, z, t)$  rendszerben írjuk fel. A nagyskálájú légköri rendszerek vertikálisan hidrosztatikusak, így kiindulásként a sztatika ( $dp = -\rho g dz$ ) alapegyenletét illetve a  $h$  és a  $\infty$  magasság közötti

$$p(h) = \int_h^{\infty} \rho g dz$$

integrált alakját használjuk. Deriváljuk idő szerint az egyenlet mindkét oldalát!

$$\frac{\partial p(x, y, h, t)}{\partial t} = \frac{\partial \int_h^{\infty} \rho g dz}{\partial t} = g \int_h^{\infty} \frac{\partial \rho}{\partial t} dz.$$

A nyomás lokális megváltozásának kifejtéséhez használjuk fel a kontinuitási egyenlet

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \left( \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} \right) = - \rho \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) - \left( u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} \right)$$

általános alakját! Ezzel a  $\frac{\partial p}{\partial t}$  nyomás tendenciára a

$$\frac{\partial p}{\partial t} = - g \int_h^{\infty} \left( \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} \right) dz - g \int_h^{\infty} \left( \frac{\partial \rho w}{\partial z} \right) dz = - g \int_h^{\infty} \left( \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} \right) dz + (g \rho w)_h,$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = - g \int_h^{\infty} \rho \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) dz - g \int_h^{\infty} \left( u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} \right) dz + (g \rho w)_h$$

egyenletet nyerjük.

A lokális nyomásváltozás tehát három hatás összegeként fejezhető ki. A jobb oldal első tagja a horizontális divergencia integrált hatását adja meg. Ha a vizsgált légoszlopra vonatkozóan a horizontális divergencia integrálja pozitív, azaz a horizontális szélmező divergens, akkor a lokális nyomásváltozás negatív, vagyis a  $h$  szinten a légnyomás időben csökken. Ha a horizontális szélmező konvergens, akkor növekszik a légnyomás.

A jobb oldal második tagja a sűrűségadvekciónak integrált hatását mutatja. Ha a sűrűségadvekciónak pozitív, azaz

$$-\left(u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y}\right) > 0 \quad \text{és} \quad -g \int_h^\infty \left(u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y}\right) dz > 0 ,$$

akkor a lokális nyomásváltozás pozitív, ha az integrált sűrűségadvekción negatív, azaz a szélnek van a kisebb sűrűségű hely felől a nagyobb sűrűségű hely felé mutató komponense, akkor a nyomás csökken.

A jobb oldal harmadik tagja az egységnyi alapterületű légrézbe történő tömeg be- illetve kiáramlás hatását mutatja a  $h$  magasságban. Ha a vertikális tömegáram pozitív ( $(\rho w)_h > 0$ ), akkor lokális nyomásnövekedés, ellentétes esetben pedig nyomáscsökkenés indukálódik.

Gyakorlati számításokban a tendenciaegyenletet nem alkalmazzák, dacára annak, hogy áttekinthetően és világosan írja le a felszíni nyomás megváltozását. A problémát a horizontális szélességi mező, így a horizontális divergencia becslési hibája okozza, ami pontatlanná teszi a nyomás lokális változásának a számítását. Általában a nyomás időbeli változását a numerikus modellekben nem is számolják, hanem a szélmező változásának ismeretében, diagnosztikai változóként kezelik. „A nyomási mező adaptálódik a szélmezőhöz.” A valóságban azonban, amint a tendenciaegyenlet mutatja, ez nem teljesül.

