



A LÉGKÖRI ENERGETIKA

Kereszturi Csaba

meteorológia szak

Témavezető:
Dr. Tasnádi Péter
egyetemi tanár

EÖTVÖS LÓRÁND TUDOMÁNYEGYETEM
TERMÉSZETTUDOMÁNYI KAR

2011

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés.....	3
2. A légkör sugárzási mérlege	5
3. A légkör energiafajtái.....	12
3.1. Az energiaösszegek	12
4. A felhasználható potenciális energia.....	16
4.1. A felhasználható potenciális energia matematikai alakja.....	19
4.2. A felhasználható potenciális energia időfejlődése.....	25
4.2.1. Kapcsolat a kinetikus energia időfejlődésével	28
5. A konvektív felhasználható potenciális energia.....	29
6. A légköri energiák becslései	35
6.1 A numerikus számítások elméleti háttere	35
6.1.1. A sűrűség-kérdés.....	35
6.1.2. A térfogatváltozás kérdése	36
6.1.3. A nedvesség figyelembe vétele.....	36
6.2. Eredmények	42
6.2.1. A teljes Földre összegzett energiák.....	42
6.2.2. Az energiák szélesség szerinti eloszlása	45
6.2.3. A felhasználható potenciális energia.....	52
7. Köszönetnyilvánítás	65
8. Irodalomjegyzék.....	66
9. Internetes források.....	67
10. Felhasznált szoftverek	67

1. Bevezetés

Jelen dolgozatban a légköri energetika áttekintését és az alapvető összefüggések verifikálását tűztük ki célul. A légköri energetikát sok szerző igen különböző tárgyalásmódban is feldolgozza. Alapvető munka van Mieghem 1973-as műve és Wiin-Nielsen 1993-as munkája, amelyek kizárólag a légköri energetikát tárgyalják, de a dinamikus meteorológia ismert tankönyvei is, úgy mint Holton (1992), Panchev (1981), Götz és Rákóczi (1981), stb. szintén feldolgozzák a témakör alapjait. A légköri energetika szoros kapcsolatban áll az általános légkörzés értelmezésével (Lorenz, 1960), és folyamatosan elméleti kutatások tárgya is (Shepherd, 1992). A korai feldolgozások nehézségét általában az jelentette, hogy a rendelkezésre álló adatokból számszerű becsléseket a különböző energiafajtákra nehezen lehetett adni. Az 1960-as és 70-es években Oort és Peixoto végzett alapvető számításokat. Az általuk adott becslések ma is elfogadottak. Jelen dolgozat célja az is, hogy Oort és Peixoto számításait a jelenleg rendelkezésre álló adatbázisok alapján megismételjük.

Elsőként áttekintjük, milyen energiamérleggel rendelkezik a légkör. Kiderül, hogy a légköri energia forrása a Napból jövő elektromágneses sugárzás. Ebben a fejezetben tárgyaljuk még az energiaháztartás módosító tényezőit is. A következő fejezetben tisztázzuk az energia különböző megnyilvánulásainak mibenlétét, valamint meghatározzuk az energiák elméleti arányát. A fejezetben tárgyaljuk továbbá, hogy az energiák közt milyen átalakulások történhetnek.

A meteorológusok már igen hamar észrevették, hogy a teljes potenciális energiának csak meglehetősen csekély hányada alakulhat mozgási energiává. A harmadik fejezet témáját ez a megfigyelés adja: bevezetjük a felhasználható potenciális energia fogalmát, és levezetjük annak matematikai alakját. A fejezetben számszerűleg is képet kapunk arról, hogy a felhasználható potenciális energia elméletben mekkora hányadát képviseli a potenciális energiának.

A felhasználható potenciális energia definíció szerint adiabatikus tömegátrendezéssel adható meg. Ez kizárja a számolásból a légkör hidrosztatikai instabilitásában megnyilvánuló felhasználható energiát, mely a mezoskálájú folyamatok, zivatarok szempontjából játszik igen fontos szerepet. Emiatt bevezetjük a konvektív felhasználható potenciális energia fogalmát, és számszerű példákkal szemléltetjük, abból mennyi is van a légkörben.

A dolgozat záró fejezetében kilenc évre kiterjedő adatsorból készült számításokat mutatunk be. Látni fogjuk, hogyan alakul a belső és a kinetikus energia teljes léghőre vett összege, milyen az energiafajták szélesség szerinti eloszlása. A fejezet záró részeként a felhasználható potenciális energiára végzett számításokat közöljük, és azokat összehasonlítjuk a szakirodalomban fellelt értékekkel. Célunk ezzel a szakirodalmi adatok felfrissítése, mivel ilyen számítások a közelmúltban – a szerző ismerete szerint – nem kerültek publikálásra.

2. A légkör sugárzási mérlege

A légkör energiájának döntő része a Napból érkező elektromágneses sugárzás miatt keletkezik. Mivel ez a sugárzás hajtja a teljes légköri és óceáni rendszert, a légkör energetikai leírásához hozzátartozik ennek rövid leírása is. Az összefoglalást Czelnai Rudolf 2004-es tankönyve alapján állítottuk össze.

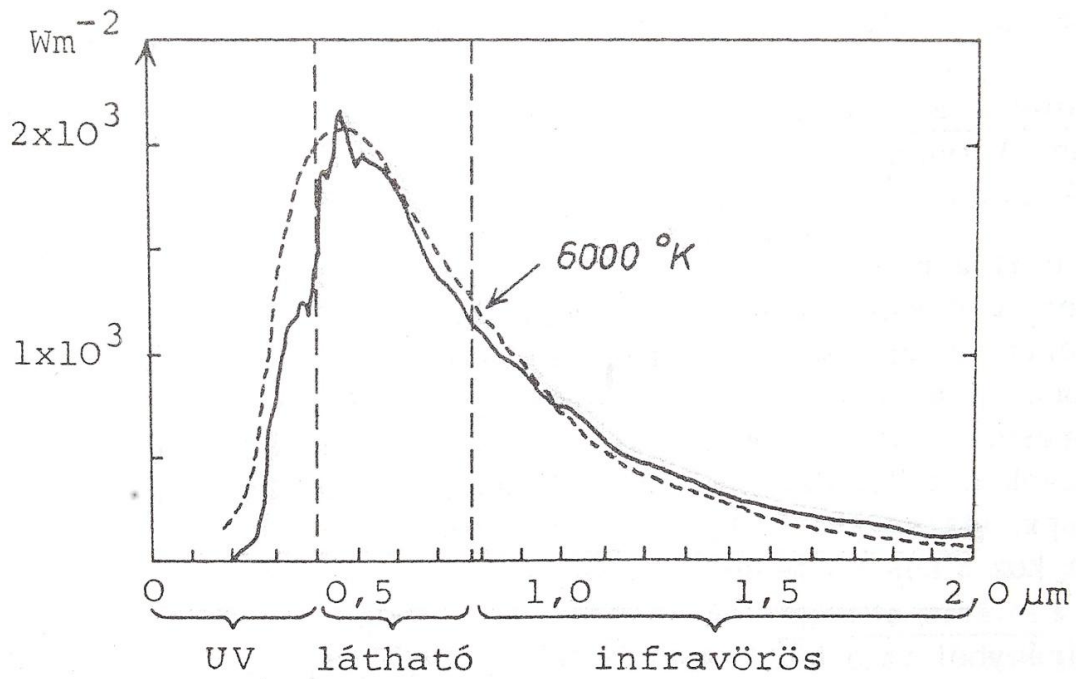
A Napból érkező sugárzás egy része a Föld-légkör rendszerről közvetlenül visszaverődik, más része pedig elnyelődik és újra kisugárzódik. A sugárzás elnyelődésének folyamata igen bonyolult. Mértékét nagyban befolyásolja mind a légköri nyomgázok eloszlása, mind pedig a felszín minősége. Ennek jellemző térskálája alatta marad a használatos modellrácsok méretének, így az előrejelzések során csak parametrizálni lehet.

Összességében azonban a Föld átlaghőmérséklete a tapasztalat szerint évszázadokra visszamenőleg állandó. A klímaváltozást jósló programok is csak század foknyi hőmérsékletváltozást jeleznek előre évente. Ez azt jelenti, hogy a Földre érkező energia el is távozik onnan.

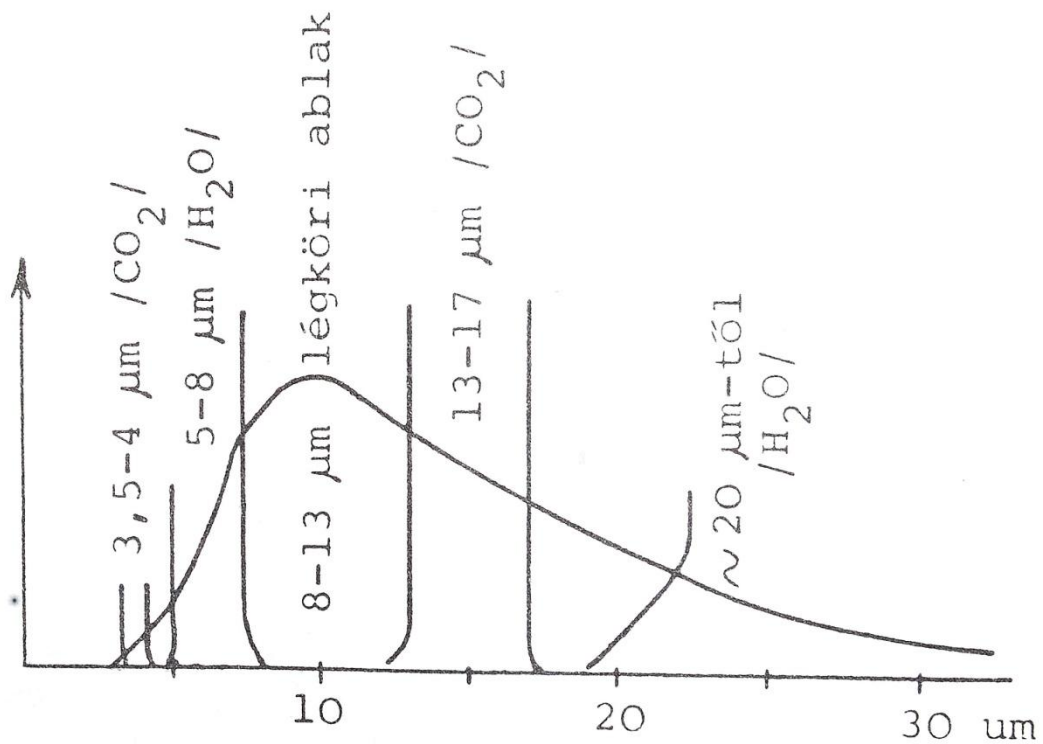
A napsugárzás és a Föld sugárzásának legfontosabb tulajdonsága a sugárzás erejét mérő I radianciának (az egységnyi felületről egységnyi térszögbe kibocsátott sugárzás teljesítménye) frekvencia (hullámhossz) szerinti eloszlása. Ezt jó közelítéssel a Planck-féle fekete test sugárzási spektrum szabja meg. Minden test elektromágneses sugarakat bocsát ki a hőmérsékletének függvényében, melynek spektrumát az

$$I = \frac{c_1}{(e^{c_2/\lambda T} - 1)\lambda^5}$$

összefüggés adja meg. Itt $c_1 = 3,742 \cdot 10^{-16} \text{ Jm}^2/\text{s}$ és $c_2 = 1,439 \cdot 10^{-2} \text{ mK}$ állandók. Ebből látható a sugárzás eloszlásának hőmérsékletfüggése is: magasabb hőmérséklet esetén rövidebb hullámhossz felé tolódik el, és magasabban fut az eloszlásgörbe. A 2.1. és 2.2. ábra rendre a Nap és a Föld elektromágneses sugárzásának Planck-görbáját mutatja. Megállapítható, hogy a két görbe szinte egyáltalán nem fedi át egymást. A Napból érkező rövidhullámú sugárzást a Föld hosszuhullámúvá alakítja át. Mivel a két sugárzási spektrum elkülönül, jól mérhető a Nap és a Föld sugárzása.



2.1. ábra: A Napsugárzás számított (szaggatott vonal) és mért (folytonos vonal) spektruma (Czelnai, 2004. p.73.)



2.2. ábra: A Föld hőmérsékleti sugárzásának spektruma (Czelnai, 2004., p.88.)

Ha a Planck-törvényt integráljuk mind a hullámhossz, mind pedig a térszög szerint, megkapható belőle az egységnyi felület által egységnyi idő alatt kibocsátott energia. Ezt az összefüggést Stefan-Boltzmann-törvénynek nevezzük, és alakja:

$$E = \sigma T^4$$

A Stefan-Boltzmann állandót $\sigma = 5,67 \cdot 10^8 \text{ W/m}^2\text{K}^4$ jelöli.

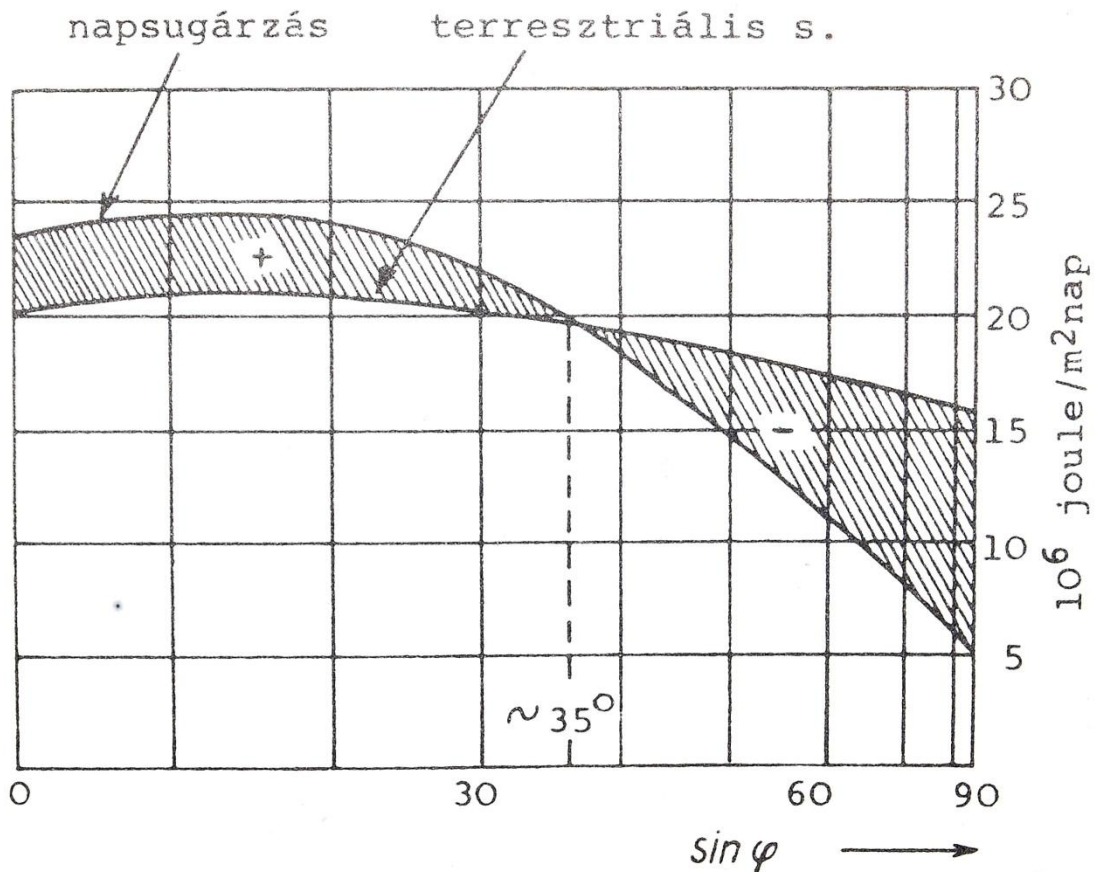
Ennek alapján a napsugárzásból a légkör külső felszínének egységnyi felületére egységnyi idő alatt

$$S = 1390 \text{ W/m}^2$$

energia érkezik, melyet napállandónak nevezünk. A hosszú távú mérések bizonyították, hogy ez az energiafluxus tényleg állandó, ingadozása a mérési hibahatáron belül van. (Gill, 1982., p.16.) Értéke átlagos Nap-Föld távolság esetére értendő, de mivel a Föld pályája a Nap körül alig lapított ellipszis, így a napállandó csak $\pm 3\%$ -os változékonysággal bír – maximuma januárban, minimuma júliusban van.

Ezzel szemben sokkal nagyobb változékonyságot okoz, hogy a napsugarak a légkör különböző pontjait különböző szögben érik. A napállandó értéke a sugarakra merőleges, egységnyi területű felületelem esetére vonatkozik, θ szögű beesés esetén értelemszerűen $S \cos \theta$ -val kell számolni. A Föld adott helyén a θ szög az év folyamán a Föld tengelyferdesége miatt jelentős mértékben változik. Ha a Föld tengelye merőleges lenne az ekliptika síkjára, akkor a bejövő sugárzás mértéke az Egyenlítőn mindig maximális lenne, a sarkokon pedig zérus, így nem lennének évszakok. (Gill, 1982., p.3.)

A bejövő napsugárzás és a kimenő hosszuhullámú sugárzás földrajzi szélességek szerinti eloszlása alapján előállítható az energiamérleg szélesség szerinti eloszlása is, melyet a 2.3. ábrán mutatunk be.



2.3. ábra: A rövid- és a hosszuhullámú sugárzás áramainak földrajzi szélesség szerinti eloszlása (Czelnai, 2004., p.95.)

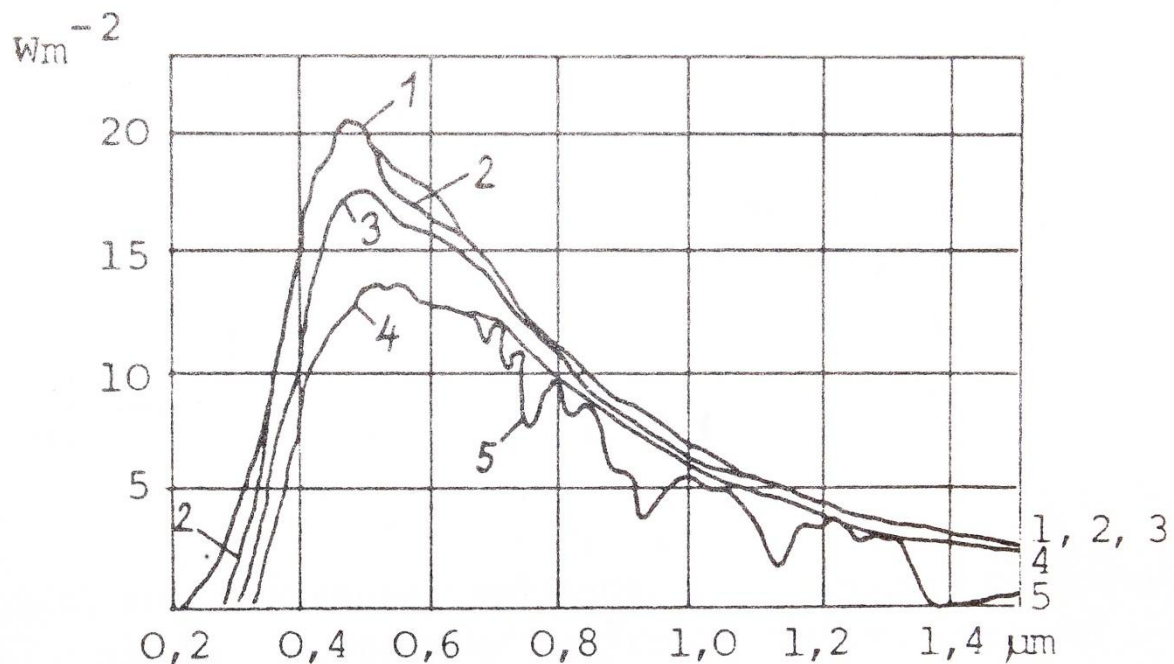
Jól látható, hogy a trópusi területek mérlege pozitív, míg a közepes szélességektől kezdve a mérleg negatív. Ez az a különbség, ami az általános légkörcsét hajtja, azon keresztül törekszik a légkör a különbség kiegyenlítésére. Ha a légkör által okozott üvegházhatás nem létezne, és – légkör hiányában – a kiegyenlítésre irányuló mozgások nem alakulnának ki, az energiamérleg alapján a földi átlaghőmérséklet jóval alacsonyabb lenne. A trópusok tájékán $270K$, a sarkoknál $160K$ körüli hőmérséklet lenne jellemző. (Gill, 1982., p.7.) További vizsgálatok azt mutatják, hogy az energia sarkok felé történő szállításában mind a légkör, mind pedig az óceáni áramlások egyaránt fontos szerepet játszanak. (Gill, 1982., p.14.)

A Naptól érkező S energiafluxus a légkör külső határára érkezik. A napállandóból a földfelszín napsugárzásra vett merőleges vetületével megkapható az energiafluxus, ami a teljes Földet éri:

$$\Phi_F = R_F^2 \pi S = 1,77 \cdot 10^{17} W$$

Ennek a szélesség szerinti eloszlását sima földfelszín esetén és a légkör hiányában a beesési szög és a nappalok hossza meghatározná. A légkörtől viszont nem tekinthetünk el, a Föld felszínére sokkal kevesebb energia jut, és hullámhossz szerinti eloszlása is változik a beérkezőhöz képest.

Az átalakulás bonyolult folyamatok eredménye, amit a 2.4. ábra mutat, melyen a Napból a Földre érkező sugárzás spektruma látható.

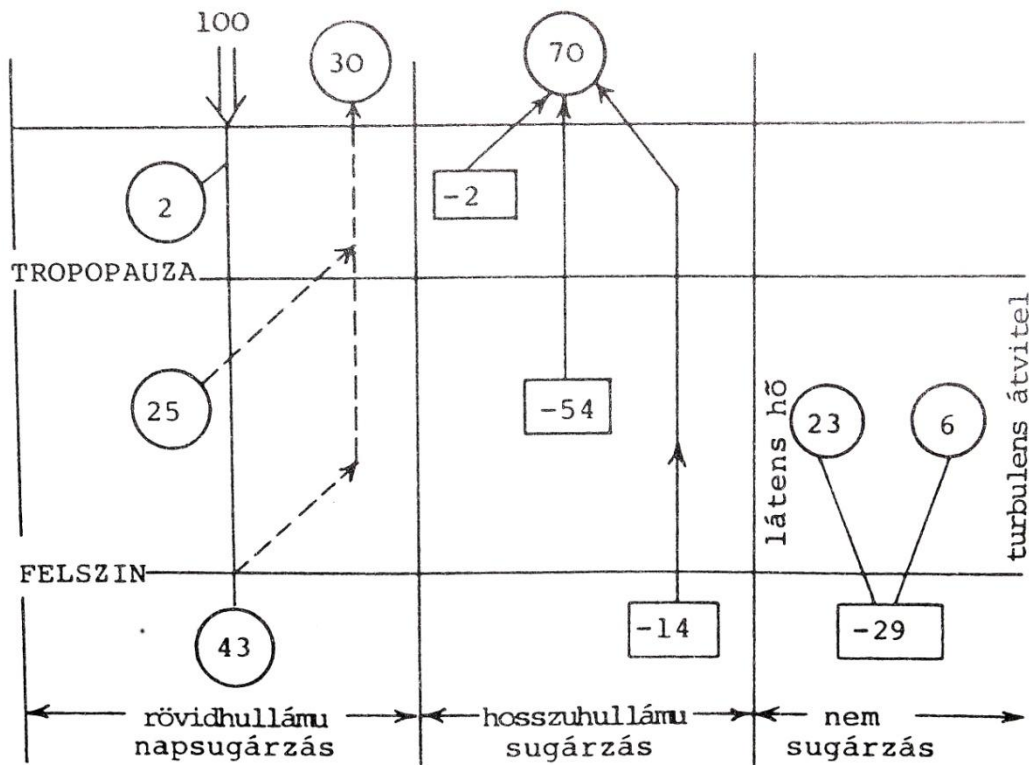


2.4. ábra: A napsugárzás légkör tetejére eső spektruma (1), valamint a spektrum néhány egyéb szinten (2,3,4,5) (Czelnai, 2004., p.82.)