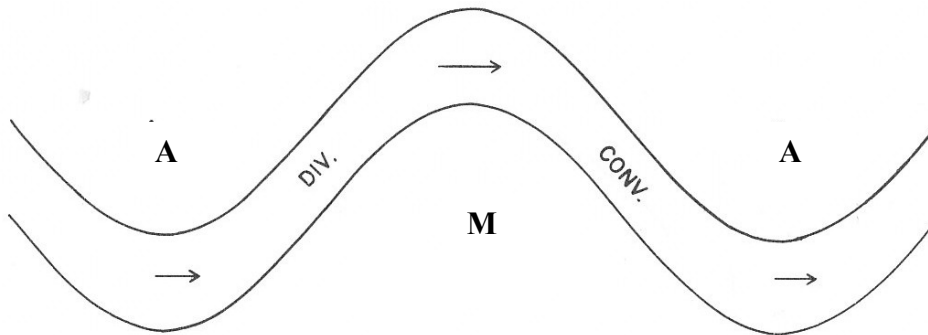
### XIII.4.3.2 A Bjerknes–Holmboe-elmélet – a nyomástendencia-egyenlet kvalitatív elemzése

Az 1944-ben a *Journal of Meteorology* hasábjain publikált heurisztikus elmélet jól használható szemléletes képet nyújt a párhuzamosan futó izobármezőben fejlődő ciklonális és anticiklonális hullámok szerkezetéről, a divergencia és a konvergencia mező felépítéséről.

Modellként vizsgáljunk a nyugat-keleti átvitelre rakódó szinuszos nyomási mezőt, amelyben a nyomásgradiens abszolút értéke állandó, vagyis az izobárok közötti távolság mindenütt azonos! Ilyen helyzetben a szélességi mező szerkezetét két hatás alakítja.

Az első az úgynevezett görbületi hatás. A gradiens áramlás vizsgálatakor beláttuk, hogy ciklonális forgás esetén a gradiens szél kisebb, mint a geosztrofikus szél, anticiklonális görbület esetén pedig nagyobb. A Coriolis-erő változásától most tekintsünk el!

A 15. ábra szerint a nyomási teknőtől nyugatra az áramlási mező konvergens, keletre pedig divergens. A nyomási hullám poláris oldalán nagyobb sebességet detektálunk (anticiklonális forgás), mint a déli peremén (ciklonális forgás). A horizontális konvergenciamező vertikálisan szétáramlást, a horizontális divergenciamező pedig összeáramlást generál. Az ilyen felső troposzférikus hullámokban a teknő előoldalán feláramlást, a hátoldalán pedig leáramlást tapasztalunk. Ha a nyomástendencia-egyenletben a horizontális sebesség divergenciája a meghatározó (kicsi a vertikális sebesség), akkor a nyomási hullám kelet felé fog elmozdulni.



15. ábra. A görbületi hatásra kialakuló divergencia és konvergencia területei szinuszoidális nyomási mezőben. Hess, S.L., 1959: Introduction to theoretical meteorology. Holt, Rinehart and Winston, New York, 222. oldal.

A második, úgynevezett szélességi hatás a Coriolis-paraméter szélességi körök szerinti megváltozásával kapcsolatos. Ha az egyéb feltételek nem változnak (adott geosztrofikus, illetve gradiens áramlás mellett), akkor a szélességi körök növekedésével a Coriolis-paraméter is növekszik, így mind a geosztrofikus szél (adott nyomási gradiens mellett)

$$c_g = \frac{1}{f\rho} \frac{\partial p}{\partial n},$$

mind a gradiens szél

$$c = \frac{1}{f} \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{c^2}{r} \right)$$

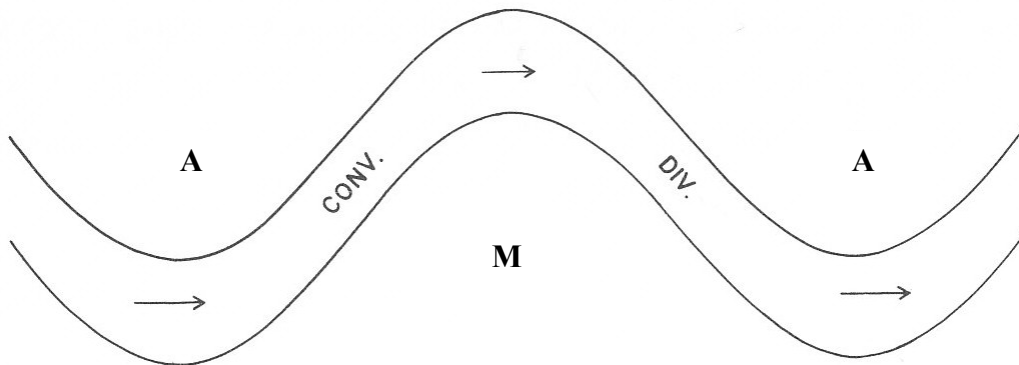
(adott nyomási gradiens és görbület esetén) csökken, az egyenlítő felé haladva pedig nő a szélesség. A fenti felírásban az  $n$  irány a kisebb nyomási hely felől a nagyobb nyomási hely felé mutat.

Megjegyezzük, hogy az mindig megállapodás kérdése, hogy  $n$  az alacsonyabb nyomási hely felől mutat a magasabb felé vagy fordítva, ezért az egyes tagok előjele e választástól függően változhat.

A nyomási teknő előoldalán konvergencia, a hátoldalán pedig divergens áramlási mező fejlődik. Ilyenkor a felső troposzférikus nyomási teknő hátoldalán általában feláramlást, míg előoldalán leszálló mozgást tapasztalunk. E képet természetesen befolyásolja a vertikális sebességi mező felépítése, a nyomási rendszer elmozdulása.

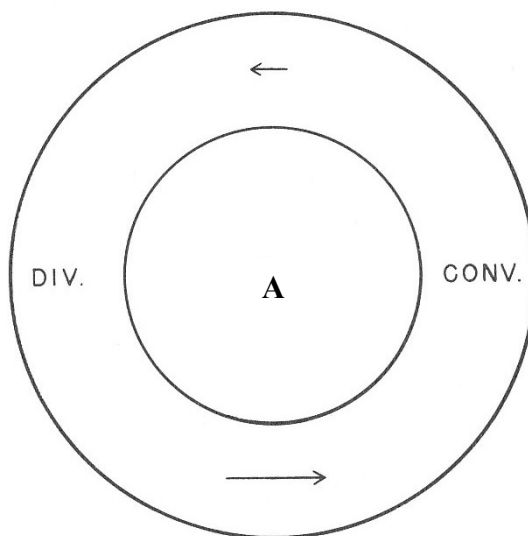
Mindkét hatás tárgyalásakor eltekintettünk a sűrűségváltozástól. Ha minden egyéb feltétel változatlan maradna, akkor a sűrűség növekedésével és a hőmérséklet csökkenésével (adott izobár mentén, általában észak felé haladva) csökken a geosztrofikus és a gradiens szél, a sűrűség csökkenésével pedig nő. A sűrűségváltozás hatása azonban a görbületi és a szélességi hatáshoz képest elhanyagolható.

A nyomási hullám szerkezete (hullámhossza és amplitúdója) valamint az áramlás sebessége határozza meg, hogy melyik hatás a domináns. Nagy szélességeknél, illetve nagy görbület esetén a görbületi hatás a meghatározó.



16. ábra. A szélességi hatásra kialakuló divergencia és konvergencia területei szinuszoidális nyomási mezőben. Hess, S.L., 1959: Introduction to theoretical meteorology. Holt, Rinehart and Winston, New York, 223. oldal.

A zárt izobárokkal rendelkező ciklonokban és anticiklonokban a Coriolis-paraméter szélességi körök szerinti változása miatt a szélesebbég nem állandó. Vizsgáljuk meg adott görbület mellett meg a Coriolis-paraméter változásából származó hatást! Hol találunk divergencia-, illetve konvergenciamezőt?