Az ábra 1. számú görbéje a légkör tetejére érkező spektrumot mutatja. A 2. számú görbe közvetlenül az ózonréteg alatt készült, és az látható rajta, hogy a rövid hullámhosszú ultraibolya sugárzás kiszűrődött. Az ózonpajzson a bejövő energiának körülbelül 2%-a nyelődik el, mely lokálisan felmelegedést okoz, ezzel a sztratoszféra inverziós állapotát kialakítva. A 3-dik görbén a levegő molekuláin történő Rayleigh-szóródás, a 4-dik pedig az aeroszol részecskéken és vízcseppeken létrejövő Mie-szóródás miatt kialakuló veszteségeket szemlélteti. A szóródás során a sugarak nem nyelődnek el, csupán megváltozik a terjedésük iránya. A felszín szempontjából ez is energiaveszteségnek minősül, mivel a kezdetben a felszín felé tartó sugarak egy része az irányváltozás után visszajuthat a világűrbe. A szóródás mértéke függ a sugarak hullámhosszától – például emiatt kék színű az ég. Az 5-ös görbe a

felszínre érkező spektrum, melyen több hullámvölgy is látható. Ezek azért jönnek létre, mert a különböző légköri anyagok csak bizonyos (diszkrét) hullámhosszakon nyelik el az elektromágneses sugárzást. Hasonló, a Nap külső légkörén, illetve a csillagközi poron bekövetkező elnyelési folyamatok okozzák a számított és a mért napsugárzási spektrum különbségét (2.1. ábra).

Az átlagos energiamérleg összefoglalása a 2.5. ábrán látható.



2.5. ábra: A Föld-légkör rendszer átlagos energiamérlege (Czelnai, 2004., p.94.)

Az ábra három oszlopa a rövidhullámú sugárzás, a hosszuhullámú sugárzás, valamint a nem sugárzásos hőátvitel egyenlegét mutatja. Az ábra sorairól a földfelszín, a troposzféra, és a tropopauza energiamérlege olvasható le. A bejelölt mennyiségek mindegyikét a 100 egységnek vett Napból érkező teljes sugárzási energia mértékében fejeztük ki. Az első oszlop szerint a Napból érkező rövidhullámú energia 30%-a visszaverődik, 25%-át a troposzféra, 43%-át a Föld felszíne, a maradék 2%-ot pedig a tropopauza nyeli el. Az elnyelt 70%-nyi energiahányad a Föld-atmoszféra rendszerből hosszuhullámú sugárzás formájában távozik. 14%-ot a Földfelszín, 54%-ot a troposzféra és 2%-ot a tropopauza sugároz ki. Látható, hogy a troposzféra több mint kétszeres mennyiségű energiát sugároz ki hosszuhullámú sugárzás

formájában ahhoz képest, mint amennyit a rövidhullámúból elnyel. A kettő közti különbség a Föld felszínén elpárolgó és a légkörben lecsapódó víz által szállított energiából, valamint a turbulens átviteli folyamatokból származik.

A fentiekben vázoltuk a beeső sugárzási energiamérleg sajátosságait és a földrajzi szélesség szerinti változását, majd bemutattuk a nedvességszállítás és a turbulencia szerepét a rövid- és hosszuhullámú sugárzási mérleg kiegyenlítésében. A légköri folyamatokat alapvetően ezek az egyenetlenségek hajtják, mert az Egyenlítő felől a sarkok felé irányuló energiaáramlást és a Föld felszínéről a légkör felé induló nem sugárzási kiegyenlítődési folyamatokat kinetikus energia, illetve nedvesség szállítása hozza létre.

3. A légkör energiatípusai

A légkörben az energia különböző típusai vannak jelen. Ezek a belső energia ($U = c_v T$), a mozgási energia ($K = \frac{1}{2} v^2$), valamint a helyzeti energia ($\phi = gz$), melyeket rendre egységnyi tömegű légrézre értelmezünk a fenti módokon. A légköri energiamérleg megállapításához az egyes energiatípusok teljes összegét szokás vizsgálni, illetve az energia-eloszlás figyelembevételkor lokális energiamérleg is felírható.

3.1. Az energiaösszegek

A továbbiakban Götz és Rákóczi műve alapján (1981., p. 226-232.) megnézzük, hogy az energia egyes formáiból „mennyi van” a légkörben, és ezek milyen arányban viszonyulnak egymáshoz. Ehhez először tekintsünk egy egységnyi felületű légoszlopot. Vizsgáljuk először a belső energiát:

$$U_{\blacksquare} = \int_0^{\infty} \rho c_v T dz$$

A sztatika alapegyenlete szerint $dz = -\frac{dp}{\rho g}$, melyet felhasználva:

$$U_{\blacksquare} = - \int_{p_0}^0 \frac{c_v}{g} T dp = \frac{c_v}{g} \int_0^{p_0} T dp$$

Az egységnyi felületű légoszlopban található helyzeti energiára az alábbi adódik:

$$\phi_{\blacksquare} = \int_0^{\infty} \rho g z dz = \int_0^{p_0} z dp = - \int_0^{\infty} z \frac{dp}{dz} dz$$

Itt ismét felhasználtuk a sztatika alapegyenletét. Ez utóbbit tudjuk parciálisan integrálni.

$$\phi_{\blacksquare} = -[zp]_{z=0, p=p_0}^{z=\infty, p=0} + \int_0^{\infty} p dz = - \int_{p_0}^0 \frac{p}{\rho g} dp = \frac{R}{g} \int_0^{p_0} T dp$$

Az előzőekből könnyen megkaphatjuk a helyzeti és a mozgási energia arányát:

$$\frac{U_{\blacksquare}}{\phi_{\blacksquare}} = \frac{c_v/g}{R/g} = \frac{c_v}{c_p - c_v} = 2,5$$

Sokkal több belső energia található a légkörben, mint helyzeti, de mivel mindkettőből nyerhető rendezett kinetikus energia, így célszerű őket együtt kezelni:

$$TP_{\blacksquare} = \phi_{\blacksquare} + U_{\blacksquare} = \frac{c_v + R}{g} \int_0^{p_0} T dp = \frac{c_p}{g} \int_0^{p_0} T dp$$

Itt TP a teljes potenciális energiát jelöli, ami a helyzeti és a belső energia összegeként adódik. A teljes potenciális energia fogalmát Margules vezette be 1903-ban.

Már csak a légoszlopbeli kinetikus energia van hátra:

$$K_{\blacksquare} = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \rho v^2 dz = \frac{1}{2g} \int_0^{p_0} v^2 dp = \frac{p_0}{2g} \overline{v^2}$$

Ehhez ismét felhasználtuk a sztatika alapegyenletét, valamint a felülvonás átlagot jelöl. Hogy ezt össze tudjuk hasonlítani a teljes potenciális energiával, azt is a mozgási energiához hasonló alakra kell hozni. Ehhez az adiabatikus hangsebesség definícióját használjuk fel: $c^2 = RT \frac{c_p}{c_v}$, amelyből $c_p = \frac{c_v c^2}{RT}$. Ezt visszahelyettesítve a teljes potenciális energia egyenletébe:

$$TP_{\blacksquare} = \frac{c_v}{gR} \int_0^{p_0} c^2 dp = \frac{c_v p_0}{gR} \overline{c^2}$$

Ennek alapján

$$\frac{K_{\blacksquare}}{TP_{\blacksquare}} = \frac{\overline{v^2}}{\overline{c^2}} \frac{1}{2} \frac{R}{c_v} \approx \frac{1}{2000}$$

Ehhez felhasználtuk, hogy a légkörben a szél mértéke átlagosan 17 m/s , a hangsebesség pedig 340 m/s . Ebből látszik, hogy a kinetikus energia, mely időnként akár házakat is képes romba dönteni, valójában a légkörben található energia elenyésző része.

Határozzuk meg ezen energiatípus időbeli megváltozását!

$$\frac{dU}{dt} = \frac{dQ}{dt} - p \frac{d\alpha}{dt} = \frac{dQ}{dt} - p\alpha \nabla \cdot \mathbf{v}$$

Kiindulásképp a termodinamika első főtételét használtuk fel, melyet átalakítottunk a kontinuitási egyenlet specifikus térfogatra felírt

$$\frac{d\alpha}{dt} - \alpha \nabla \cdot \mathbf{v} = 0$$

alakja alapján. A helyzeti energia időbeli megváltozása igen egyszerű:

$$\frac{d\phi}{dt} = g \frac{dz}{dt} = gw$$

A mozgási energiára pedig a következő adódik:

$$\frac{dK}{dt} = \mathbf{v} \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{\mathbf{v}}{\rho} \cdot \nabla p - (f\mathbf{k} \times \mathbf{v}) \cdot \mathbf{v} + \frac{1}{\rho} \mathbf{F}_s \cdot \mathbf{v} - g\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}$$

Ebben kihasználhatjuk, hogy $g\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} = gw$, valamint hogy a Coriolis-erő teljesítménye zérus.

A teljes légkörre történő átlagolás után tekintsük együtt a három egyenletet:

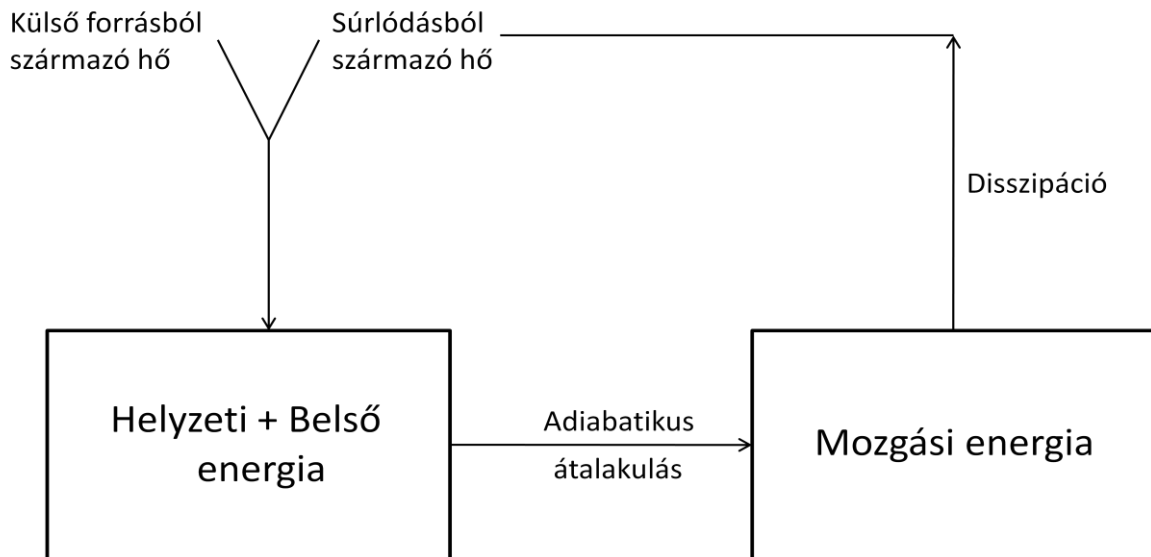
$$\frac{dU_{teljes}}{dt} = \int_V \rho \frac{dQ}{dt} dV - \int_V p \nabla \cdot \mathbf{v} dV = H - \int_V p \nabla \cdot \mathbf{v} dV$$

$$\frac{d\phi_{teljes}}{dt} = \int_V \rho g w dV$$

$$\begin{aligned} \frac{dK_{teljes}}{dt} &= - \int_V \mathbf{v} \cdot \nabla p dV - \int_V \rho g w dV + \int_V \mathbf{F}_s \cdot \mathbf{v} dV \\ &= \int_V p \nabla \cdot \mathbf{v} dV - \int_V \rho g w dV + \int_V \mathbf{F}_s \cdot \mathbf{v} dV \end{aligned}$$

A mozgási energiában a $-\int_V \nabla \cdot (p\mathbf{v}) dV$ tag eltűnik, mivel a Gauss-tételt felhasználva ez megegyezik a $-\int_F p v_n dF$ felületi integrállal, ami pedig zérus, mivel a sebesség normális komponense a földfelszínen nulla, a felső határon pedig a nyomás tűnik el. (Ez a tartomány ugyan nem egyszeresen összefüggő, de sztenderd eljárással, új vágási felület beiktatásával egyszeresen összefüggővé tehető.)

A kapott három egyenletet, ha megnézzük, észrevehetünk bennük azonos tagokat, de ellenkező előjellel. Ezek mutatják, hogy milyen módon történik az átalakulás az energia különböző formái közt. A belső energiában megjelenik a Napból jövő sugárzás miatt H energia, mely a másik tagon keresztül mozgási energiává alakulhat, a mozgási energia pedig a vertikális elmozdulás és tömegátrendeződés során helyzeti energiává alakulhat. A mozgási energia egyenletében levő disszipációs tag pedig fenntartja az egyensúlyt (Tasnádi, 2008).



3.1. ábra: A légköri energiacyklus (Lorenz, 1960., p.86.)

Mindezek alapján definiálhatunk konverziós tényezőket az energia különböző formái közt. A belső energia átalakulhat kinetikus energiává, ennek mértékét jelöljük $C(I, K)$ -val! Potenciális energia is átalakulhat mozgási energiává, melynek mértéke $C(P, K)$. A belső energia nem alakulhat közvetlenül potenciális energiává, viszont a bejövő napsugárzás miatt $G(I)$ mértékben termelődik. Végül a kinetikus energia a súrlódás miatt $D(K)$ mértékben disszipálódik. Ezzel az új jelöléssel átírhatjuk az energiák időfejlődését:

$$\frac{dP}{dt} = -C(P, K)$$

$$\frac{dI}{dt} = G(I) - C(I, K)$$

$$\frac{dK}{dt} = C(I, K) + C(P, K) - D(K)$$

4. A felhasználható potenciális energia

Az előző fejezetben megfigyelhettük, hogy a teljes potenciális energiának mennyire csekély hányada az aktuális mozgási energia. Miért ennyire kevés energia alakul kinetikus energiává? Egyáltalán mekkora az a hányada a teljes potenciális energiának, amely átalakulhat kinetikus energiává? Ilyen kérdések vezérelték Edward Lorenz-et, amikor 1955-ben megalkotta a felhasználható potenciális energia fogalmát.

A meteorológusok már a 20. század elején tudták, hogy a légköri potenciális energia nem alakulhat teljes mértékben kinetikus energiává. Számítógépes kapacitás hiányában azonban csak bemutató jellegű példákat tudtak alkotni a fogalomrendszer megértése érdekében. Az egyik legegyszerűbb példa, amivel a felhasználható potenciális energia fogalom érthetővé válik, az a hengeres edényben elhelyezkedő megzavart felületű folyadék példája. Tegyük fel, hogy az R sugarú hengeres edényben a folyadék magassága $h(x, y, t)$! Ekkor egyszerűen kiszámítható a folyadék átlagos magassága:

$$\bar{h} = \frac{1}{F} \int_F h(x, y) dF$$

F jelöli a folyadékhenger felszínét. Kiszámítható a folyadék helyzeti energiája is, és a folyadék egységnyi felületre eső energiája.

$$E_p = \frac{1}{F} \int_F \int_0^h \rho g z dz dF = \frac{\rho g}{2F} \int_F h^2 dF$$

Ebben felhasználtuk, hogy a folyadékunk ρ sűrűsége állandó. Nyilvánvaló, hogy amennyiben a folyadék felszíne nem vízszintes, akkor a kiegyenlítődési folyamatok során a folyadék helyzeti energiája csökken, ezzel közeledve a helyzeti energiájának minimális értékéhez, mely esetben a folyadék magassága minden pontban megegyezik az átlagos magassággal. Tételezzük fel, hogy egy adott pillanatban ismerjük a folyadékmagasság eloszlását, és ebben a pillanatban a részecskék még nem mozognak. Ha ettől a pillanattól magára hagyjuk a rendszert, akkor a nyomáskiegyenlítődési folyamatok miatt a folyadék felszínén hullámozás indul meg, a folyadékrészek mozgásba jönnek, majd ez a mozgási energia a súrlódás hatására disszipálódik, és a felszín nyugalomba kerül. A potenciális energiának csak egy része alakulhat azonban mozgási energiává, hiszen a minimális potenciális energiával a folyadék

mindig is rendelkezni fog. Ennek megfelelően az aktuális helyzeti energia minimálistól vett eltérését definiálhatjuk felhasználható potenciális energiaként. Ennek meghatározása:

$$E_p = \frac{\rho g}{2F} \int_F (\bar{h}^2 + 2\bar{h}h' + h'^2) dF = \frac{\rho g}{2} \bar{h}^2 + \frac{\rho g}{2F} \int_F h'^2 dF$$

Itt a magasságot felbontottuk az átlagos érték és az attól vett eltérés összegére. Ez alapján:

$$A = \frac{\rho g}{2F} \int_F h'^2 dF$$

A légköri energiacyklus során – mint azt az előbbieken láttuk – nem-adiabatikus módon teljes potenciális energia képződik, mely adiabatikus módon átalakul kinetikus energiává. Haurwitz 1941-ben megmutatta, hogy a kinetikus energia a belső és a helyzeti energiát állandó arányban „használja fel”. Ez a kinetikus energia a viszkozitáson keresztül újra teljes potenciális energiává alakul (3.1. ábra). Mivel egyik energiaforma sem halmozódhat fel, hosszú idő átlagában az átalakulási folyamatok nagyságának azonosnak kell lenniük. Az általános cirkuláció intenzitásának egyik mérőszáma, hogy pillanatnyilag mennyi kinetikus energia található a légkörben. Mivel a disszipáció közelítőleg arányos magával a mozgási energiával, az ugyancsak megfelelő mércéje az általános cirkuláció intenzitásának. Célszerű lenne egy ettől független mérőszámot megállapítani. Ha a többi közül például a teljes potenciális energia termelődését próbáljuk megbecsülni, abba a problémába ütközünk, hogy hosszú távon a légkör nettó energia-bevétele zérus, így ez meg fog egyezni a viszkozitásból származó energiával, emiatt tehát a teljes potenciális energia termelődése nem független mérőszám. Ehelyett a teljes potenciális energia kinetikus energiává történő átalakulásának intenzitását vizsgáljuk, melyet a legcélszerűbben a felhasználható potenciális energián keresztül tudunk megtenni (Lorenz, 1960., p.87.). Ennek alapján is érdemes a felhasználható potenciális energia fogalmát bevezetni, melyet Lorenz eredeti, 1955-ös cikke, valamint (Práger, 1992., p.128-136.) alapján teszünk meg.

Lorenz a felhasználható potenciális energiát a teljes potenciális energia pillanatnyi értékének a referenciaállapotban levő minimumértékétől vett eltéréseként definiálta:

$$A = TP - TP_{min}$$

Ez a referenciaállapot a barotróp nyugvó légkör. A számítások során a földfelszínt síkként közelítjük a $p = p_0 = 1000hPa$ szinten. Már Lorenz előtt is próbálkoztak a felhasználható potenciális energia definiálásával, mint például Margules 1903-ban. Az ő példája hasonló a fent vázoltéhoz: egy edényben függőleges fallal elválasztott különböző sűrűségű folyadékrészek potenciális energiáját elemezte. Ekkor a korábbi példával ellentétben nem a folyadékfelszín egyenetlenségei hordozzák a felhasználható potenciális energiát, hanem az eltérő sűrűségből fakadó nyomáskülönbség tudja beindítani a kiegyenlítő mozgásokat. Már Margules is megállapította a zárt rendszeréről, hogy adiabatikus tömegátrendeződés során a rendszer potenciális energiája megváltozhat, és ezzel azonos mértékben, de ellentétes irányban változik a mozgási energiája. Ha beáll a horizontális rétegzettség, a teljes potenciális energia eléri minimumát, a kinetikus pedig a maximumát, mely egyenlő lesz a felhasználható potenciális energiával. Ez a definíció azért „sántít”, mert a légkörben nem található különálló zárt rendszer rögzített tömegű anyaggal. Lorenznek jutott eszébe, hogy a zárt, rögzített tömegű rendszernek a teljes légkört tekintse. Mivel Lorenz a felhasználható potenciális energiát adiabatikus átrendeződéssel értelmezte, az nem tartalmazza a hidrosztatikai instabilitásban tárolt energiát, ami konvekció során ugyancsak felszabadulhat, így az csak a légkör baroklinitásában jelen levő energiát jeleníti meg.

A következőkben egy példával szemléltetjük, milyen tulajdonságokat is várunk el a célszerűen definiált felhasználható potenciális energiától. Képzeljük el, hogy a légkör horizontálisan rétegzett! Ebben az esetben, annak ellenére, hogy nagy mennyiségű teljes belső energiával rendelkezik, abból semennyi sem alakulhat kinetikus energiává. Vegyünk egy olyan térrészt, ahol hőt közlünk a légkörrel! Ekkor belső energiát adunk a légkörhöz, de egyben a rétegzettség is felborul, ezáltal nyomási gradiens alakul ki. Ez a nyomási gradiens kiegyenlítő mozgásokat indít be, tehát kinetikus energia képződik. Most befolyásoljuk a rétegzett légkört a másik irányba, egy térrészben hűtsük! Ekkor a teljes belső energiából elveszünk, nyomási gradiens viszont most is kialakul, így ugyancsak lehetségessé válik a kinetikus energiába történő átalakulás.

A fentiekből megállapítható, hogy a felhasználható potenciális energiának az alábbi tulajdonságokkal biztosan rendelkeznie kell:

- 1, A kinetikus energiával vett összege állandó.
- 2, A tömeg elrendeződése egyértelműen meghatározza.
- 3, Értéke zérus, ha a rétegződés horizontális és stabil.

- 4, Amennyiben az anyag nem horizontálisan rétegzett és nem stabil, akkor a felhasználható potenciális energia értéke szükségszerűen pozitív.