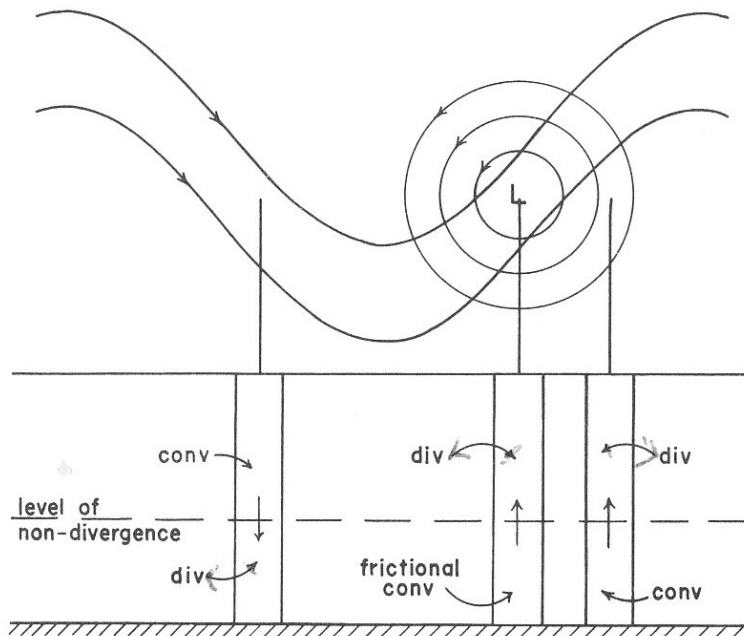
17. ábra. A divergencia és a konvergencia területei koncentrikus izobárok esetén. Hess, S.L., 1959: Introduction to theoretical meteorology, Holt, Rinehart and Winston, New York, 223. oldal.

A geosztrofikus és a gradiens szél csökken a Coriolis-paraméter növekedésével. Az északi féltekén a ciklonok és anticiklonok északi részén – azonos görbület esetén – kisebb horizontális szélesebbégeket tapasztalunk, mint a déli peremén. Ez azt jelenti, hogy a ciklon előoldalán konvergencia, a hátoldalán divergencia alakul ki. Anticiklonban a kép fordított; előoldali divergencia, hátoldali konvergencia tapasztalható.

A planetáris határrétegben nem hanyagolható el a súrlódási erő hatása sem. A Guldberg–Mohn-egyenlet tanúsága szerint a súrlódásos áramlás ciklonban alacsony szintű konvergenciát, anticiklonban alacsony szintű divergenciát generál.

Végezetül egy mérsékelt övi háromdimenziós áramlási rendszer néhány sajátosságát elemezzük. Tekintsünk egy magassági nyomási teknőt, aminek az előoldalán a

divergenciamező hatására feláramlás, a hátoldalán pedig a konvergenciamező hatására leáramlás alakul ki. A felszíni nyomási képet a magassági nyomási teknő előoldalán kialakuló ciklon, illetve a hátoldalán megfigyelhető anticiklon jellemzi.



18. ábra. Magas szintű szinuszoidális izobárok és alacsony szintű koncentrikus izobárok felülnézeti képe, alatta a divergencia vertikális eloszlása. Hess, S.L., 1959: Introduction to theoretical meteorology, Holt, Rinehart and Winston, New York, 224. oldal.

#### XIII.4.4.

#### Az izallobárikus szél

Az izallobárok az azonos lokális nyomásváltozási helyeket összekötő vonalak a meteorológiai térképeken. Az izallobárokat a szinoptikus talajtérképeken ábrázolják. A meteorológiai főállomások szinoptikus távirataiban is szerepel az izallobárikus térkép alapja, a lokális nyomásváltozás  $\left(\frac{\Delta p}{\Delta t}\right)$ , ami megadja az elmúlt 3 órára vonatkozó állomásszinti nyomásváltozást. Természetesen a magassági AT (abszolút topográfia) térképeken nem értelmezhető az izallobár fogalma (e térképek adott nyomási szintre vonatkoznak). A nyomási koordináta-rendszerben a geopotenciál lokális megváltozása veszi át a lokális nyomásváltozás szerepét.

Az izallobárikus mező áramlásalakító szerepének megértéséhez induljunk ki a Descartes-rendszerben felírt, szabad légkörre vonatkozó horizontális mozgásegyenletekből!

$$\frac{du}{dt} = fv - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x},$$

$$\frac{dv}{dt} = -fu - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}.$$

Az egyenletek az egységnyi tömegű levegőrész mozgását (trajektóriáját) írják le. Az egyszerűség kedvéért tételezzük fel, hogy a légnyomás É-D irányban (az  $y$  tengely mentén) változik, továbbá, hogy az É-D-i irányú nyomási gradiens erő az idő lineáris függvénye (és nem függ az  $x$  térkoordinátától) vagyis:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0,$$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = P(y, t) = P_0(t_0, y) + \left( \frac{\partial P}{\partial t} \right)_0 t.$$

Ez a felírás alkalmas az izallobárikus szél leírására, hiszen

$$\left( \frac{\partial P}{\partial t} \right)_0 = \left( \frac{\partial}{\partial t} \left( -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \right) \right)_0.$$

Elhanyagolva a sűrűségnek mind tér, mind időbeli megváltozását,

$$\left( \frac{\partial P}{\partial t} \right)_0 = \left( \frac{\partial}{\partial t} \left( -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \right) \right)_0 \approx -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial p}{\partial t} \right)_0 \right),$$

ami nem más, mint az izallobárikus mező horizontális gradiense.

A kiindulási helyzetben a szélmező legyen geosztrofikus, vagyis  $t = t_0 = 0$ -kor  $-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = P_0$ , továbbá  $v(t=0) = v_g = 0$ ,  $u(t=0) = u_g = \left( -\frac{1}{f\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \right)_{t=0} = \frac{P_0}{f}$ . Ezekkel a horizontális mozgásegyenletek:

$$\frac{du}{dt} = fv,$$

$$\frac{dv}{dt} = -fu + P$$

alakra egyszerűsödnek. Az egyenletrendszer megoldásához formálisan térjünk át a komplex számsíkra. Szorozzuk be a második egyenletet  $i = \sqrt{-1}$ -gyel, és adjuk össze a két egyenletet:

$$\frac{d(u + iv)}{dt} = -if(u + iv) + iP.$$

Vezessük be a  $V = u + iv$  jelölést:

$$\frac{dV}{dt} = -ifV + iP.$$

A kapott állandó együtthatós ( $f$  változásától eltekintünk) elsőrendű, közönséges lineáris differenciálegyenletet  $\exp(ift)$ -vel beszorozva könnyen integrálhatjuk:

$$V \exp(ift) = \int i P \exp(ift) dt + K.$$

Mivel  $P(y,t) = P_0(t_0, y) + \left( \frac{\partial P}{\partial t} \right)_0 t$  az idő lineáris függvénye, a jobb oldali integrál parciális integrációval meghatározható. A kapott összefüggést  $\exp(-ift)$ -vel beszorozva:

$$V = K_1 \exp(-ift) + \frac{1}{f} \left( \frac{\partial P}{\partial t} \right)_0 t + \frac{P_0}{f} + \frac{i}{f^2} \left( \frac{\partial P}{\partial t} \right)_0.$$

A  $K_1$  értékét a kezdeti feltételekből

$$t=0, \quad V(t=0) = V_0 = \frac{P_0}{f}$$

kiindulva adjuk meg.

$$0 = \frac{i}{f^2} \left( \frac{\partial P}{\partial t} \right)_0 + K_1 \exp(-ift).$$

$$K_1 = - \frac{i}{f^2} \left( \frac{\partial P}{\partial t} \right)_0.$$

Ekkor

$$V = \frac{P}{f} + \frac{i}{f^2} \left( \frac{\partial P}{\partial t} \right)_0 [1 - \exp(-ift)].$$

E megoldás ismeretében kifejezhetjük az egyes sebességkomponenseket. Felhasználva hogy  $\exp(\pm ix) = \cos x \pm i \sin x$ , továbbá a  $P$  definíciós egyenletének idő szerinti deriválásával ( $\rho(x, y, t) = \text{állandó}$  feltételezésével) kapott  $\frac{\partial}{\partial t} \left( - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial y} \right) = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial t} \right) = \frac{\partial P}{\partial t} = \left( \frac{\partial P}{\partial t} \right)_0$  egyenlőséget, a horizontális sebességkomponensekre

$$u = - \frac{1}{f} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial y} + \frac{1}{\rho f^2} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial t} \right) \sin ft,$$

$$v = - \frac{1}{\rho f^2} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial t} \right) + \frac{1}{\rho f^2} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial t} \right) \cos ft$$

adódik.