Az első tulajdonságból is következik, amit már fentebb említettünk, miszerint a kinetikus energia kizárólagos forrása a teljes potenciális energia. Természetesen egyáltalán nem biztos, hogy a felhasználható potenciális energia teljes egészében át is alakul kinetikus energiává. A későbbiekben látni fogjuk, annak elméletben átlagosan 10-12%-a a légkörben jelen levő mozgási energia. Példának okáért, ha az áramlás tisztán zonális, és a rendszer dinamikailag stabil egyensúlyban van, akkor egyáltalán nem szabadul fel kinetikus energia. Már Lorenz is felvetette, hogy a felhasználható potenciális energia fogalmát újra kellene értelmezni mozgó alapállapotra is, hogy ebben az esetben is zérus legyen. Ehhez viszont a második tulajdonságot ki kéne bővíteni – a felhasználható potenciális energiát nem önmagában határozná meg a tömeg elrendeződése, hanem a momentum eloszlását is figyelembe kellene venni.

4.1. A felhasználható potenciális energia matematikai alakja

Mivel a felhasználható potenciális energia definíció szerint adiabatikus tömegátrendeződést ír elő, ezért kézenfekvő az egyenleteket izentróp koordináta-rendszerben felírni. Ennek feltétele az eleve felhasznált stabilitás és hidrosztatikusság a légkör minden pontjában. Adiabatikus áramlás során a potenciális hőmérséklet eloszlása nem változik meg. Kiindulásként elevenítsük fel a teljes potenciális energia alakját:

$$TP = \frac{c_p}{g} \int_x \int_y \int_0^{p_0} T dp dy dx$$

Hogy áttérhessünk az izentróp koordináta-rendszerbe, fel kell használjunk a Θ potenciális hőmérséklet definícióját (a T hőmérsékletre átrendezve): $T = \Theta(p/p_{00})^\kappa$, ahol $\kappa = R/c_p$. Helyettesítsük tehát be a képletbe!

$$TP = \frac{c_p}{gp_{00}^\kappa} \int_x \int_y \int_0^{p_0} \Theta p^\kappa dp dy dx$$

Használjuk fel, hogy

$$p^\kappa dp = \frac{1}{\kappa + 1} d(p^{\kappa+1})$$

valamint, hogy

$$d(\Theta p^{\kappa+1}) = \Theta d(p^{\kappa+1}) + p^{\kappa+1} d\Theta$$

Ekkor:

$$TP = \frac{c_p}{gp_{00}^\kappa (1 + \kappa)} \left[\int_x \int_y \int_0^{p_0} d(\Theta p^{\kappa+1}) dy dx + \int_x \int_y \int_{\Theta_0}^{\infty} p^{\kappa+1} d\Theta dy dx \right]$$

Θ_0 a potenciális hőmérsékletet jelöli a felszínen. A kapott kifejezés zárójelében levő első tag nyomás szerinti integrálja kifejezhető. Mivel a légkör felső határán a nyomás zérus, ezért

$$\int_0^{p_0} d(\Theta p^{\kappa+1}) = \Theta_0 p_0^{\kappa+1}$$

A második integrálban az alsó határ kiterjeszhető. Erre azért van szükség, mert az izentróp felületek belemetszhetnek a felszínbe (Wiin-Nielsen & Chen, 1993., p.31.). Megegyezés szerint az izentróp felület azon részén, ahol az a földfelszín alatt halad, a nyomás a felszíni nyomással egyezik meg. Emiatt:

$$\int_F \int_0^{p_0} d(\Theta p^{\kappa+1}) dp dF = [\Theta p^{\kappa+1}]_0^{p_0} = \Theta_0 p_0^{\kappa+1} = \int_0^{\Theta_0} p^{\kappa+1} d\Theta_0$$

Ennek az egyenlőségnek az utolsó lépésében, mivel a nyomás a felszín alatt a felszíni értékével egyezik meg, kiemelhető az integrálás alól. Ekkor tehát:

$$\int_0^{\Theta_0} + \int_{\Theta_0}^{\infty} = \int_0^{\infty}$$

Midőn kiterjesztjük az integrálást, látható, hogy a teljes potenciális energiára kapott összefüggés zárójelében levő első integrált belevehetjük a másodikba. Mindezek alapján:

$$TP = \frac{c_p}{gp_{00}^\kappa} \frac{1}{1 + \kappa} \int_x \int_y \int_0^{\infty} p^{1+\kappa} d\Theta dy dx$$

Következő lépésben szükségünk van a teljes potenciális energia minimumára. Ebben az esetben a légnyomás értékének a teljes izentróp felületen azonosnak kell lennie, és mivel az izentróp felületen vett átlagnyomás adiabatikus tömegátrendeződés során nem változik meg, így azzal megegyező lesz. A fentihez hasonló módon:

$$TP_{min} = \frac{c_p}{gp_{00}^\kappa} \frac{1}{1 + \kappa} \int_x \int_y \int_0^\infty \bar{p}^{\kappa+1} d\Theta dy dx$$

A fenti két kifejezést felhasználva megkapjuk a felhasználható potenciális energia képletét:

$$A = \frac{c_p}{gp_{00}^\kappa} \frac{1}{1 + \kappa} \int_x \int_y \int_0^\infty (p^{\kappa+1} - \bar{p}^{\kappa+1}) d\Theta dy dx$$

Az egyszerűség kedvéért helyettesítsük a nyomást a megfelelő izentróp felületi átlagával (adott mennyiség felületi átlagát az $\bar{f} = \frac{1}{F} \int_x \int_y f dy dx$ szabály szerint képezzük, ahol F az aktuális felület), így az x és y szerinti integrálás leredukálódik a felülettel való szorzásra!

$$A = \frac{c_p}{gp_{00}^\kappa} \frac{F}{1 + \kappa} \int_0^\infty (\bar{p}^{1+\kappa} - \bar{p}^{1+\kappa}) d\Theta$$

Mivel a p nyomás is pozitív, illetve $1 + \kappa$ is, ezért az integrandus is mindig pozitív, így a felhasználható potenciális energia felé támasztott ezen követelésünk magától teljesül. Az integrandus akkor, és csak akkor zérus, ha az izentróp felületen mindenhol megegyezik a nyomás, de ez megfelel a horizontálisan rétegzett esetnek, amikor vissza is kell kapnunk a zérus felhasználható potenciális energiát.

A felhasználható potenciális energiának ez az alakja nem kezelhető túl könnyen, emiatt át kell alakítanunk. Ehhez felhasználjuk, hogy a nyomás értékét fel tudjuk írni az izentróp felületen vett átlagértéke, és az attól vett eltérésének összegeként:

$$p(x, y, \Theta) = \bar{p}(\Theta) + p'(x, y, \Theta)$$

Helyettesítsük be ezt a felbontást $p^{1+\kappa}$ -ba, és fejtsük ki a binomiális tétel szerint:

$$\begin{aligned} p^{1+\kappa} &= (\bar{p} + p')^{1+\kappa} = \\ &= \bar{p}^{1+\kappa} + \frac{1 + \kappa}{1!} \bar{p}^\kappa p' + \frac{(1 + \kappa)\kappa}{2!} \bar{p}^{\kappa-1} p'^2 + \frac{(1 + \kappa)\kappa(\kappa - 1)}{3!} \bar{p}^{\kappa-2} p'^3 + \dots \end{aligned}$$

Ha ezt az eredményt behelyettesítjük az eredeti kifejezésben levő különbségképzésbe, akkor:

$$\overline{p^{1+\kappa}} - \bar{p}^{1+\kappa} = \bar{p}^{1+\kappa} \left[(1 + \kappa) \overline{\left(\frac{p'}{\bar{p}}\right)} + \frac{\kappa(1 + \kappa)}{2} \overline{\left(\frac{p'}{\bar{p}}\right)^2} + \frac{(1 + \kappa)\kappa(\kappa - 1)}{6} \overline{\left(\frac{p'}{\bar{p}}\right)^3} + \dots \right]$$

Annak kiderítésére, hogy a p' -ben hányad rendtől hanyagolhatjuk el a tagokat, meg kell becsülnünk a p'/\bar{p} arányt. Az első rendű tag eleve kiesik, mivel $\bar{p}' = 0$. A becsléshez vegyük alapul, hogy a trópusokon az izentróp felületek közel horizontálisak (a felület közel felén), és a sarkokhoz közeledve kezdenek el ettől eltérni. Ez alapján a felület közel felén a p' értéke elég közel van a maximumához. Hogy felülbecsüljük a p' hatását, vegyünk egy eltúlzott példát: a nyomás a felület felén $p = 1000hPa$, és a sarkok felé a felület másik felén lineárisan csökken $300hPa$ -ig. Ekkor $\bar{p} = 825hPa$, $\overline{(p'/\bar{p})^2} = 0,075$, $\overline{(p'/\bar{p})^3} = -0,019$, tehát elég a másodrendű tagig megtartanunk a sort. Mindezek alapján:

$$A = \frac{c_p}{gp_0^\kappa} \frac{F\kappa}{2} \int_0^\infty \bar{p}^{1+\kappa} \overline{\left(\frac{p'}{\bar{p}}\right)^2} d\Theta$$

A felhasználható potenciális energia ilyen módú előállításában megjelenik az izentróp felületek nyomáseloszlásának szórásnégyzete, de ezt a kifejezést tovább tudjuk egyszerűsíteni, mivel ez a szórásnégyzet közel azonos a Θ potenciális hőmérséklet nyomási szinten vett szórásnégyzetével, ami pedig a nyomási szinten levő T hőmérséklet szórásnégyzetére utal. Tetszőleges pontban legyen p a nyomás és Θ a potenciális hőmérséklet. Ekkor:

$$p = \bar{p}(\Theta) + p'(x, y, \Theta)$$

$$\Theta = \bar{\Theta}(p) + \Theta'(x, y, p)$$

Mindemellett a nyomás meg kell, hogy egyezzen valamely más (közeli) szinten a nyomás átlagértékével – a potenciális hőmérséklettel is hasonlóan járunk el. $p = \bar{p}(\Theta - \Theta')$, $\Theta = \bar{\Theta}(p - p')$. Feltehetjük, hogy $p' \cong p''$ és $\Theta' \cong \Theta''$. Ez alapján: $\bar{p}(\Theta - \Theta') = \bar{p}(\Theta) + p'(x, y, \Theta)$, amelyből

$$p' = \bar{p}(\Theta - \Theta') - \bar{p}(\Theta) = -\frac{d\bar{p}}{d\Theta} \Theta'(x, y, p)$$

Ha ezt visszahelyettesítjük a szórásnégyzet helyére, akkor azt kapjuk, hogy:

$$\overline{\left(\frac{p'}{p}\right)^2} = \frac{1}{p^2} \overline{\left(\frac{d\bar{p}}{d\Theta} \Theta'\right)^2} = \overline{\left(\frac{\Theta'}{p}\right)^2} \left(\frac{d\bar{p}}{d\Theta}\right)^2$$

Ehhez felhasználhatjuk, hogy $d\bar{p}/d\Theta \approx \partial p/\partial\Theta = (\partial\Theta/\partial p)^{-1} \approx (d\bar{\Theta}/dp)^{-1}$, így

$$A = \frac{c_p}{gp_{00}^\kappa} \frac{F\kappa}{2} \int_{p_0}^0 p^{\kappa-1} \overline{\Theta'^2} \left(\frac{d\bar{\Theta}}{dp}\right)^{-1} dp = \frac{c_p}{gp_{00}^\kappa} \frac{F\kappa}{2} \int_{p_0}^0 \bar{\Theta}^2 p^{\kappa-1} \overline{\left(\frac{\Theta'}{\bar{\Theta}}\right)^2} \left(\frac{d\bar{\Theta}}{dp}\right)^{-1} dp$$

Ebből az alábbi összefüggés segítségével – melyet a sztatika alapegyenletének felhasználásával nyertünk – kijelölhetők az együtthatók, és csak a potenciális hőmérséklet marad az egyenletünkben:

$$\frac{d\bar{\Theta}}{dp} = -\frac{1}{g} \frac{R\bar{T}}{p} \frac{d\bar{\Theta}}{dz} = -\frac{1}{g} R\bar{\Theta} \frac{p^{\kappa-1}}{p_{00}^\kappa} \frac{d\bar{\Theta}}{dz} = -\frac{c_p}{g} \kappa \bar{\Theta} \frac{p^{\kappa-1}}{p_{00}^\kappa} \frac{d\bar{\Theta}}{dz}$$

Ezt felhasználva:

$$A = -\frac{F}{2} \int_{p_0}^0 \bar{\Theta} \overline{\left(\frac{\Theta'}{\bar{\Theta}}\right)^2} \left(\frac{d\bar{\Theta}}{dz}\right)^{-1} dp$$

Ahogy az előbb említettük, a potenciális hőmérséklet szórását közelíthetjük a hőmérséklet szórásával, $\Theta'/\bar{\Theta} \approx T'/\bar{T}$. Mindemellett a potenciális hőmérséklet vertikális gradiensére igaz a következő:

$$\frac{d\bar{\Theta}}{dz} = \left(\frac{p}{p_{00}}\right)^\kappa \left(\frac{d\bar{T}}{dz} + \frac{g}{c_p}\right) = \left(\frac{p}{p_{00}}\right)^\kappa (\gamma_d - \bar{\gamma})$$

ahol $\gamma_d = g/c_p$ a száraz levegő hőmérsékleti gradiense. Így

$$A = \frac{F}{2} \int_0^{p_0} \bar{T} \frac{1}{\gamma_d - \bar{\gamma}} \overline{\left(\frac{T'}{\bar{T}}\right)^2} dp$$

melyhez figyelembe vettük, hogy $\bar{\Theta} = \bar{T}(p_{00}/p)^\kappa$. Ez a kifejezés már elég egyszerű, így gyakorlati alkalmazása is lehetséges.

Mivel a számításaik során többen is használják, ezért levezetjük a felhasználható potenciális energia α specifikus térfogattal felírt alakját. Ehhez nem kell mást tennünk, mint felhasználni

az átlagolt gázegyenletet, és a nyomási koordináta-rendszer azon tulajdonságát, hogy a nyomás nem tér el az önmaga átlagától.

$$\bar{p}\bar{\alpha} = R\bar{T}$$

$$\bar{p}\alpha' = RT'$$

Ha ezt a kettőt elosztjuk egymással, azt kapjuk, hogy

$$\frac{T'}{\bar{T}} = \frac{\alpha'}{\bar{\alpha}}$$

A potenciális hőmérséklet definíciós összefüggéséből hasonló arány állapítható meg:

$$\frac{T'}{\bar{T}} = \frac{\Theta'}{\bar{\Theta}}$$

Használjuk fel továbbá, hogy

$$\bar{\Theta} = \bar{T} \left(\frac{p_{00}}{\bar{p}} \right)^\kappa = \frac{\bar{p}\bar{\alpha}}{R} \left(\frac{p_{00}}{\bar{p}} \right)^\kappa = \frac{\bar{\alpha}}{R} p_{00}^\kappa \bar{p}^{1-\kappa}$$

Helyettesítsük be mindezt a felhasználható potenciális energia

$$A = \frac{c_p}{g p_{00}^\kappa} \frac{F\kappa}{2} \int_{p_0}^0 \bar{\Theta}^2 p^{\kappa-1} \left(\frac{\Theta'}{\bar{\Theta}} \right)^2 \left(\frac{d\bar{\Theta}}{dp} \right)^{-1} dp$$

képletébe. Ekkor a következő összefüggést nyerjük:

$$A = \frac{F}{2g} \int_{p_0}^0 \frac{\bar{\Theta}}{\bar{\alpha}} \alpha'^2 \left(\frac{d\bar{\Theta}}{dp} \right)^{-1} dp$$

Ha felhasználjuk a

$$\bar{\sigma} = -\frac{\bar{\alpha}}{\bar{\Theta}} \frac{d\bar{\Theta}}{dp}$$

stabilitási paramétert! Így a felhasználható potenciális energia specifikus térfogattal felírt képletéhez jutunk:

$$A = \frac{F}{2g} \int_0^{p_0} \overline{\left(\frac{\alpha'^2}{\bar{\sigma}}\right)} dp$$

A fenti levezetés alapján már meg lehet határozni, mekkora a felhasználható és a teljes potenciális energia aránya a légkörben.

$$TP = \frac{c_p}{g} \int_x \int_y \int_0^{p_0} T dp dy dx$$

$$\frac{A}{TP} = \frac{1}{2} \frac{\gamma_d}{\gamma_d - \bar{\gamma}} \overline{\left(\frac{T'}{\bar{T}}\right)^2}$$

Az $1/(\gamma_d - \bar{\gamma})$ és minden valószínűség szerint a $\overline{T'^2}$ legnagyobb értékei a troposzférában fordulnak elő. Ha a fenti arányképzéshez felhasználjuk a tipikus értékeket: $\bar{\gamma} = \frac{2}{3}\gamma_d$, $\overline{T'^2} = 15^2 K^2$, $\bar{T} = 300K$, akkor az arányra $3/800$ adódik. Így a felhasználható rész a teljes potenciális energia kevesebb, mint 0.5%-a. Ez alapján elmondható, hogy a légkör nem valami hatékony hőerőgép. Ha ezt az eredményt egybevetjük a korábbival, mely szerint a teljes potenciális energia 1/2000 része a kinetikus energia, a korábban kijelentett arányt kapjuk: a légkörben jelen levő mozgási energia a felhasználható potenciális energia 10-12%-a.

4.2. A felhasználható potenciális energia időfejlődése

Elsősorban szükségünk lesz a nyomási koordináta-rendszerben felírt kontinuitási egyenletre, valamint a termodinamikai egyenletre:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0$$

$$\frac{dT}{dt} - \frac{\kappa T}{p} \frac{dp}{dt} = \frac{1}{\rho c_p} Q$$

A nyomási koordináta-rendszerben $\omega = dp/dt$ a vertikális sebesség. A termodinamikai egyenletet át kell alakítanunk a potenciális hőmérséklettel felírt alakjára. Ehhez vegyük a potenciális hőmérséklet definíciós egyenletének logaritmusát, majd deriváljuk idő szerint:

$$\Theta = T \left(\frac{p_0}{p}\right)^\kappa$$

$$\frac{d \ln \Theta}{dt} = \frac{d \ln T}{dt} - \kappa \frac{d \ln p}{dt} \Rightarrow \frac{1}{\Theta} \frac{d \Theta}{dt} = \frac{1}{T} \frac{dT}{dt} - \frac{\kappa}{p} \frac{dp}{dt} \Rightarrow \frac{dT}{dt} = \frac{T}{\Theta} \frac{d \Theta}{dt} + \frac{\kappa T}{p} \frac{dp}{dt}$$

Ha ezt behelyettesítjük a termodinamikai egyenletbe, átrendezés után megkapjuk annak a potenciális hőmérséklettel felírt alakját:

$$\frac{d \Theta}{dt} = \frac{\Theta \alpha}{T c_p} Q$$

Állítsuk elő a termodinamikai egyenlet divergens alakját: a kontinuitási egyenletet szorozzuk meg $\frac{1}{2} \Theta^2$ -tel, a termodinamikait pedig Θ -val, majd adjuk őket össze!

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \Theta^2 \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} \Theta^2 u \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{2} \Theta^2 v \right) + \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{1}{2} \Theta^2 \omega \right) = \frac{\Theta \alpha}{T c_p} \Theta Q$$

Emellett szükségünk lesz a potenciális hőmérsékletet tartalmazó eredeti termodinamikai egyenlet és a Θ -val megszorozott kontinuitási egyenlet összeadásával Θ -ra kapott divergens egyenletre is:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\Theta u) + \frac{\partial}{\partial y} (\Theta v) + \frac{\partial}{\partial p} (\Theta \omega) = \frac{\Theta \alpha}{T c_p} Q$$

Ha a fenti két egyenletnek vesszük az izentróp felületi átlagát, valamint felhasználjuk a tagoknál a szokásos izentróp felületi átlag és az attól vett eltérés szerinti felbontást, illetve hogy $\bar{\omega} = 0$, akkor a következőkhöz jutunk:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{\Theta}^2}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\Theta'^2}}{\partial t} \right) + \frac{\partial}{\partial p} \left(\overline{\omega' \Theta' \bar{\Theta}} + \frac{1}{2} \overline{\omega' \Theta'^2} \right) = \frac{\bar{\alpha} \bar{\Theta}}{c_p \bar{T}} (\bar{\Theta} \bar{Q} + \overline{\Theta' Q'})$$

$$\frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial p} \overline{(\omega' \Theta')} = \frac{\bar{\alpha} \bar{\Theta}}{c_p \bar{T}} \bar{Q}$$

Mindkét egyenletből kihagyhatjuk a horizontális advekcióval kapcsolatos tagokat, mivel azok izentróp felületi integrálja nyilvánvalóan zérus. Az első egyenlet harmadik tagja harmad rendben kicsi, így azt elhanyagolhatjuk. Az imént kapott második egyenletet szorozzuk meg $\bar{\Theta}$ -gal, majd azt vonjuk ki az elsőből!

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \bar{\Theta}^2}{\partial t} + \bar{\Theta} \frac{\partial}{\partial p} \overline{(\omega' \Theta')} = \frac{\bar{\alpha} \bar{\Theta}}{c_p \bar{T}} \bar{\Theta} \bar{Q}$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \overline{\Theta'^2}}{\partial t} + \overline{(\omega' \Theta')} \frac{\partial \overline{\Theta}}{\partial p} = \frac{\overline{\alpha \Theta}}{c_p \overline{T}} \overline{\Theta' Q'}$$

Ez az összefüggés a potenciális hőmérséklet szórásnégyzetének időfejlődését írja le, és mivel korábban láttuk, hogy ez a szórásnégyzet közvetlen kapcsolatban áll a felhasználható potenciális energiával, így alkalmas annak időfejlődését is jellemezni. Vegyük a felhasználható potenciális energia azon alakját, mely a potenciális hőmérséklet szórásnégyzetét tartalmazza:

$$A = \frac{c_p}{g p_{00}^\kappa} \frac{F \kappa}{2} \int_{p_0}^0 p^{\kappa-1} \overline{\Theta'^2} \left(\frac{d\overline{\Theta}}{dp} \right)^{-1} dp$$

Vegyük ennek az időbeli megváltozását az átlagok változásának elhanyagolásával!

$$\frac{dA}{dt} = \frac{c_p}{g p_{00}^\kappa} \frac{F \kappa}{2} \int_{p_0}^0 p^{\kappa-1} \frac{\partial \overline{\Theta'^2}}{\partial t} \left(\frac{d\overline{\Theta}}{dp} \right)^{-1} dp$$

Ebbe behelyettesíthetjük a potenciális hőmérséklet szórásnégyzetének megváltozását:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{\Theta'^2}}{\partial t} &= \frac{2 \overline{\alpha \Theta}}{c_p \overline{T}} \overline{\Theta' Q'} - 2 \overline{(\omega' \Theta')} \frac{\partial \overline{\Theta}}{\partial p} \\ \frac{dA}{dt} &= \frac{c_p F \kappa}{g p_{00}^\kappa} \int_{p_0}^0 p^{\kappa-1} \left(\frac{\overline{\alpha \Theta}}{c_p \overline{T}} \overline{\Theta' Q'} - \overline{(\omega' \Theta')} \frac{\partial \overline{\Theta}}{\partial p} \right) \left(\frac{d\overline{\Theta}}{dp} \right)^{-1} dp \end{aligned}$$

A hőt tartalmazó tag kiesik, mivel a körülmények adiabatikusak, emiatt:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{c_p F \kappa}{g p_{00}^\kappa} \int_0^{p_0} p^{\kappa-1} \overline{(\omega' \Theta')} dp$$

Használjuk ki, hogy $\Theta' p^{\kappa-1} = T'/p$, valamint a felületi átlagképzés definícióját! Így a felhasználható potenciális energia időbeli megváltozásának végső alakját nyerjük:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{g} \int_x \int_y \int_0^{p_0} \frac{RT' \omega'}{p} dp dy dx$$

4.2.1. Kapcsolat a kinetikus energia időfejlődésével

Vegyük a nyomási koordináta-rendszerben felírt kinetikus energia divergens alakját!

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{1}{2} (u^2 + v^2) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{2} (u^2 + v^2) u + \phi u \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{1}{2} (u^2 + v^2) v + \phi v \right] \\ + \frac{\partial}{\partial p} \left[\frac{1}{2} (u^2 + v^2) \omega + \phi \omega \right] - \omega \frac{\partial \phi}{\partial p} = 0 \end{aligned}$$

Ebből a teljes légkörre történő integrálással, a már megszokott átlag és attól való eltérés felbontást behelyettesítve a megfelelő tagokba, megkapható a kinetikus energia megváltozását leíró összefüggés:

$$\frac{dK}{dt} = -\frac{1}{g} \int_x \int_y \int_0^{p_0} \frac{RT' \omega'}{p} dp dy dx$$

Ebből és a felhasználható potenciális energia időfejlődésére kapott összefüggésből azonnal látszik, hogy

$$\frac{d(K + A)}{dt} = 0$$

Tehát az alapul vett kvázisztatikus és adiabatikus légkörben a mozgási és a felhasználható potenciális energia összege állandó. Ezáltal matematikailag is bizonyítást nyert, hogy a fenti módon definiált felhasználható potenciális energia eleget tesz a vele szemben támasztott első követelménynek, miszerint a mozgási energiával képzett összege legyen állandó.

5. A konvektív felhasználható potenciális energia

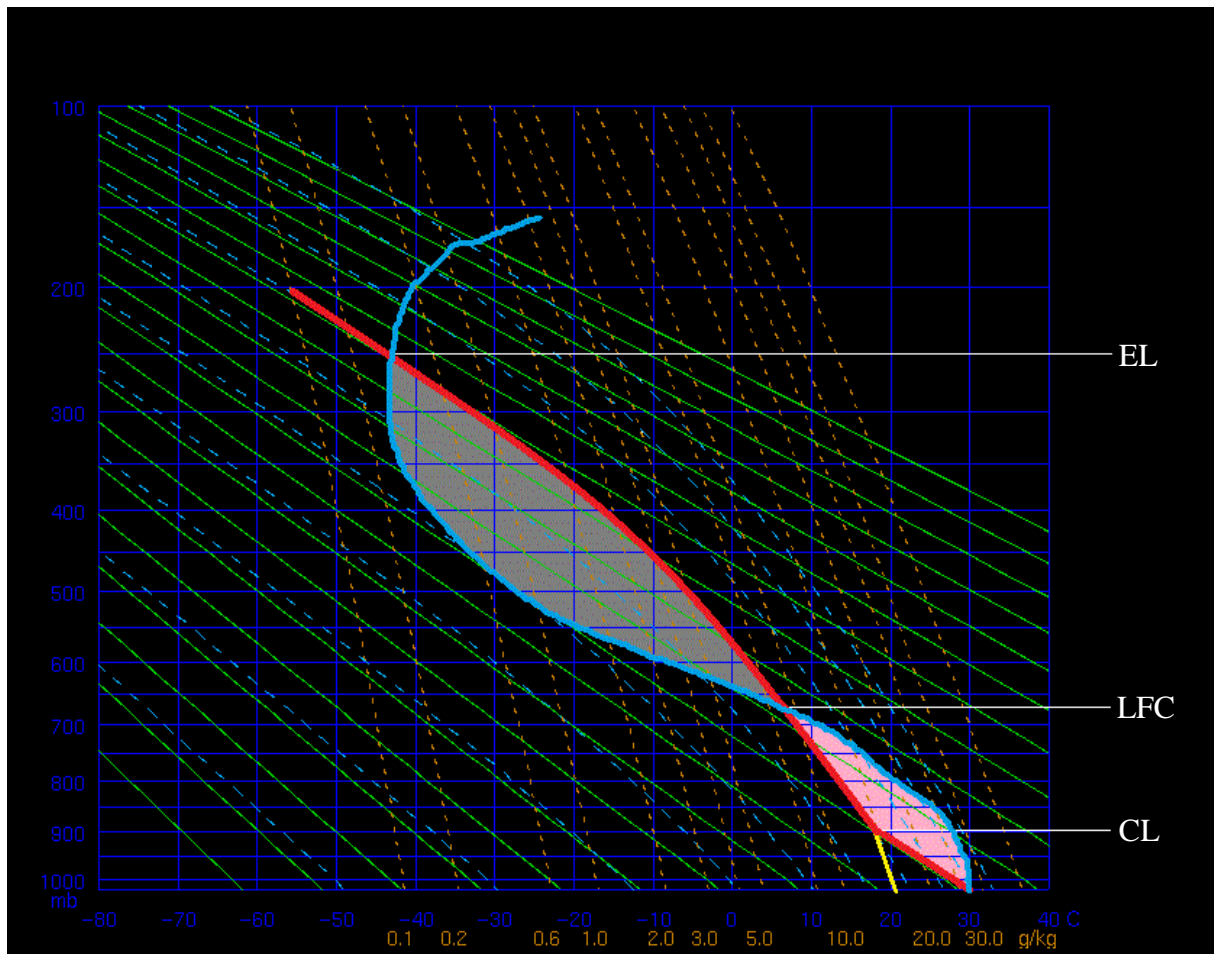
Az előző pontban tárgyalt felhasználható potenciális energia a nagyterségű folyamatokat jellemzi. Bevezetéséhez feltettük, hogy a légkör hidrosztatikus, rétegzettségére neutrális, és az áramlás adiabatikus. A kisebb terségű folyamatok esetén ezek a feltevések nem állják meg a helyüket. A légkör kifejezetten nem hidrosztatikus például a kumulatív felhőket kialakító feláramlások során, valamint ahol felhőképződés van, ott a vízgőz lecsapódik, tehát fázisátalakulási hő felszabadulása miatt az adiabatikusság feltétele is sérül.

A légkör egyetlen energiaforrása a Nap, ellenben – mint ahogy a korábbiakban láthattuk – az energia nagyobbik részét nem közvetlenül a levegő kapja. A Nap először a talajt melegíti fel, és a talaj melegíti fel a levegőt. Ha a Naptól egy pillanatra eltekintünk, a légkör beáll a hidrosztatikus egyensúlyba. Ebben az állapotban természetesen szintén „alul” vannak a melegebb légrések, de a felhajtóerőt éppen ellensúlyozza a nyomási gradiens erő. Ha ebbe a helyzetbe „bekapcsoljuk a Napot”, az előbbiekből alapján elmondható, hogy a légkör alulról kezd el melegedni. Ekkor felbomlik a hidrosztatika, mivel az alacsonyabban fekvő légréteg melegebb lesz, mint a hidrosztatikus esetben, így a felhajtóerő túlnő a nyomási gradiensén. Ebből kifolyólag a légréteg elkezd emelkedni. Emelkedés során, mivel alacsonyabb nyomású térrészbe ér, tágul. A tágulás során munkát végez, és a termodinamika első főtételének értelmében ekkor hűlnie kell.

Az előbb látható módon felborult hidrosztatikát hidrosztatikai instabilitásnak nevezzük. Ennek az instabilitásnak több fajtája is van. Jellemezze a környezet hőmérsékleti rétegződését γ_k , a légrétegét pedig γ . Száraz emelkedés során $\gamma = \gamma_d$, nedves esetben pedig $\gamma = \gamma_s$, ahol γ_d és γ_s a száraz, illetve a nedves hőmérsékleti gradiens. A rétegzettség abszolút stabil, ha $\gamma_k < \gamma$, azaz a környezet kevésbé hűl, mint a képzeletben kissé kimozdított légréteg. A helyzet neutrális, ha ez a kettő egyenlő. Abszolút instabilitásról beszélünk, ha $\gamma_s > \gamma$, tehát a kimozdított légréteg melegebb marad a környezeténél. Feltételes instabilitás akkor fordul elő, amikor a környezet rétegzettsége a nedves és a száraz hőmérsékleti gradiens közé esik, tehát a légréteg nedvessége határozza meg, hogy a kimozdításra a rendszer stabil vagy instabil-e. (Internet/1)

A konvekció sikeres kialakulása az instabilitástól függ. Ennek jellemzésére több könnyen számolható paramétert definiáltak, mint például a lifted index, a K index, a Showalter index, stb. A különféle jellemző paraméterek értékei a különböző erősségű zivatarok kialakulásának

valószínűségével hozhatóak kapcsolatba. Például a lifted indexet úgy határozzák meg, hogy veszik a környezet és a képzeletben 500hPa-ra emelt légréz hőmérsékletének különbségét. Ha ennek értéke negatív, azt mondjuk, hogy lehet konvekció. -3 és -6 közti érték esetén közepesen, -6 és -9 között erősen, -9 alatt pedig szélsőségesen instabil a rétegződés. Ezeket az indexeket széleskörűen használják és segítségével viszonylag megbízható becslések adhatók. Ennek ellenére a legegyszerűbb – és ezzel együtt nehezebben is számolható – módszer az energetikai vizsgálat.



5.1. ábra: Az emelkedő légréz és a környezetének hőmérséklete emagramon ábrázolva

A légréz emelkedésének termodinamikáját a legjobban emagramon lehet szemléltetni (5.1. ábra). Ez egy olyan termodinamikai diagram, melynek vízszintes tengelyén a hőmérséklet, függőleges tengelyén a nyomási szintek vannak, valamint fel vannak tüntetve rajta a száraz (kevésbé meredek, zöld, sűrűn szaggatott vonalak) és a nedves adiabaták (meredekebb, kék, szaggatott vonalak), illetve a telítettség (narancssárga) izovonalai. Ez alapján adott hőmérsékletű és nedvességű légréz képzeletbeli emelkedése jól szimulálható. Az ábrán világoskékkel jelöltük a környezet (erősen sematikus) rétegződését. A talajon a hőmérséklet

ebben az esetben 30°C, a harmatpont pedig 20°C. Pirossal jelöltük az emelkedő légelem állapotát.

A fentebb szemléltetett módon felboruló hidrosztatika miatt a légelem elkezd emelkedni. Mivel kezdetben tartalmazhatott vízgőzt, hűlés közben egyre közelebb kerül a telítéshez. Amíg azt el nem éri (ennek szintje a keverési arány vagy a harmatpont ismeretében egyértelműen meghatározható), száraz adiabatikusan, miután azt elérte, nedves adiabatikusan hűl. A telítési szinthez tartozó magasságot kondenzációs szintnek nevezzük (CL). Ettől kezdve – ettől ugyan kicsit még távolabb, de ezt a későbbiekben látni fogjuk – a légréteg emelkedik, mígnem a környezete ismét melegebb nem lesz nála. Ennek a magasságát kiegyenlítési szintnek nevezzük (EL).

A termodinamikai diagramok sajátossága, hogy rajtuk a közbezárt terület arányos a munkavégzéssel, ezért a konvektív felhasználható potenciális energiát (továbbiakban CAPE) gyakran csak úgy emlegetjük, mint „az emagramon a légréteg és a környezet hőmérséklete által körülzárt (pozitív) területet”. Az ábrán ezt a területet szürkével jelöltük. Tulajdonképpen a CAPE az a maximális energia, amire egy emelkedő légréteg szert tehet. Az előbbi közérthető definíció matematikai formája a következő (Holton, 1992., p.294.):

$$CAPE = \int_{LFC}^{EL} g \left(\frac{T_l - T_k}{T_k} \right) dz$$

Itt az l alsó index az emelkedő légréteget, míg a k alsó index a környezetet jelöli. Az integrálás határai a szabad konvekciós szint (LFC) és a korábban már definiált kiegyenlítési szint (EL). A szabad konvekciós szint az a magasság, ahol a (már telített) emelkedő légréteg hőmérséklete először túlszárnyalja a környezet hőmérsékletét.

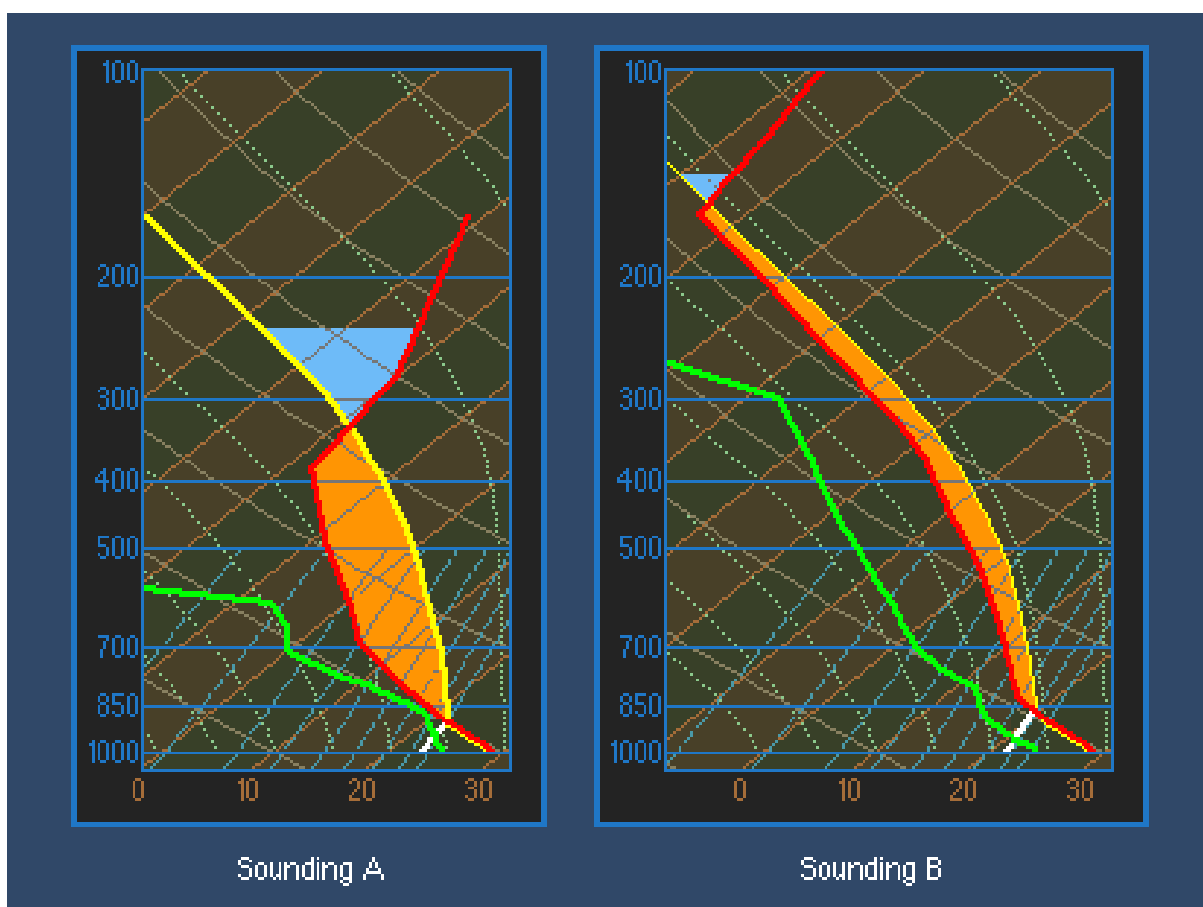
A képlet egy alternatív formája nyomási koordináta-rendszerben (Internet/2):

$$CAPE = \int_{p_{EL}}^{p_{LFC}} (\alpha_l - \alpha_k) dp$$

Itt p_{LFC} a nyomás a szabad konvekció szintjén, p_{EL} a nyomás a neutrális rétegződés szintjében, valamint α a specifikus térfogat. Ezek értéke attól függően változhat, hogy irreverzibilisnek vagy reverzibilisnek tekintjük-e a folyamatot (megegyezés szerint

irreverzibilisnek: a kicsapódó víz eső formájában kihullik), valamint hogy a jégképződés során felszabaduló látens hőt számításba vesszük-e (általában nem).

Ez alapján meghatározható a CAPE nagysága, melyből arra lehet következtetni, milyen erősségű feláramlás alakulhat ki. Mindemellett fontos, hogy a „pozitív terület” hogyan oszlik el a magassággal (5.2. ábra). Ha ugyan kisebb területen, de magasabb hőmérsékletkülönbséggel jön létre ugyanaz a CAPE, akkor nagyobb valószínűséggel alakul ki heves zivatar (lásd a lenti ábrát). A feláramlás erőssége a környezet nedvességétől is függ. Ha a környezet szárazabb, az a felhajtóerőre negatív hatással van, mivel a feláramló légréteg jobban tud hűlni a bekeveredés folytán. (Internet/4)



5.2. ábra: A két CAPE azonos mértékű, de más elrendeződésű. Heves zivatar az első esetben valószínűbb. (Internet/4, The COMET Program)

A CAPE számítása során törekednünk kell arra, hogy egy jellemző légréteg képzeletbeli emelését végezzük el. Mind a hőmérsékletének, mind pedig a nedvességének jól kell tükröznie az alsó 50-100hPa-os réteg viszonyait. Például a NOAA zivatar előrejelző intézetében három különféle CAPE-t számolnak: a felszínről indított, az alsó 300hPa-os

réteg leginstabilabb részéről indított, valamint az alsó 100hPa-os légréteg átlagos értékeivel bíró légrézét. (Internet/3)

Az ábráról könnyedén látható a nedvesség szerepe: minél telítettebb az emelkedő légelem, annál hamarabb eléri a kondenzációs szintet, tehát annál alacsonyabb szinttől kezdve emelkedik nedves adiabatikusan. Ekkor a hőmérséklete kevésbé csökken a magassággal, következésképpen a környezeténél melegebb lesz, mint a kevésbé telített esetben, így a CAPE mértéke is nagyobb lesz. Egy zivatar kialakulásához általában 1000-2000 J/kg CAPE elegendő. Emellett extrém értékek is előfordulhatnak, mely esetben tornádók és szupercella is kialakulhat. A magas mennyiségű CAPE a nagy méretű jég kialakulásának is kedvez. Extrém értéknek az 5000 J/kg fölötti CAPE tekintendő. Több ilyen esetben jegyeztek fel tornádókat, volt, amelyikhez 8000 J/kg-nál is magasabb CAPE érték tartozott. (Internet/6)

Ugyan a CAPE határozza meg, milyen erőteljes feláramlás alakulhat ki, fontos észrevennünk az emagamon rózsaszínnel jelölt területet. Mivel ez a terület olyan, mintha negatív CAPE lenne, az általa képviselt energiát konvektív tiltásnak hívjuk (convective inhibition, CIN). A fogalom neve abból fakad, hogy itt az emelkedő légréz hőmérséklete alulmarad a környezetéhez képest, így konvekció „magától” nem alakulhat ki. Ez az energia záróréteggént meggátolja a felfelé irányuló áramlásokat, így azok nem tudják elérni a szabad konvekciós szintet, tehát ezt az energiagátat le kell küzdeni a konvekció kialakulásához. Ez többféleképpen is lehetséges: ha a levegő nedvességtartalma megnő, a fent vázolt módon melegebb irányba tolódik az emelkedő légelem görbéje, így a CIN területe is csökken. Ha az alacsony szintű levegő melegszik, az is csökkentheti a CIN mértékét. A leghatásosabb módszer viszont, ha valami folytán az emelkedő légréz „átugorja” azt a réteget, ahol a CIN domináns. Ennek oka mezoskálán lehet orográfikus emelés, egy szomszédos zivatar hideg kifutószele, esetleg parti cirkuláció. Szinoptikus skálájú események, frontok is átemelhetik ezen a rétegen a légelemet. A 200 J/kg-nál nagyobb CIN már általában elegendő ahhoz, hogy a feláramlást megakadályozza. (Internet/5)

Mint azt korábban említettük, a CAPE elméletileg az az energia, melyre az emelkedő légréz potenciálisan szert tehet. Ez alapján

$$w_{max} = \sqrt{2 CAPE}$$

Amikor az energia-megmaradás alapján ezt az összefüggést kaptuk, természetesen elhanyagoltunk minden gátló tényezőt, mint például a környezeti levegő bekeveredését, tehát

ez az összefüggés erősen túlbecsüli a feláramlás lehetséges mértékét. A túlbecslés mértéke körülbelül kétszeres. Ez alapján egy viszonylag magas, $2000 J/kg$ -os CAPE értékkel rendelkező légoszlopban a feláramlási sebesség nagyjából $30 m/s$. (Internet/4)

6. A légköri energiák becslései

Az energia különböző formáinak megjelenését vizsgáltuk a légkörben. Adatsornak a NOAA (National Oceanic and Atmospheric Administration) által üzemeltetett NCEP (National Centers for Environmental Prediction) FNL adatsorát használtuk. Az analízis alapjául GDAS (Global Data Assimilation System) mérési adatok szolgálnak, amelyet ugyanazzal az interpolációs eljárással állítottak elő, mint amit az NCEP a GFS előrejelző modellhez is használ. A feldolgozásra kerülő teljes Földet lefedő adatsor felbontása 1° -os. Vertikálisan 26 nyomási szintet tartalmaz: 1000hPa, 975hPa, 950hPa, 925hPa, 900hPa, 850hPa, 800hPa, 750hPa, 700hPa, 650hPa, 600hPa, 550hPa, 500hPa, 450hPa, 400hPa, 350hPa, 300hPa, 250hPa, 200hPa, 150hPa, 100hPa, 70hPa, 50hPa, 30hPa, 20hPa és 10hPa. Az adatbázis 75 változója közül nekünk természetesen csak néhányat kellett használnunk. Az adatsorból 9 évre kiterjedő részt használtunk fel, melynek kezdete 2000. január 1. 00UTC, vége pedig 2008. december 31. 18UTC. A felbontás időben 6 órás.

6.1 A numerikus számítások elméleti háttere

Ebből az adatbázisból került előállításra az $E_k = \frac{1}{2}\rho v^2$ mozgási és az $E_b = \frac{1}{2}\rho c_v T$ belső energiasűrűség. Ezek előállításával két probléma adódott. Az első az, hogy az adatsor nem tartalmazza implicit módon a ρ sűrűséget, tehát származtatni kellett adatokból. A második pedig, hogy a sarkok felé közeledve a szélességi és hosszúsági körök, valamint a magassági szintek által körülzárt térfogatok nem azonosak, így azokat súlyoznunk kellett.

6.1.1. A sűrűség-kérdés

Az adatsor tartalmazza rácspontonként a hőmérséklet értékeit, valamint a nyomási szint egyértelműen adott. Ennek alapján kézenfekvő a gondolat, hogy a $p\alpha = RT$ állapotegyenletet használjuk. Mivel az R gázállandó függ a légelem nedvességétől, így azt is számításba kellett vennünk. Megvizsgáltuk azonban azt is, hogy a nedvesség figyelembevétele mekkora változást okoz az energiában ahhoz képest, ha pusztán száraz levegőre számolnánk.