A sebességmező időbeli szerkezetét három hatás alakítja ki:

1.) A fenti egyenletekben a jobb oldal második tagja a légrésznek a Föld forgásából származó inerciális mozgását írja le. A mozgás periodikus,  $f$  körfrekvenciája megegyezik a Coriolis-paraméterrel, periódusideje  $T = \frac{2\pi}{f}$ . Ezt a horizontálisan elmozduló légrész „vibrációjaként” képzelhetjük el. E **periodikus mozgás** oka a nyomási gradiens erő és a



Coriolis-erő közötti egyensúly megbomlása, ami a nyomási mező időbeli változásának a következménye. Megjegyezzük azonban, hogy az ilyen típusú mozgás energiája a légkörben a súrlódási erő hatására disszipálódik. A nagy skálájú folyamatok kialakításában ez a sebességösszetevő elhanyagolható.

2.) Az  $u$  sebességkomponenst az aktuális  $\mathcal{V}$  irányú (időben lineárisan változó) nyomási gradiens alakítja ki a geosztrofikus szélegenlet alapján. Ez a **geosztrofikus szélkomponens**.

3.) A horizontális sebességmező szerkezetét alakító harmadik hatás az **izallobárikus gradiens térbeli szerkezete** (a mi esetünkben az  $\mathcal{V}$  irányú megváltozása). E szélkomponens merőleges az izallobárokra; az izallobárikus gradiens irányával ellentétes, tehát a nyomáscsökkenés irányába fúj. Ez a harmadik szélösszetevő a tulajdonképpeni izallobárikus szél. Fontos megjegyezni, hogy ennek a szélösszetevőnek a déli félgömbön sem változik meg az előjele. Mindkét féltekén ugyanolyan irányba fúj.

Az izallobárikus szél általában kicsi (2. táblázat), de „rossz idő”, (pl. frontátvonulások, mezociklonok, viharvonalak) estén értéke meghaladhatja az  $5 \text{ ms}^{-1}$ -ot is, vagyis már nem hanyagolható el a geosztrofikus, illetve a gradiens szélhez képest.

| Szél          | Izobárfelszín           |                         |                         |
|---------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
|               | 850 hPa                 | 700 hPa                 | 500 hPa                 |
| Tényleges     | $11,1 \text{ m s}^{-1}$ | $14,9 \text{ m s}^{-1}$ | $16,9 \text{ m s}^{-1}$ |
| Geosztrofikus | $10,7 \text{ m s}^{-1}$ | $14,0 \text{ m s}^{-1}$ | $17,8 \text{ m s}^{-1}$ |

2. táblázat. A tényleges és a geosztrofikus szélesebbesség az alsó troposzféra néhány főizobárszintjén a mérsékelt szélességeken. Lajthman, D.L., 1976: Dinamikus meteorológia. 244. oldal.

Az izallobárikus szél tehát mérsékli a nyomástendencia-mezőben megjelenő horizontális különbségeket, tehát igyekszik biztosítani a geosztrofikus egyensúlyt. Az izallobárikus szél fenti elméletét Brunt és Douglas fejlesztette ki 1928-ban. (*Brunt D. and C. K. M. Douglas, 1928: On the Modification of the Strophic Balae. Mem. Roy. Meteor. Soc. 3, pp. 22.*)

Az izallobárikus szelet - a gradiens szélre kapott összefüggésből kiindulva - természetesen ciklonokban és anticiklonokban is értelmezhetjük.