A sűrűség ilyen módú előállításához az alábbi összefüggéseket használtuk fel:

$$(p - e)\alpha_d = R_d T$$

$$e\alpha_v = R_v T$$

$$e_s = e_{s0} 10^{\frac{c_1 t}{c_2 + t}}$$

$$\frac{e}{e_s} = RH$$

Itt a d alsó index a száraz levegőt jelöli, a v pedig a vízgőzt. A gázállandó értéke száraz levegőre $R_d = 287 J/kgK$, vízgőzre $R_v = 461,51 J/kgK$. A harmadik egyenlet a Magnus-Tetens-formula, melyben e_s a telítési gőznyomás, $e_{s0} = 6,11 hPa$ ennek a referenciaértéke $t = 0^\circ C$ -on. Vízgőz esetén $c_1 = 7,5$, $c_2 = 237,3^\circ C$, valamint $t = T - 273,15 K$ a hőmérséklet Celsius-fokban. RH a relatív nedvesség. A rendelkezésre álló adatok alapján α_d és α_v egyértelműen meghatározható, ezek alapján pedig a sűrűség: $\rho = \rho_d + \rho_v$, mivel a gázkeverékben a gázok egymástól függetlenül töltik ki a teret.

6.1.2. A térfogatváltozás kérdése

Az előbbiek alapján már egyszerű előállítani a $\rho c_v T$ belső energiasűrűséget és a $\frac{1}{2} \rho v^2$ kinetikus energiasűrűséget. Az adott légelemben tárolt energiamennyiséget megkapjuk, ha a rácshálózaton értelmezett mezőket olyan ráccsal súlyozzuk, melyen az értékek az elemi térfogatok nagyságainak felelnek meg. A Föld átlagos kerületét, ha elosztjuk 360° -kal, akkor $111,222 km$ -t kapunk, tehát a hosszúsági körök mentén ekkora táv felel meg 1° -nak. A Föld enyhén lapított alakjától most eltekintünk. Midőn a sarkok felé haladunk, az 1° -onként megrajzolt hálózatban a szélességi körök távolsága nem változik (marad ugyanez a $111,222 km$), ellenben a hosszúsági körök egyre közelednek egymáshoz. Két hosszúsági kör közt a távolság $111,222 km \cdot \cos \varphi$ lesz, ahol φ a földrajzi szélesség. Az $1^\circ \times 1^\circ$ -os alapterület északi és déli oldalának hossza csak csekély mértékben tér el, így azok közt nem teszünk különbséget, ennél fogva téglalap alappal számolunk. A térfogatelem meghatározásához már csak egy dolog hiányzik, mégpedig annak vertikális kiterjedése. A felhasznált adatsor nyomási koordináta-rendszerben van, így minden nyomási szint magassága is adott. A térfogatelemek vertikális kiterjedése ez alapján megkapható, ha az adott térfogatelem magasságából levonjuk az alatta levőét.

6.1.3. A nedvesség figyelembe vétele

Az előbbiek alapján nyilvánvaló, hogy mind a száraz levegő, mind pedig a vízgőz sűrűségének számításához elengedhetetlenek a relatív páratartalom adatai. A felhasznált adatsor ugyan kiterjed a $10 hPa$ -os nyomási szintig, ellenben a páratartalomról csak a

100hPa-os szintig tartalmaz adatokat. Emiatt csak az 1000-100hPa légréteg energiája származtatható a nedvesség figyelembe vételével. Számításokat végeztünk, hogy a légköri energiamennyiség mekkora hányada köthető a vízgőzhöz. Arra a következtetésre jutottunk, hogy a vízgőz által képviselt energiamennyiség két-három nagyságrenddel kisebb, mint a száraz levegő energiája. Nem vétünk nagy hibát tehát, ha lemondunk a nedvességről, és helyette a teljes, 1000-10hPa légréteg adatsorát dolgozzuk fel száraz levegőre. Ez esetben a sűrűség származtatása is egyszerűbb, mivel közvetlenül adódik az állapotegyenlet felhasználásával.

Az alább látható 6.1-4. ábra a belső, illetve a mozgási energia 1000-100hPa vertikális összegét mutatja külön-külön a száraz levegőre és a vízgőzre az adatsor első időpontjában, 2000. január 1-én 00UTC-kor.

A nedvességet figyelembe vevő szűkebb, valamint a tágabb száraz modell-légkör esetén is végeztünk kontrollszámításokat a légkörben található teljes belső energiát, a teljes mozgási energiát, illetve a légkör tömegét illetően. Mindhármat az adott energiasűrűség (illetve a sűrűség) térfogattal történő szorzataként és a rácspontokra történő felösszegzéseként állítottuk elő, majd vettük az egységnyi földfelületre eső értékeket, mindezt ugyancsak az idősor első időpontjában. Az eredményeket a 6.1. táblázat tartalmazza.

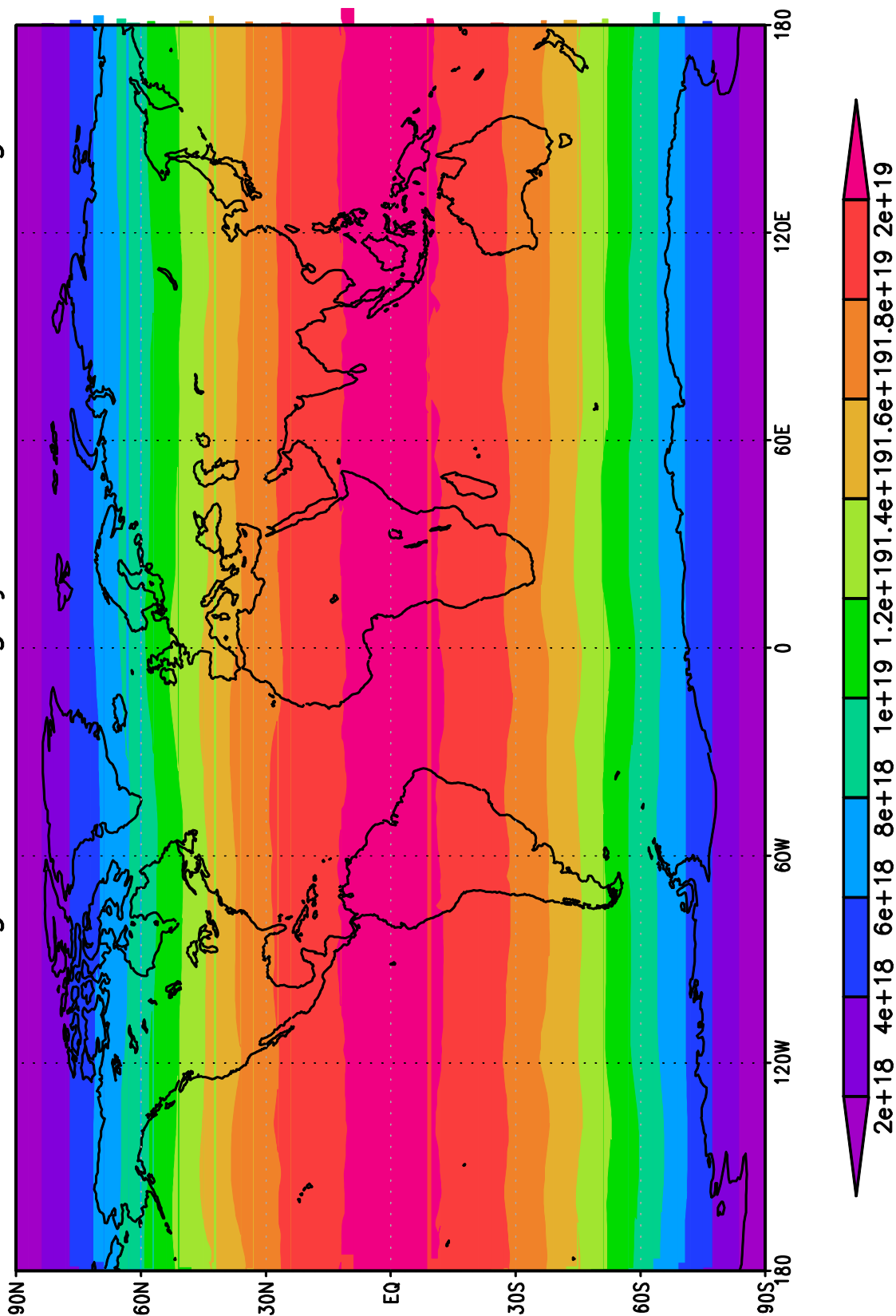
	Nedves levegőre	Száraz levegőre	Irodalmi adat
Teljes belső energia	$1,61773 \cdot 10^9 J/m^2$	$1,72812 \cdot 10^9 J/m^2$	$1,67 \cdot 10^9 J/m^2$
Teljes mozgási energia	$1,32751 \cdot 10^6 J/m^2$	$1,43914 \cdot 10^6 J/m^2$	$1,1534 \cdot 10^6 J/m^2$
Légkör tömege	$8850,4 kg/m^2$	$9595 kg/m^2$	$9400 kg/m^2$

6.1. táblázat: A kontrollértékek összehasonlítása az irodalmi adattal

Az adatok összehasonlításának alapjául Wiin-Nielsen és Chen 1993-as könyve szolgált.

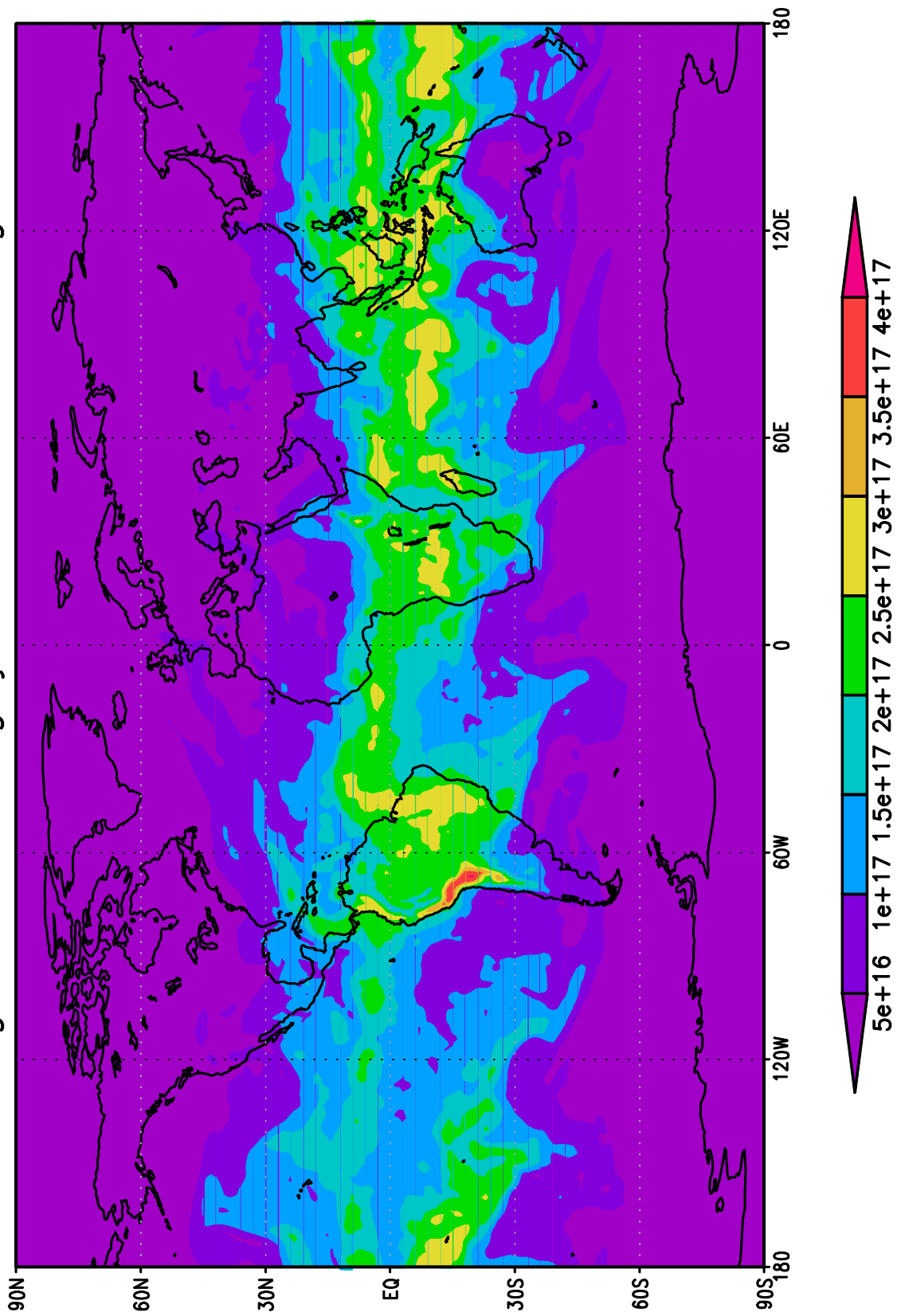
A további számítások meggyorsítása végett az eredetivel azonos tér- és időrácsra előállítottuk a belső és a mozgási energia értékeit.

Szaraz Levegő Belső Energiájának Vertikális Összege



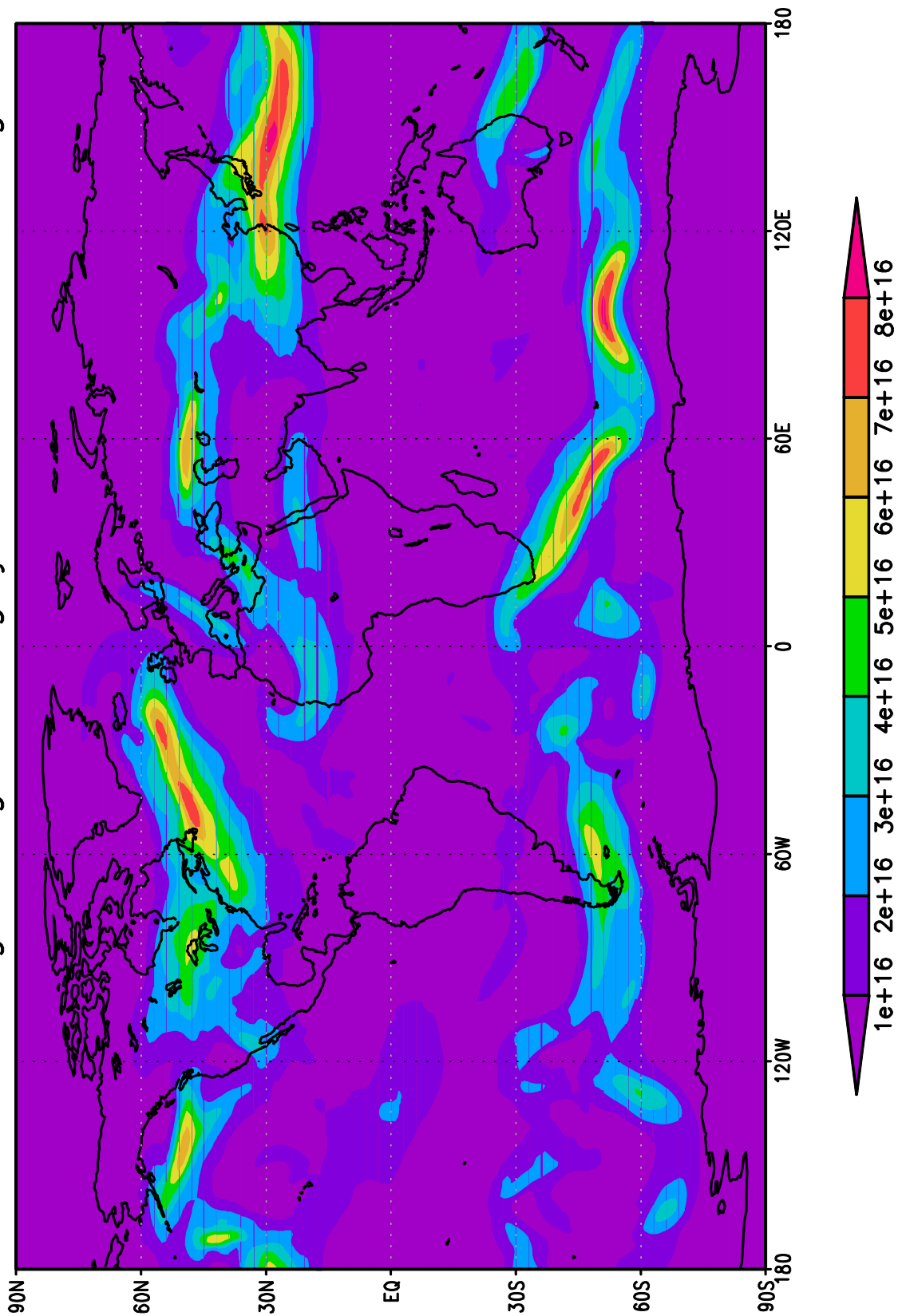
6.1. ábra: A belső energia vertikális összege 2000. január 1-én 00UTC-kor száraz levegőre

Vizgöz Belső Energiájának Vertikális Összege



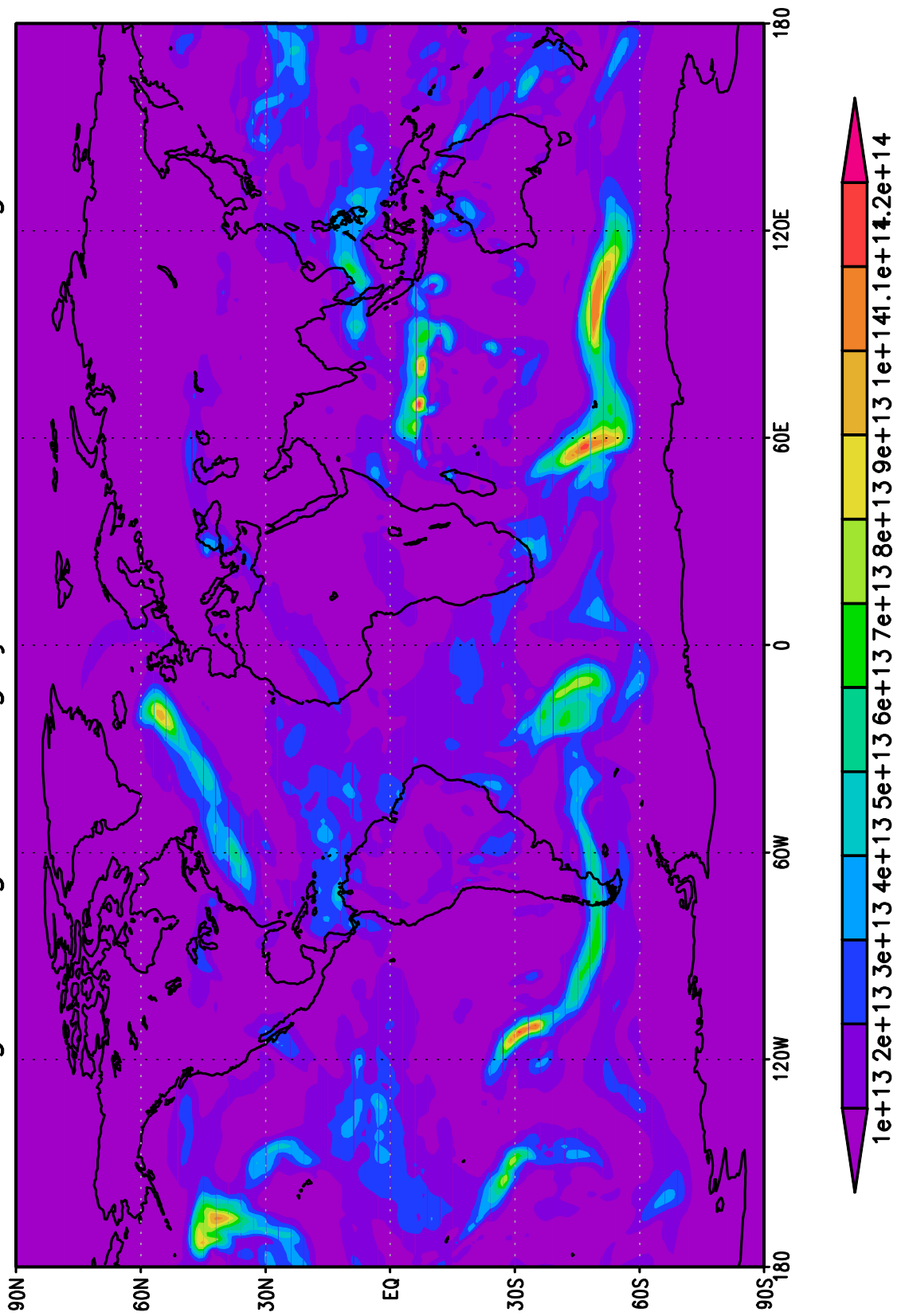
6.2. ábra: A belső energia vertikális összege 2000. január 1-én 00UTC-kor vízgőzre

Szaraz Levegő Mozgási Energiajának Vertikális Összege



6.3. ábra: A kinetikus energia vertikális összege 2000. január 1-én 00UTC-kor száraz levegőre

Vízgöz Mozgási Energiajának Vertikális Összege



6.4. ábra: A kinetikus energia vertikális összege 2000. január 1-én 00UTC-kor vízgőzre

6.2. Eredmények

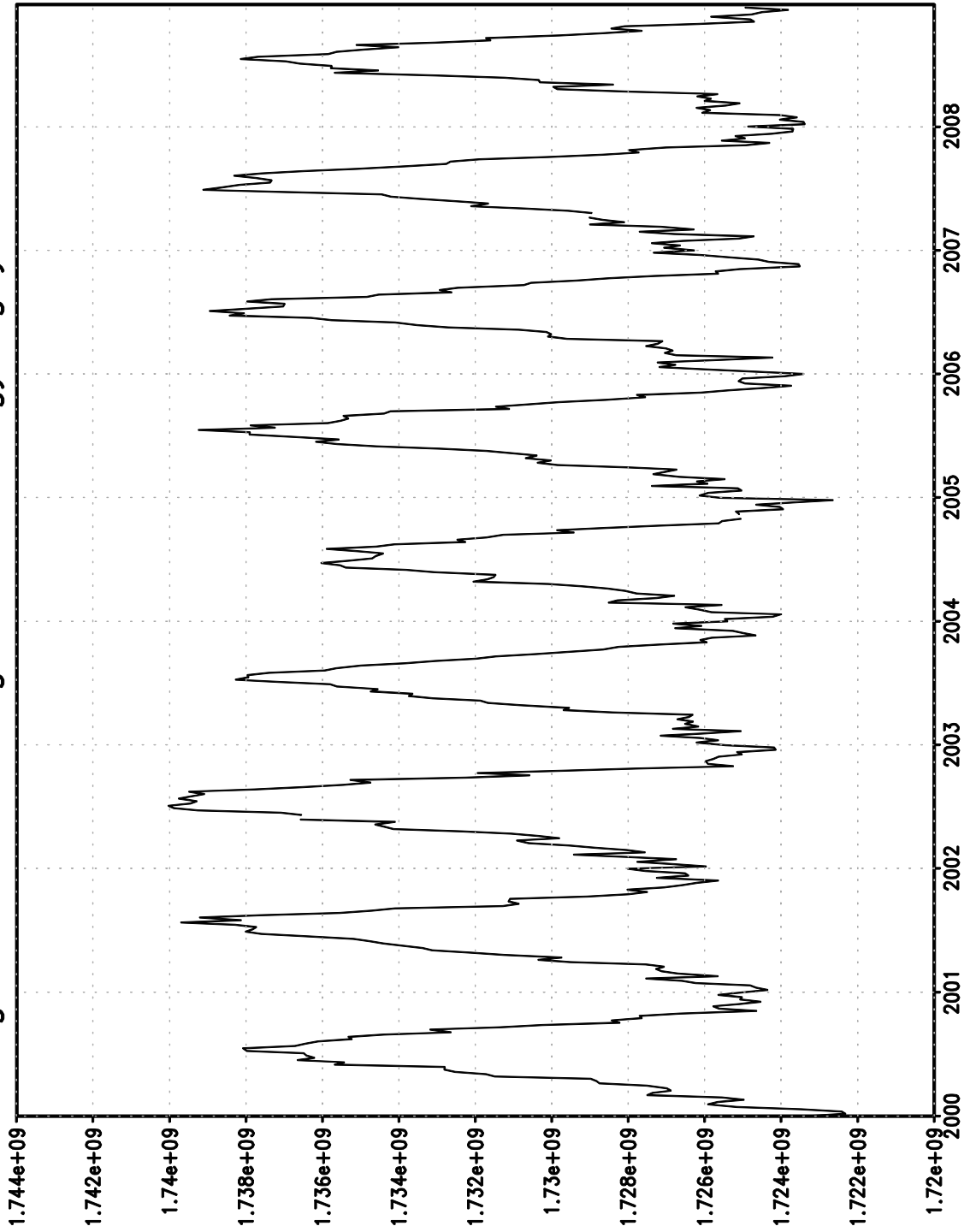
6.2.1. A teljes Földre összegzett energiák

A kontrollszámítások továbbviteleként megvizsgáltuk, hogyan alakul időben a teljes légkörre összegzett belső és kinetikus energia egységnyi földfelületre eső mértéke. Mivel a számítások igen sokáig tartottak, ezért el kellett döntenünk, hogy találmra kiválasztott évet vizsgáljunk sűrűbb időbeli mintavételezéssel, vagy a teljes 9 éves idősort ritkábbal. Az utóbbi mellett döntöttünk: 2000. január 1. 00UTC-vel kezdődően hetente egy időpontra számoltunk, így a 6.5. és a 6.6. ábrán látható időbeli meneteket kaptuk.

Megfigyelhető, hogy a belső energia maximuma az északi félteke nyarán, míg a minimuma télen, a déli félteke nyarán áll be. Ennek oka teljesen nyilvánvaló: amíg az északi féltekét nagyrészt szárazföldek, addig a délit többségében óceánok borítják. Az óceánok hőkapacitása nagy, így a déli félteke nyarán ezekben reked meg az energia ahelyett, hogy a légkör jobban felmelegedne.

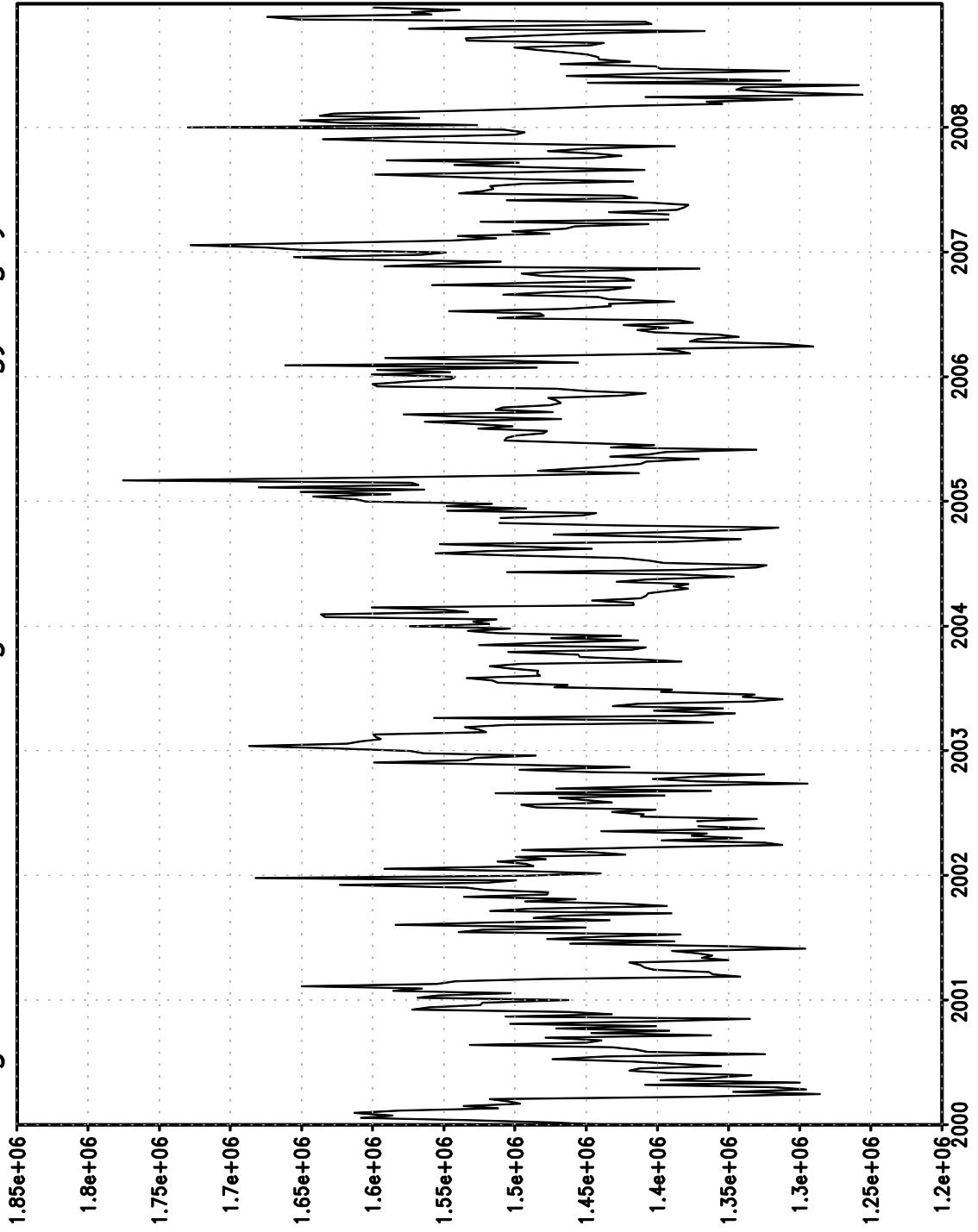
A kinetikus energia menete nem ennyire egyenletes, de az oszcillációk közt ugyanúgy felismerhető az éves periódus, csak fél év „fáziskéséssel”. Ez összhangban van azzal a sokat hallott megállapítással, hogy a nyáron felhalmozódó hőenergia télre mozgási energiává alakul át.

Legkor Belso Energiatartalma Egysegnyi Felületre



6.5. ábra: Az egységnyi felületre eső belső energia időbeli menete

Legkor Kinetikus Energiatartalma Egységnyi Felületre



6.6. ábra: Az egységnyi felületre eső kinetikus energia időbeli menete

A hetenkénti adatokból előállítottuk az éves átlagokat is, hogy igazoljuk a sejtésünket, miszerint sem a belső, sem a kinetikus energia légköri összege hosszabb távon nem ingadozhat túlságosan. Az eredményeket a 6.2. táblázat mutatja be.

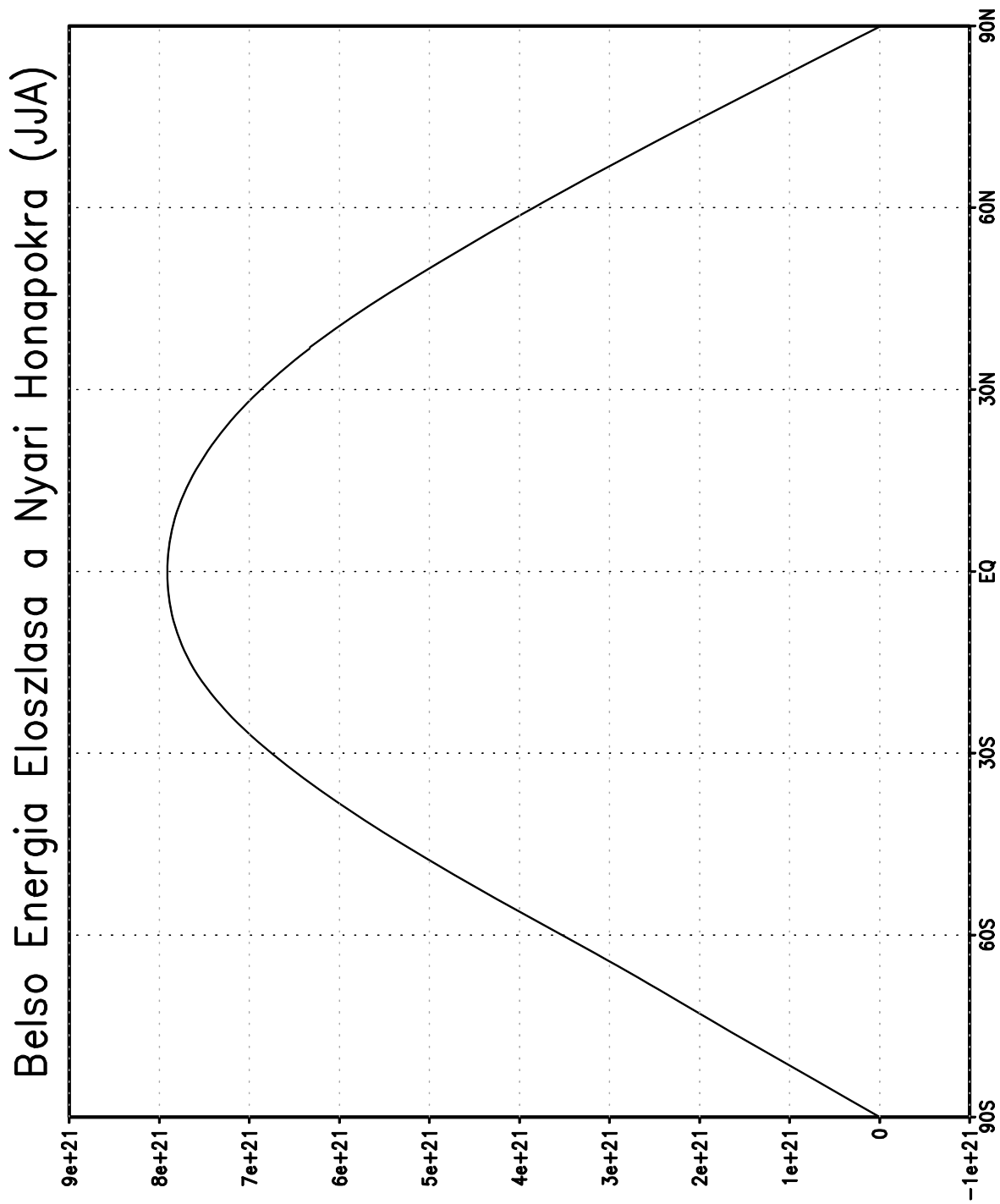
	Belső Energia	Kinetikus Energia
2000	$1,72977 \cdot 10^9 J/m^2$	$1,44347 \cdot 10^6 J/m^2$
2001	$1,73087 \cdot 10^9 J/m^2$	$1,46463 \cdot 10^6 J/m^2$
2002	$1,73163 \cdot 10^9 J/m^2$	$1,44195 \cdot 10^6 J/m^2$
2003	$1,73012 \cdot 10^9 J/m^2$	$1,47266 \cdot 10^6 J/m^2$
2004	$1,72939 \cdot 10^9 J/m^2$	$1,45379 \cdot 10^6 J/m^2$
2005	$1,73019 \cdot 10^9 J/m^2$	$1,50575 \cdot 10^6 J/m^2$
2006	$1,72993 \cdot 10^9 J/m^2$	$1,46372 \cdot 10^6 J/m^2$
2007	$1,73025 \cdot 10^9 J/m^2$	$1,50024 \cdot 10^6 J/m^2$
2008	$1,72924 \cdot 10^9 J/m^2$	$1,4667 \cdot 10^6 J/m^2$
9 évre	$1,73016 \cdot 10^9 J/m^2$	$1,46812 \cdot 10^6 J/m^2$

6.2. táblázat: Az egységnyi felületre eső belső és kinetikus energia évenkénti átlaga

Ezek alapján a sejtésünk beigazolódott, mivel mind a belső energia, mind a kinetikus energia is csak gyengén ingadozik. A belső energia minimuma $1,72924 \cdot 10^9 J/m^2$ (2009), maximuma $1,73163 \cdot 10^9 J/m^2$ (2002). A kinetikus energia minimuma $1,44195 \cdot 10^6 J/m^2$ (2002), maximuma $1,50575 \cdot 10^6 J/m^2$ (2005). Ugyan a kinetikus energia arányaiban többet ingadozik, még annak ingadozása is igen kicsi. Ebből az alacsony változékonyságból arra következtethetünk, hogy a légkör egy igen stabil rendszer.

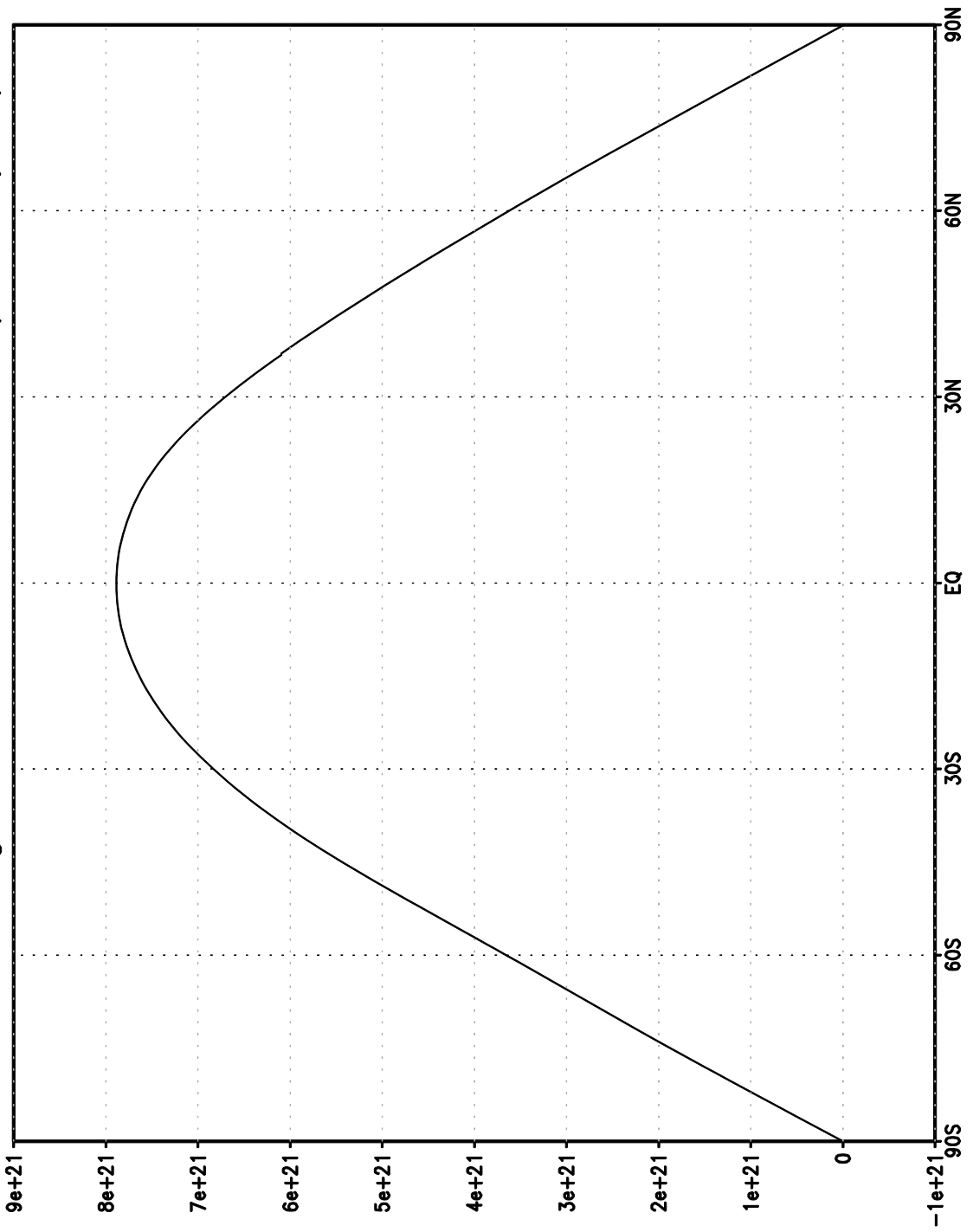
6.2.2. Az energiák szélesség szerinti eloszlása

A következő elemzésünk a légköri energiatípusok szélesség szerinti eloszlását vizsgálta. Ennek során elsősorban a téli és nyári állapotok közti különbségre koncentráltunk. Az adatsort a már korábban előállított energiarácsból másoltuk minden június 1. 00UTC és augusztus 31. 18UTC, valamint december 1. 00UTC és február 28. (29.) 18UTC közötti időpontra, vertikális összegzéssel. Ezután átlagolással megkaptuk a téli és nyári eloszlásokat. Ezek az adatok az adott szélességi körgyűrűn levő energiák összegei, és nem egységnyi felületre vett értékek, ebből adódik az előző pontokban látottakhoz képesti nagyságrendi eltérés. Az eredményeket a belső energia esetén a 6.7-9. ábrák, a kinetikus energia esetén a 6.10-12. ábrák szemléltetik.



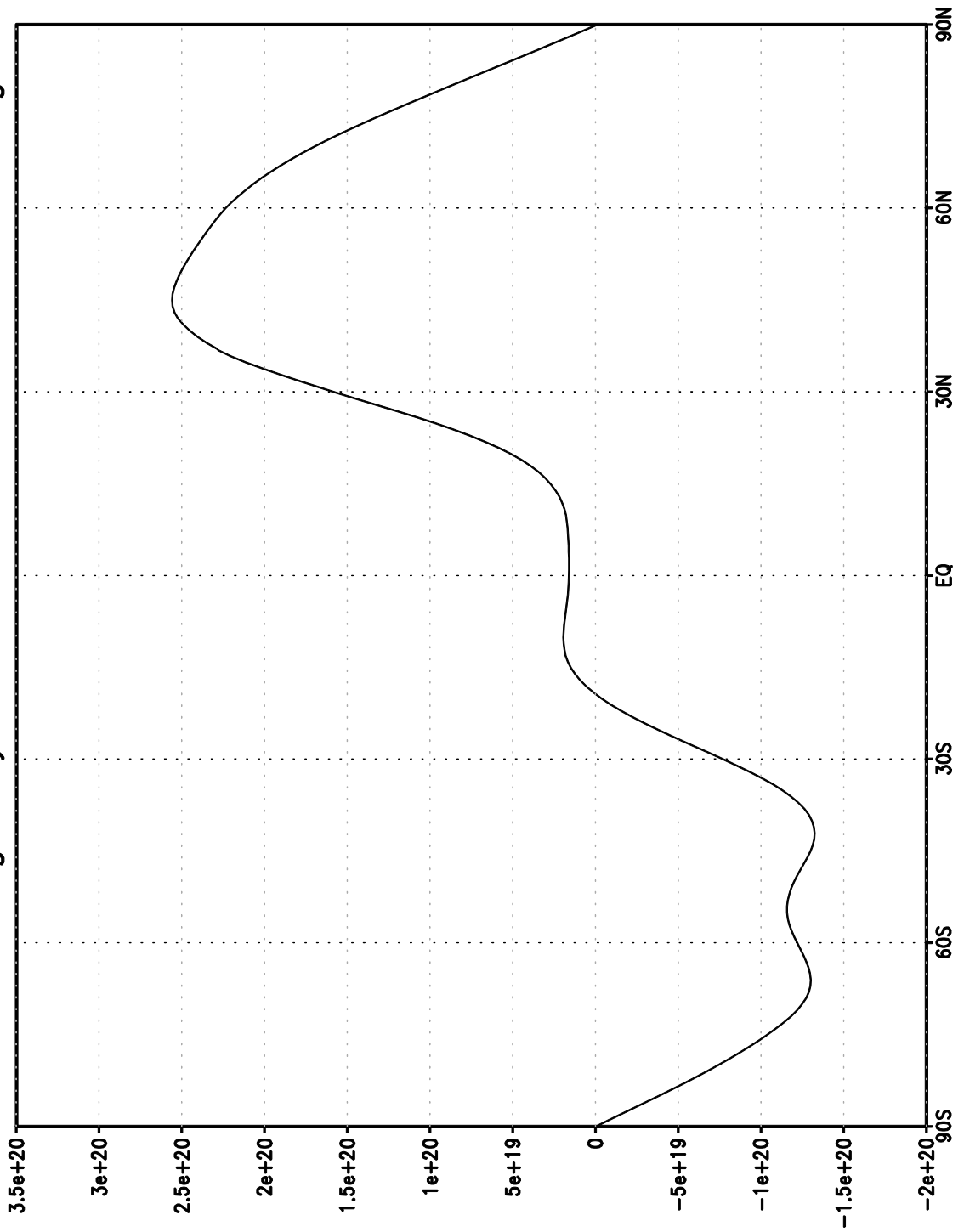
6.7. ábra: A belső energia átlagos nyári eloszlása

Belso Energia Eloszlasa a Teli Honapokra (DJF)