### XIII.5. Az ageosztrofikus szél

Az ageosztrofikus áramlás nem más, mint a geosztrofikus széltől vett eltérés. A legfontosabb ageosztrofikus hatás a fentiekben bemutatott izallobárikus szél. Most általánosan foglalkozunk a geosztrofikus szélegenlettől való eltéréssel. A legtöbb esetben – ahogyan az izallobárikus szélnél is – az ageosztrofikus szélösszetevő kisebb, mint  $1 \text{ ms}^{-1}$ .

Legyen az ageosztrofikus szél

$$\mathbf{v}' = \mathbf{v}_h - \mathbf{v}_g, \text{ vagyis } \mathbf{v}' = \begin{pmatrix} u' \\ v' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u - u_g \\ v - v_g \end{pmatrix}.$$

A geosztrofikus széltől vett eltérés leírásánál a horizontális mozgásegyenletekből indulunk ki. Kihasználva a  $u_g = -\frac{1}{f\rho} \frac{\partial p}{\partial y}$ ,  $v_g = \frac{1}{f\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$  geosztrofikus szélegyenletet:

$$\frac{du}{dt} = f(v - v_g) \equiv fv',$$

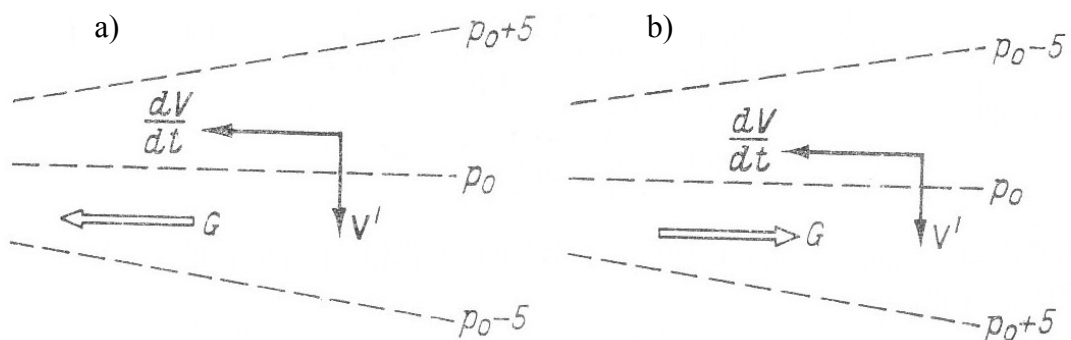
$$\frac{dv}{dt} = -f(u - u_g) \equiv -fu'.$$

A felírásból következik, hogy az ageosztrofikus áramlás merőleges a horizontális gyorsulásra, hiszen

$$\mathbf{v}' \cdot \frac{d\mathbf{v}_h}{dt} = u' \frac{du}{dt} + v' \frac{dv}{dt} = 0.$$

A fenti egyenletből következik az is, hogy az ageosztrofikus sebesség nagysága arányos a horizontális gyorsulással:

$$|\mathbf{v}'| = \frac{1}{f} \left| \frac{d\mathbf{v}}{dt} \right|.$$



19. ábra. Az ageosztrofikus szélvektor iránya. Lajthman, D. L., 1976: Dinamikus meteorológia. 245. oldal.

### XIII.5.1.

### Az ageosztrofia és a vertikális sebességi mező

A vertikális sebességmezőre egyszerűen következtethetünk a kontinuitási egyenletből, amiből meghatározható a vertikális tömegáram divergenciája:

$$\frac{\partial \rho w}{\partial z} = - \left( \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} \right) - \frac{\partial \rho}{\partial t}.$$

A jobb oldal első tagja az  $u = u_g + u'$ ,  $v = v_g + v'$  horizontális szélmezőre vonatkozóan a mozgásegyenletekből adódó

$$\rho u = -\frac{1}{f} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \rho u', \quad \rho v = \frac{1}{f} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \rho v'.$$