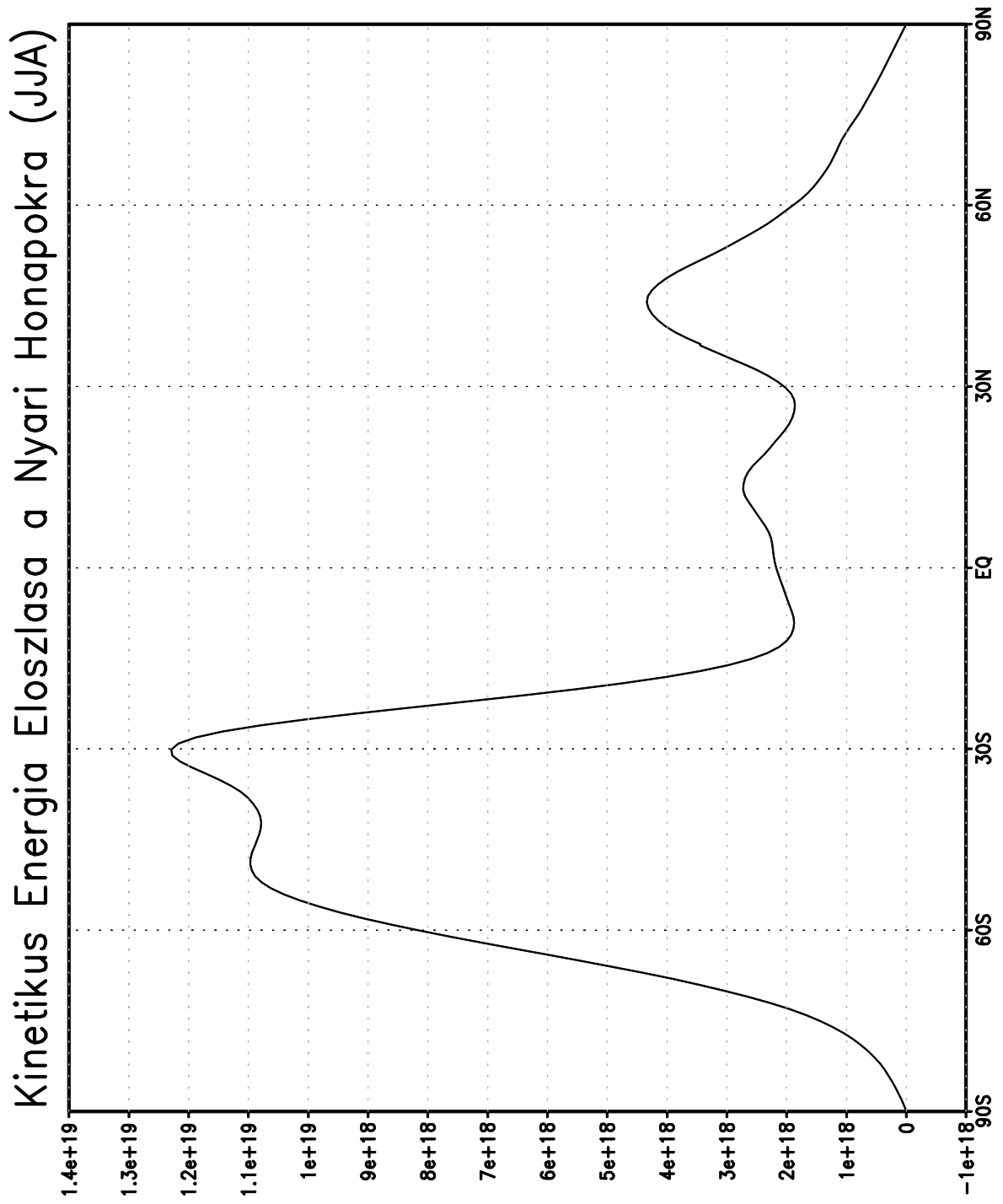


6.8. ábra: A belső energia átlagos téli eloszlása

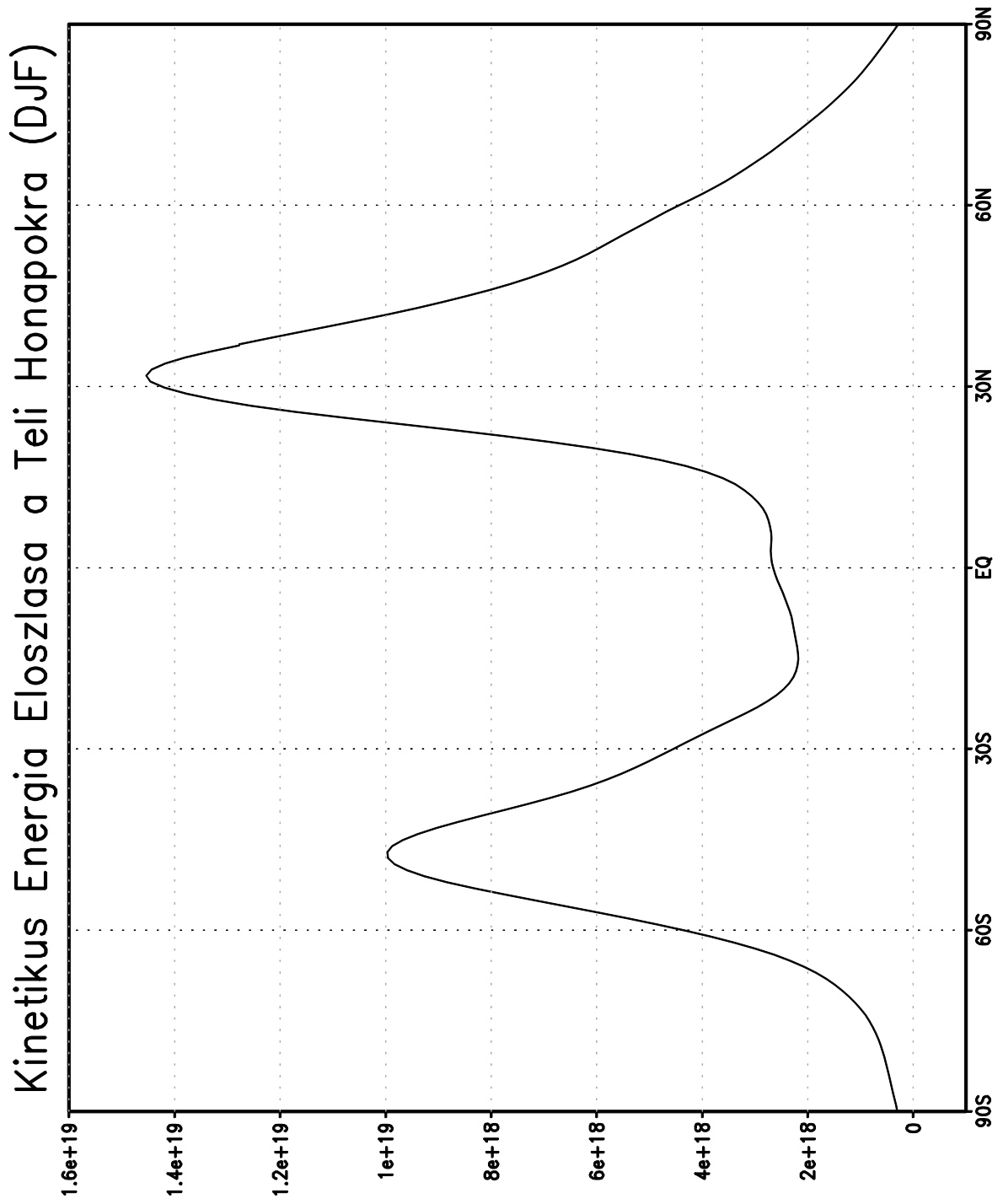
Belso Energia Nyari–Teli Eloszlasanak Kulonbsege



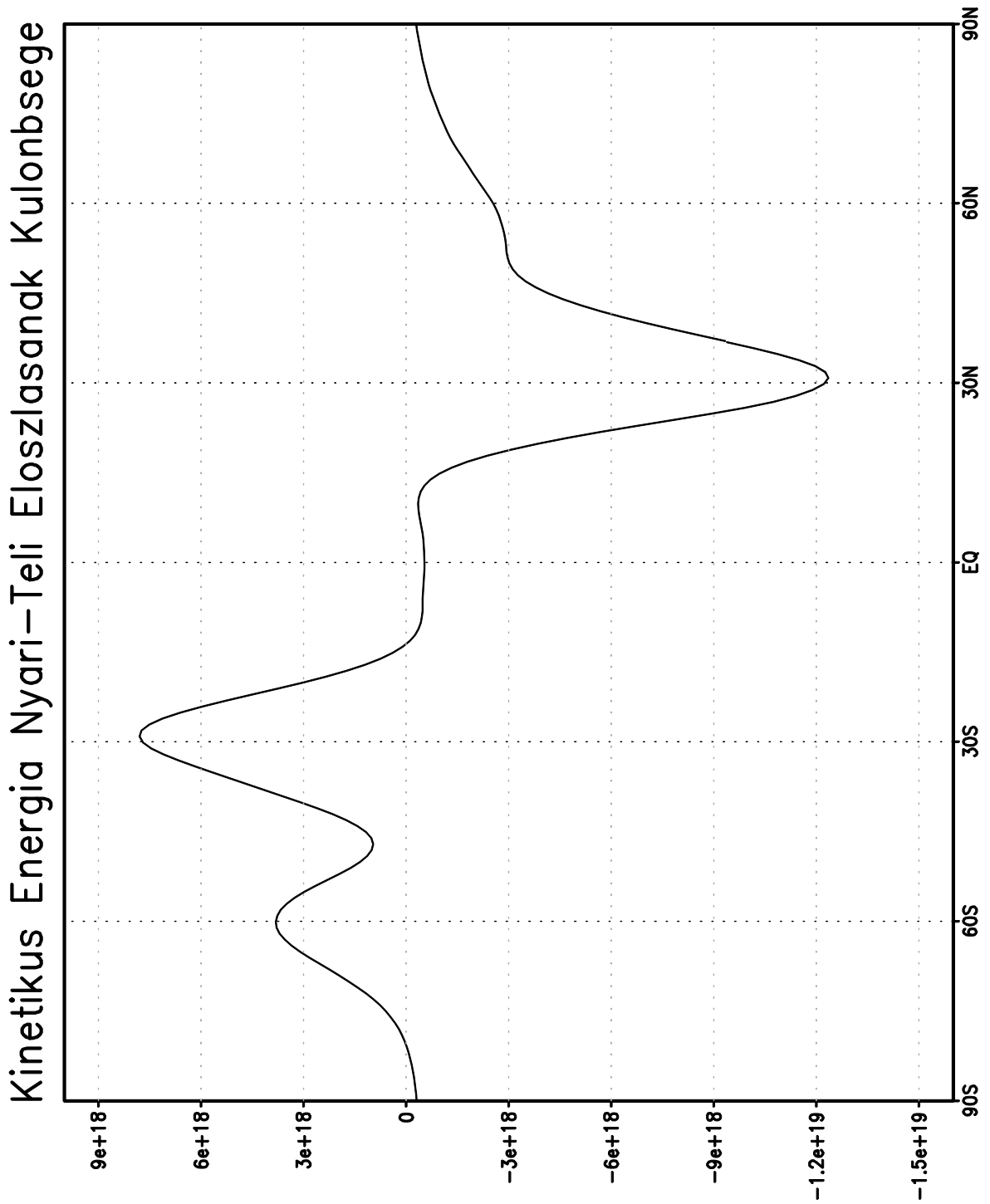
6.9. ábra: A belső energia eloszlásának átlagos különbsége a nyári és a téli időszak között



6.10. ábra: A kinetikus energia átlagos nyári eloszlása



6.11. ábra: A kinetikus energia átlagos téli eloszlása



6.12. ábra: A kinetikus energia eloszlásának átlagos különbsége a nyári és a téli időszak között

Megállapítható, hogy a belső energia eloszlása igen hasonló télen és nyáron. Ezzel összhangban az eloszlások különbsége egy nagyságrenddel kisebb, mint az abszolút értékek. Az előző pontban tapasztaltakhoz hasonlóan az eloszlás is jól mutatja, hogy az északi félteke nyári évszakában a belső energiából többlet van – erre a különbséggörbe nullánál nagyobb integráljából is következtethetünk.

A kinetikus energia görbéi is jó összefüggést mutatnak a légköri összegekkel: a különbséggörbe alatti terület itt negatív, valamint markánsan kirajzolódik a téli félteke magasabb energiataralma. A belső energia egyenletes ívű görbéjéhez képest a kinetikus energia görbéje szembeötlően más: a kinetikus energia a mérsékelt szélességeken kifejezett maximumot mutat. Ebből a jet helyzetére lehet következtetni. A csúcsok időbeli áthelyeződése visszaadja, amit a jetről tudunk, miszerint hogy télen a sarkokhoz közelebb húzódik és erősebb.

6.2.3. A felhasználható potenciális energia

Az utolsó számítási feladatunknak a légkörben levő felhasználható potenciális energia értékeit tekintettük. A felhasználható potenciális energia definíciós képletében a nyomás izentrópfelületi szórása szerepel. Ennek ellenére mi az

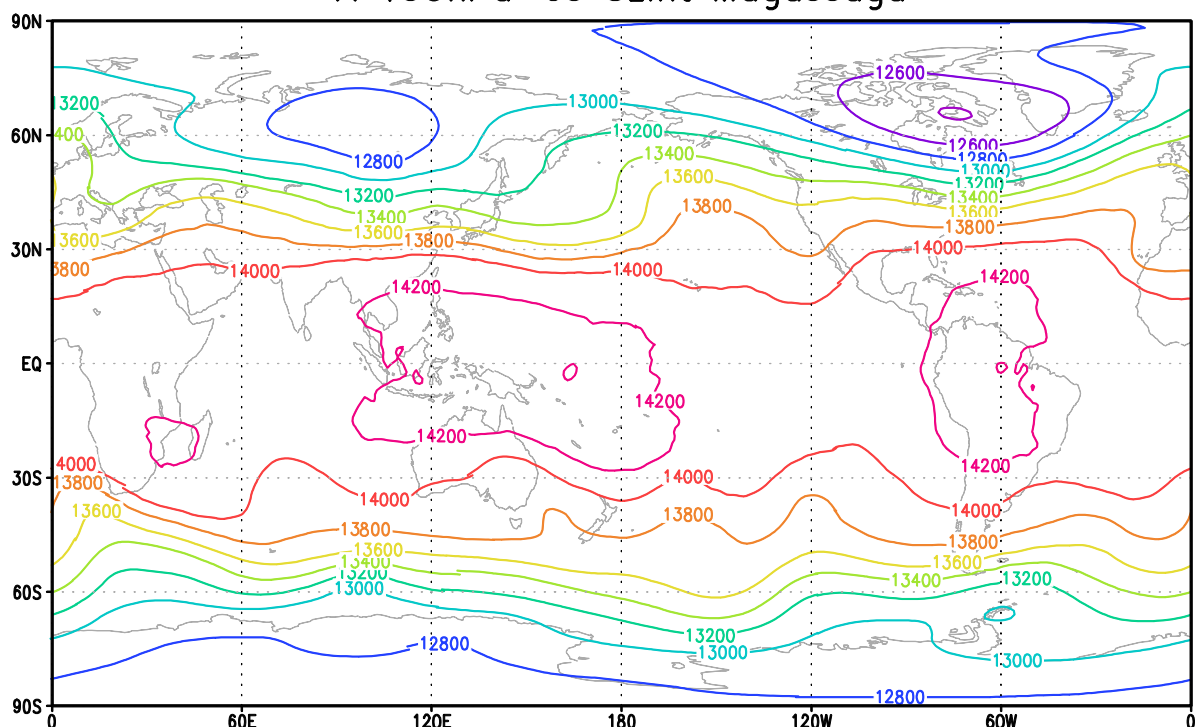
$$A = \frac{F}{2} \int_0^{p_0} \bar{T} \frac{1}{\gamma_d - \bar{\gamma}} \overline{\left(\frac{T'}{\bar{T}}\right)^2} dp$$

közelítő képlet alapján nyertük az értékeket, mivel annak használata messzemenően kényelmesebb. Megpróbálkoztunk a felhasználható potenciális energia specifikus térfogat szórásával alkotott kifejezésének használatával is, de mivel a futási idő arra hosszabb volt, a fent említett képlet alapján dolgoztunk. A következőkben vázoljuk a számítás menetét és a felmerülő nehézségek megoldását.

Vizsgálatunkat az eredeti adatsoron végeztük, nem a feldolgozott „energia rácson”. A képletben szereplő tagokat szisztematikusan elő kellett állítani időpontonként és vertikális szintenként. Ugyanazokat az időpontokat használtuk, melyeket a teljes légkörre összegzett energiák vizsgálatánál is (2000. január 1. 00UTC + hetente). Tettük mindezt azzal a céllal, hogy később megállapíthassuk a felhasználható potenciális energia, valamint a belső (teljes potenciális) és a kinetikus energia arányát.

Az első tag, melyet elő kellett állítanunk, a \bar{T} izobárfelületi átlaghőmérséklet. Mivel az adatsor eleve nyomási koordináta-rendszerben van, így elég volt az egyes szinteken venni az átlaghőmérsékletet. Az átlagoknál figyelembe kellett vennünk az $1^\circ \times 1^\circ$ -os rács miatt a sarkok felé sűrűsödő pontokat. Ha a szinten levő összes értéket egyszerűen átlagoltuk volna, az eltorzította volna a kapott eredményt a valós értéktől – a hőmérséklet esetén kézenfekvően kisebb értéket kaptunk volna. Ezt a problémát úgy hártottuk el, hogy vettük (minden időpontra, minden nyomási szinten) az adott változó zonális átlagát. Ezt súlyoztuk az aktuális felületgyűrű felszínével, és az így kapott értékek összegét osztottuk az izobárfelület nagyságával. Az izobárfelületeket minden magassági szintre a Föld felületével, és gömbfelületként közelítettük. Hasonlóan jártunk el a felületgyűrűk esetén is. A gyűrűk szélessége 1° , mely a felszínen $111222m$ -nek felel meg. A hosszuk pedig az aktuális szélességi kör szerint a Föld kerülete: $2R_{Föld}\pi \cos \varphi$, ahol $R_{Föld} = 6372km$ a Föld átlagos sugara, valamint φ a szélességi fok. A gyűrűk felületét a szélességük és a hosszúságuk szorzataként számítottuk, tehát azokat „téglalapként” közelítettük. A gömbfelülettel történő közelítés helytálló, mivel annak ellenére, hogy a magasabb szintek geopotenciálja viszonylag nagy ingadozást mutat (akár km-es is lehet, lásd 6.13. ábra), a mező viszonylag sima, és ezek az ingadozások a Föld sugarához képest jócskán alulmaradnak.

A 150hPa-os Szint Magassága



6.13. ábra: A 150hPa-os szint magassága az adatsor első időpontjában

A fentiek alapján megkaptuk a hőmérséklet izobárfelületi átlagát. Ezután a γ hőmérsékleti gradiens átlagára került a sor. Ezt rácspontonként állítottuk elő véges különbséges módszerrel: lentről felfelé haladva a hőmérsékleti gradiens aktuális p szintbeli értékét

$$\frac{\partial T}{\partial z} \approx \frac{\Delta T}{\Delta z} = \frac{T(p+1) - T(p)}{h(p+1) - h(p)}$$

szerint közelítettük, ahol $p+1$ az aktuális p szint fölött található réteg, h pedig a nyomási szint magassága. Az véges különbség összefüggéséből nyilvánvalóan látszik, hogy ha az adatsor teljes vertikális 26 szintjére próbálnánk derivált adatot előállítani, akkor valamelyik szélén ez meghiúsulna, mivel nem lenne eggyel magasabb (alacsonyabb) szintbeli adatunk.

Döntenünk kellett, hogy az alsó vagy a felső határoló szinttől váljunk meg, és – magától értetődően – a felsőre esett a választás. Miután megkaptuk a rácspontokra a hőmérsékleti gradiens értékeit, a fent vázolt átlagolási módszerrel megkaptuk annak átlagos értékét, $\bar{\gamma}$ -ot. A $\overline{(T'/\bar{T})^2}$ taghoz is a fent említett átlagolási módszerrel jutottunk.

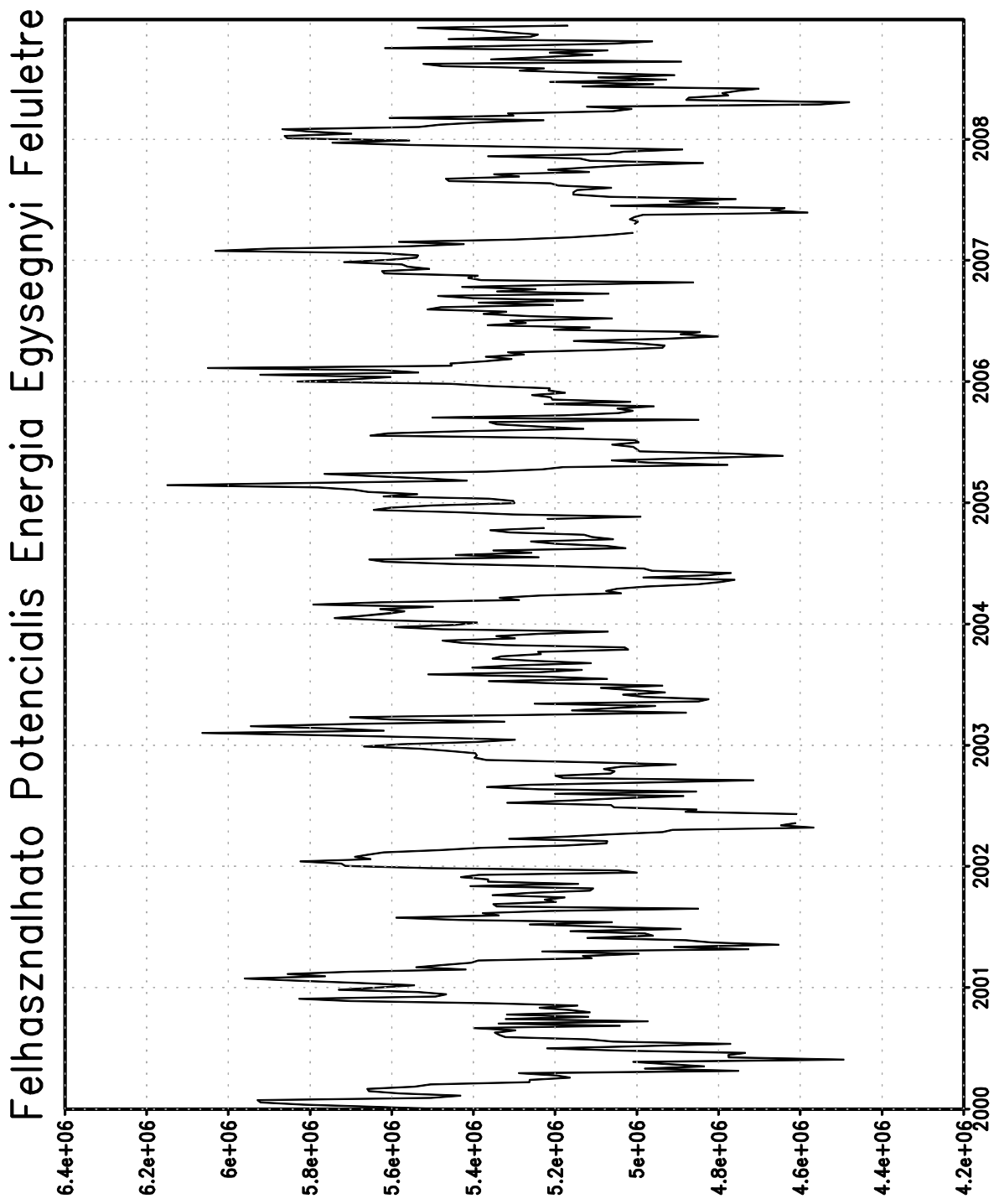
Ebben a helyzetben már megvolt minden adatunk az integrál előállításához. Az integrált is közelítettük az