összefüggésekből meghatározható, azaz

$$\frac{\partial \rho w}{\partial z} = -\left( \frac{\partial \rho u'}{\partial x} + \frac{\partial \rho v'}{\partial y} \right) + \frac{1}{f^2} \left( \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial y} \right) - \frac{\partial \rho}{\partial t},$$

vagyis

$$\frac{\partial \rho w}{\partial z} = -\rho \left( \frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} \right) - \left( u' \frac{\partial \rho}{\partial x} + v' \frac{\partial \rho}{\partial y} \right) + \frac{1}{f^2} \left( \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial p}{\partial x} \right) - \frac{\partial \rho}{\partial t}.$$

A fenti egyenlet szerint a szabad légkörben a vertikális sebességi mező szerkezetét (pontosabban a vertikális tömegáram magasság szerinti változását) három hatás együttese alakítja ki, úgymint:

1.) Az ageosztrofikus tömegáram horizontális divergenciája:  $\left( \frac{\partial \rho u'}{\partial x} + \frac{\partial \rho v'}{\partial y} \right) = \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} \right) - \left( u' \frac{\partial \ln \rho}{\partial x} + v' \frac{\partial \ln \rho}{\partial y} \right)$ , ami két részre bontható, az ageosztrofikus szél horizontális divergenciájától függő tagra és a sűrűség ageosztrofikus logaritmikus advekciónak. Nagy skálájú folyamatok esetén e két tag nagyságrendje:

$$-\rho \left( \frac{\Delta u'}{\Delta x} + \frac{\Delta v'}{\Delta y} \right) \sim 10^{-6} \text{ kgm}^{-3} \text{ s}^{-1}, \quad - \left( u' \frac{\Delta \rho}{\Delta x} + v' \frac{\Delta \rho}{\Delta y} \right) \sim 10^{-8} \text{ kgm}^{-3} \text{ s}^{-1}.$$

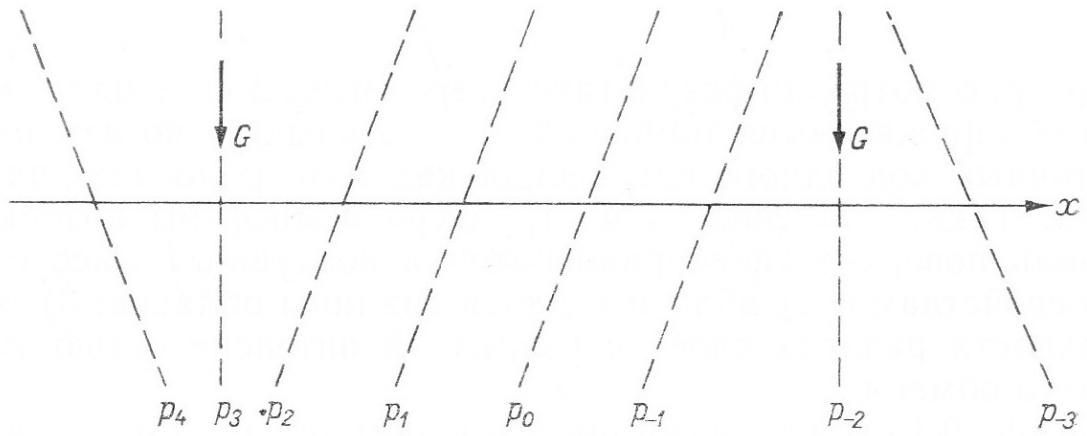
2.) A geosztrofikus tömegáram horizontális divergenciája, ami fordítottan arányos a Coriolis-paraméter négyzetével és egyenesen arányos a Coriolis-paraméter meridionális megváltozásával, illetve a horizontális nyomásváltozással.

$$\frac{1}{f^2} \left( \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial p}{\partial x} \right) \sim 10^{-6} \text{ kgm}^{-3} \text{ s}^{-1}.$$

3.) A sűrűség lokális megváltozása, aminek a nagyságrendje:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} \sim 10^{-7} \text{ kgm}^{-3} \text{ s}^{-1}.$$

A két legfontosabb hatás: a geosztrofikus és az ageosztrofikus szél horizontális divergenciája.



20. ábra. Egy vertikális feláramlást generáló izobármező szerkezete. Lajthman, D. L., 1976: Dinamikus meteorológia. 247. oldal.