$$\int f dx \approx \sum_i f_i \Delta x$$

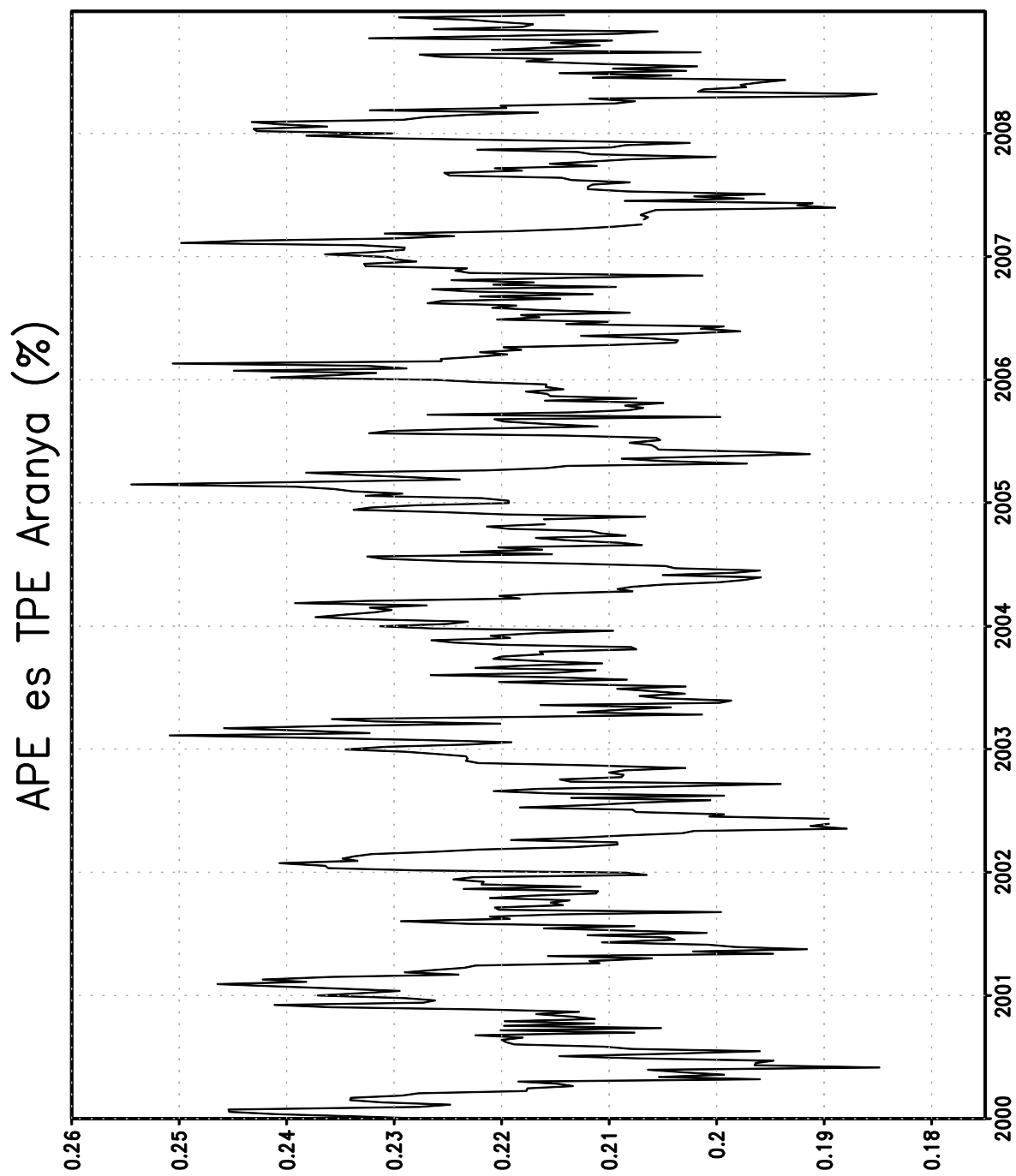
összefüggés alapján. Ehhez szükségünk volt az egyes nyomási szinteken a Δp értékekre, melyet a szomszédos és az aktuális magassági szint különbségeként meg is kaptunk. Ezután a szintenként megkapott felhasználható potenciális energiát súlyoztuk az aktuális nyomáskülönbséggel, és a fenti szerint felösszegeztük. A képletbeli $F/2$ együttható helyett $1/2$ -et használtunk, mivel így közvetlenül az egységnyi felületre eső értékekhez juthattunk, és nem kellett később számolni azt. Az eredményekről a 6.14-16. ábrák számolnak be, valamint az éves átlagos értékeket a 6.3. táblázat tartalmazza.

	APE	Kinetikus Energia	Arányuk
2000	$5,2668 \cdot 10^6 J/m^2$	$1,44347 \cdot 10^6 J/m^2$	0,274
2001	$5,28471 \cdot 10^6 J/m^2$	$1,46463 \cdot 10^6 J/m^2$	0,277
2002	$5,18813 \cdot 10^6 J/m^2$	$1,44195 \cdot 10^6 J/m^2$	0,278
2003	$5,29171 \cdot 10^6 J/m^2$	$1,47266 \cdot 10^6 J/m^2$	0,278
2004	$5,28331 \cdot 10^6 J/m^2$	$1,45379 \cdot 10^6 J/m^2$	0,275
2005	$5,26047 \cdot 10^6 J/m^2$	$1,50575 \cdot 10^6 J/m^2$	0,286
2006	$5,3188 \cdot 10^6 J/m^2$	$1,46372 \cdot 10^6 J/m^2$	0,275
2007	$5,22329 \cdot 10^6 J/m^2$	$1,50024 \cdot 10^6 J/m^2$	0,287
2008	$5,22487 \cdot 10^6 J/m^2$	$1,4667 \cdot 10^6 J/m^2$	0,281
9 évre	$5,26012 \cdot 10^6 J/m^2$	$1,46812 \cdot 10^6 J/m^2$	0,279

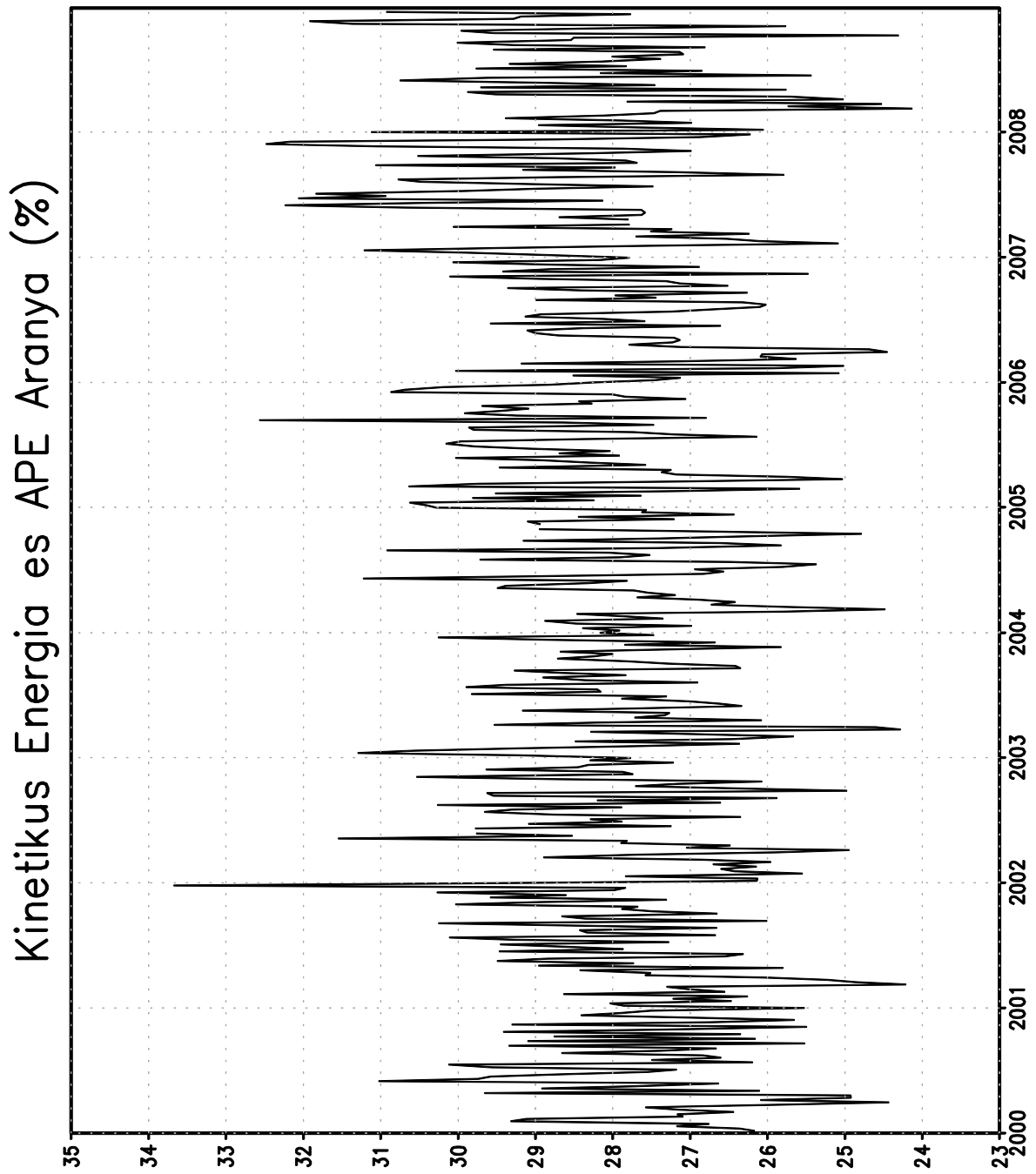
6.3. táblázat: A felhasználható potenciális energia éves átlagai



6.14. ábra: Az egységnyi földfelületre eső felhasználható potenciális energia időbeli menete



6.15. ábra: A felhasználható és a teljes potenciális energia arányának időbeli menete



6.16. ábra: A kinetikus és a felhasználható potenciális energia arányának időbeli menete

A fenti számolás alapján megállapítható, hogy a felhasználható potenciális energia a kinetikus energiához hasonló oszcillációkat mutat. A maximumok jól egybeesnek a kinetikus energia maximumaival, ezzel jelezve, hogy a kinetikus energia egyetlen forrása a felhasználható potenciális energia. A további két ábra bemutatja, milyen arányt képez a felhasználható és a teljes potenciális energia, valamint a kinetikus és a felhasználható potenciális energia. A felhasználható rész az elméleti értéknek körülbelül a fele, a teljes potenciális energia 5 ezreléke helyett 2-2,5 ezrelékes értékeket kaptunk. Ennek megfelelően elméleti értéket túlszárnyalja a mozgási és a felhasználható potenciális energia aránya. Erre 25-30% közötti értékek jöttek ki, mely az elméleti értékhez képest 2-3-szoros. Vessük össze a számításainkat Peixóto és Oort 1974-es értékeivel!

Az adatok elkészítésekor a fenti szerzők teljesen más adatok alapján dolgoztak. Adatsoruk 5 évre terjedt ki 1958 májusa és 1963 áprilisa közt, napi rendszerességgel 00UTC-kor. Az adatokat körülbelül 500 rádiószondás felszállás alapján kapták, de az észleléseken futtatott analízisről sajnos nem tudunk beszámolni, mivel azt egy korábbi cikkükben tették közzé, mely nem volt elérhető számunkra. Fontos különbség, hogy ők csak az északi féltekére végezték a számításaikat, valamint csak 10 vertikális szinttel dolgoztak. Rácsálózatuk egy 1,5-ös nagyítási faktorú módosított NMC (National Meteorological Center) rács volt. Ezen végezték el az éves átlagok, havi átlagok, illetve térbeli-időbeli eloszlások vizsgálatát mind a felhasználható potenciális, mind pedig a kinetikus energia esetében. Összehasonlítási célból a 6.4. táblázatban bemutatjuk az éves átlagok általuk kapott eredményeit, ahol az évek rendre májustól a következő év áprilisáig tartanak.

	APE	Kinetikus Energia	Arányuk
1958	$5 \cdot 10^6 \text{ J/m}^2$	$1,193 \cdot 10^6 \text{ J/m}^2$	0,24
1959	$4,91 \cdot 10^6 \text{ J/m}^2$	$1,151 \cdot 10^6 \text{ J/m}^2$	0,23
1960	$4,93 \cdot 10^6 \text{ J/m}^2$	$1,145 \cdot 10^6 \text{ J/m}^2$	0,23
1961	$4,84 \cdot 10^6 \text{ J/m}^2$	$1,184 \cdot 10^6 \text{ J/m}^2$	0,24
1962	$4,89 \cdot 10^6 \text{ J/m}^2$	$1,182 \cdot 10^6 \text{ J/m}^2$	0,24
Átlag	$4,92 \cdot 10^6 \text{ J/m}^2$	$1,171 \cdot 10^6 \text{ J/m}^2$	0,24

6.4. táblázat: Peixóto & Oort 1974-es eredményei

A táblázatot szemlélve azt tapasztalhatjuk, hogy Peixóto & Oort 1974-es eredményeiben a kinetikus és a felhasználható potenciális energia aránya kicsit, nagyjából 4 százalékponttal kisebb. Ennek oka lehet a különböző tér, melyre a számítások történtek, esetleg a növekvő földi átlaghőmérséklettel párhuzamosan a hőmérséklet szórása is nagyobb lehet, így több a felhasználható potenciális energia, mely valami miatt jobban át tud alakulni mozgási energiává. A különbség okának kiderítése további vizsgálatokat igényel.

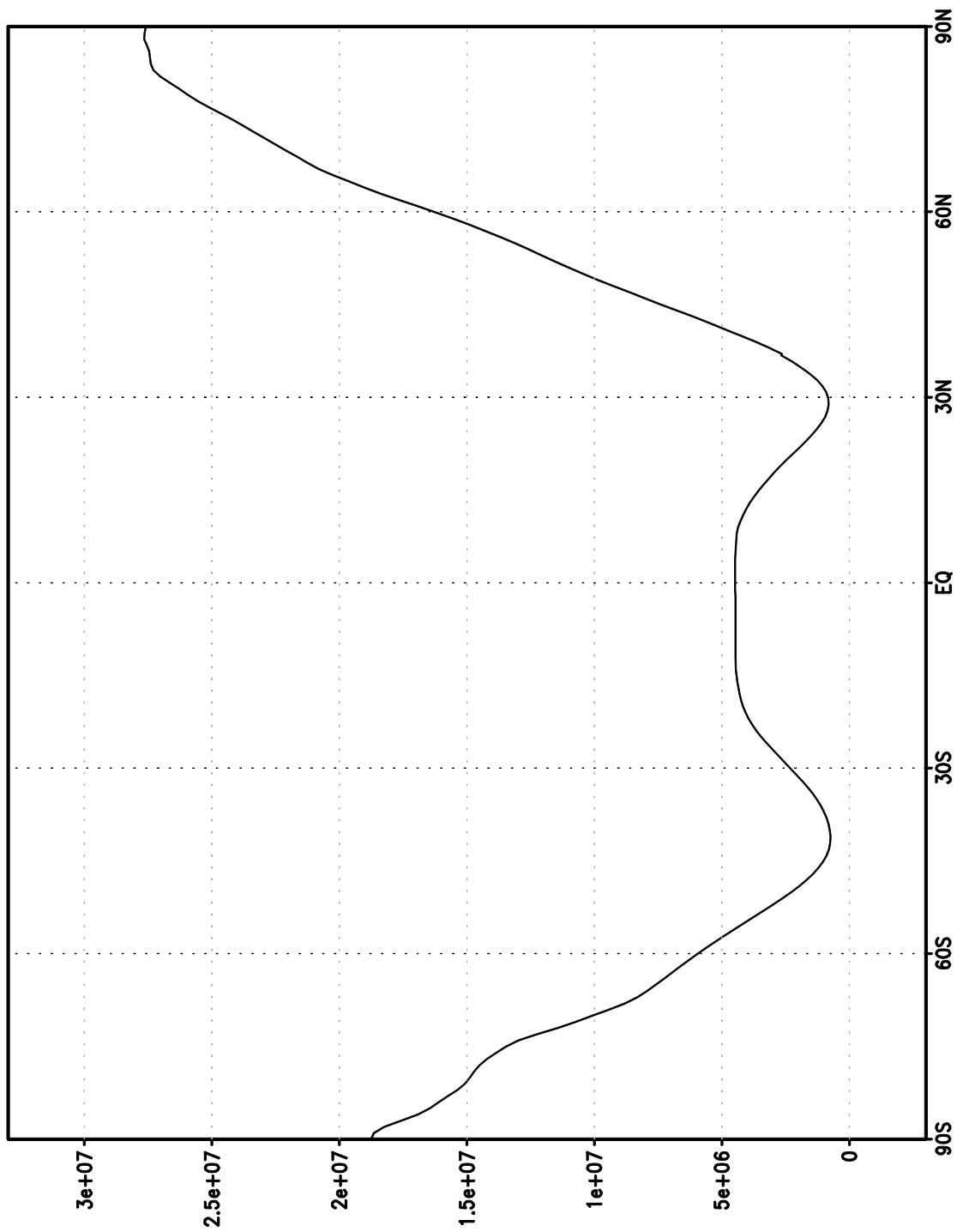
A fenti szerzők következő számítása az energiák átlagos éves menete volt. Mi ugyan konkrétan ezt a számítást nem végeztük el, de a 9 éves időbeli menetekről nagyjából megállapítható, milyen változékonysággal is bírnak az említett energiafajták. Itt is összefüggést találhatunk abban a tekintetben, hogy mind a felhasználható potenciális, mind pedig a kinetikus energia maximuma téltre, minimuma nyárra esik. Értéküket tekintve a téli maximumok jó közelítéssel megegyeznek, $6,1 \cdot 10^6 J/m^2$ körüliek a felhasználható potenciális, $1,7 \cdot 10^6 J/m^2$ körüliek a kinetikus energia esetére. Ezzel szemben a mi számításaink során a nyári minimumok értékei jócskán, körülbelül 2-2,5-szeresen túlszárnyalják a korábbi adatsorból számolt eredményeket. Ennek oka szintén további kutatás tárgyát képezheti.

Peixóto & Oort utolsó számítása a felhasználható potenciális energia földrajzi szélesség szerinti eloszlása volt, így mi is ezzel zárjuk a vizsgálatainkat. A számításaink során minden januári és júliusi nap 00UTC időpontjában kiszámítottuk a felhasználható potenciális energia eloszlását. Ez összesen a 9 évre 279-279 eloszlásgörbét adott. A végső eloszlást egyszerű átlagolással értük el. A számítás menete hasonló volt ahhoz, mint amit a teljes Földre vett felhasználható potenciális energia esetén végeztünk, viszont ekkor nem kellett a földfelszínre integrálni, így a felhasznált képlet a következő volt:

$$A(\varphi) = \frac{1}{2} \int_0^{p_0} \bar{T} \frac{1}{\gamma_a - \bar{\gamma}} \overline{\left(\frac{T'}{\bar{T}}\right)^2}(\varphi) dp$$

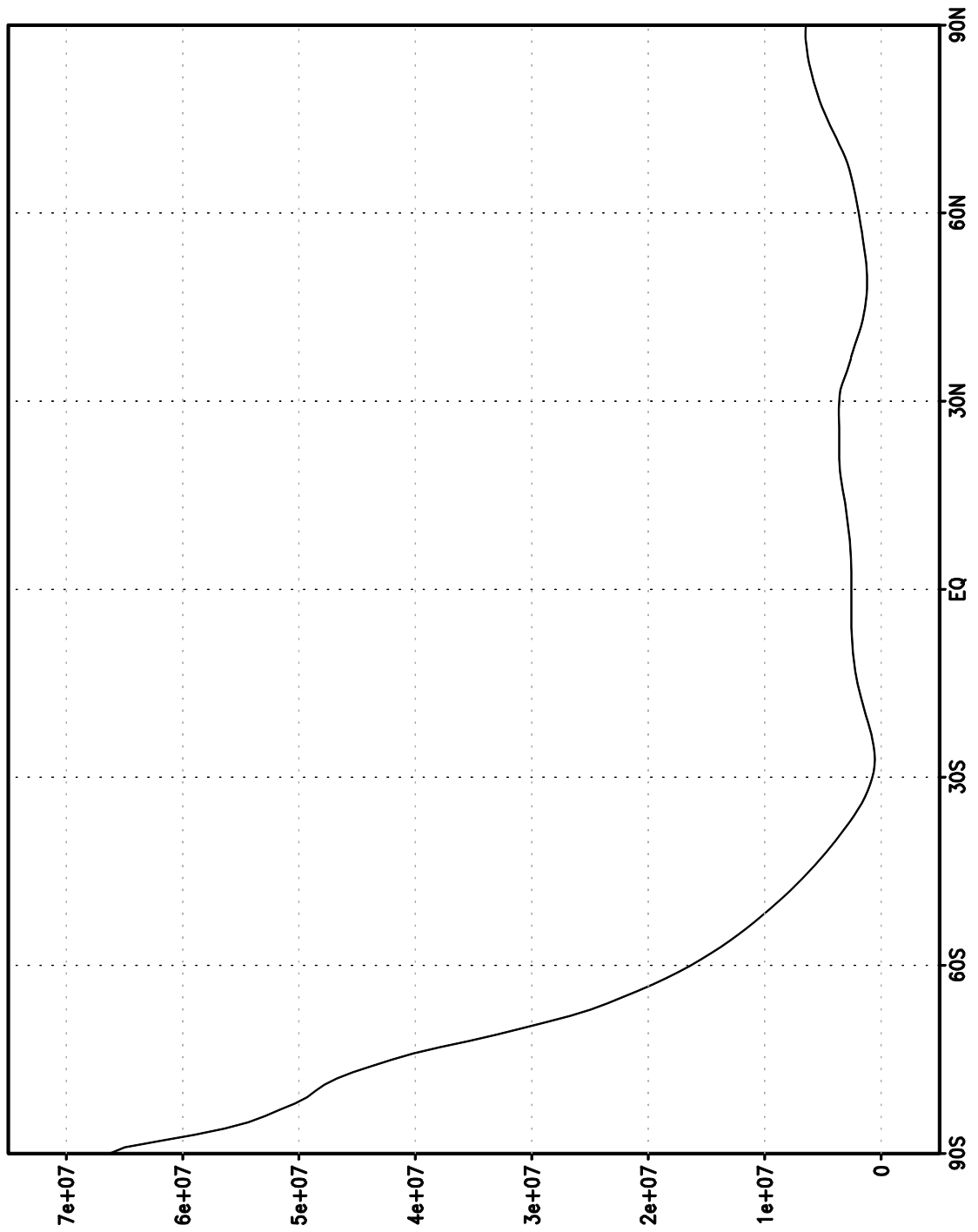
Jelen esetben a \bar{T} átlaghőmérsékletet és a $\bar{\gamma}$ hőmérsékleti gradiens átlagát ugyanúgy képeztük, mint a teljes Földre vett esetben, a sarkok felé sűrűsödő adatok figyelembe vételével. A számítás menetében az egyetlen különbség az volt, hogy a hőmérséklet szórásnégyzetét elég volt zonálisan átlagolni. Ekkor az átlagolás is könnyebb volt, mert minden tag azonos területre vonatkozott, így a súlyozás szükségtelenné vált. Az így kapott eredmények a 6.17. ábrán láthatóak a januári esetre, a júliusi esetre pedig a 6.18. ábrán. A 6.19. ábra összehasonlításképp bemutatja Peixóto & Oort görbéit, melyen P_M jelöli az átlagos, P_E az örvényes felhasználható potenciális energiát (melyeket össze kell adni, hogy a teljes felhasználható potenciális energiához jussunk).

APE Átlagos Eloszlása Januárra

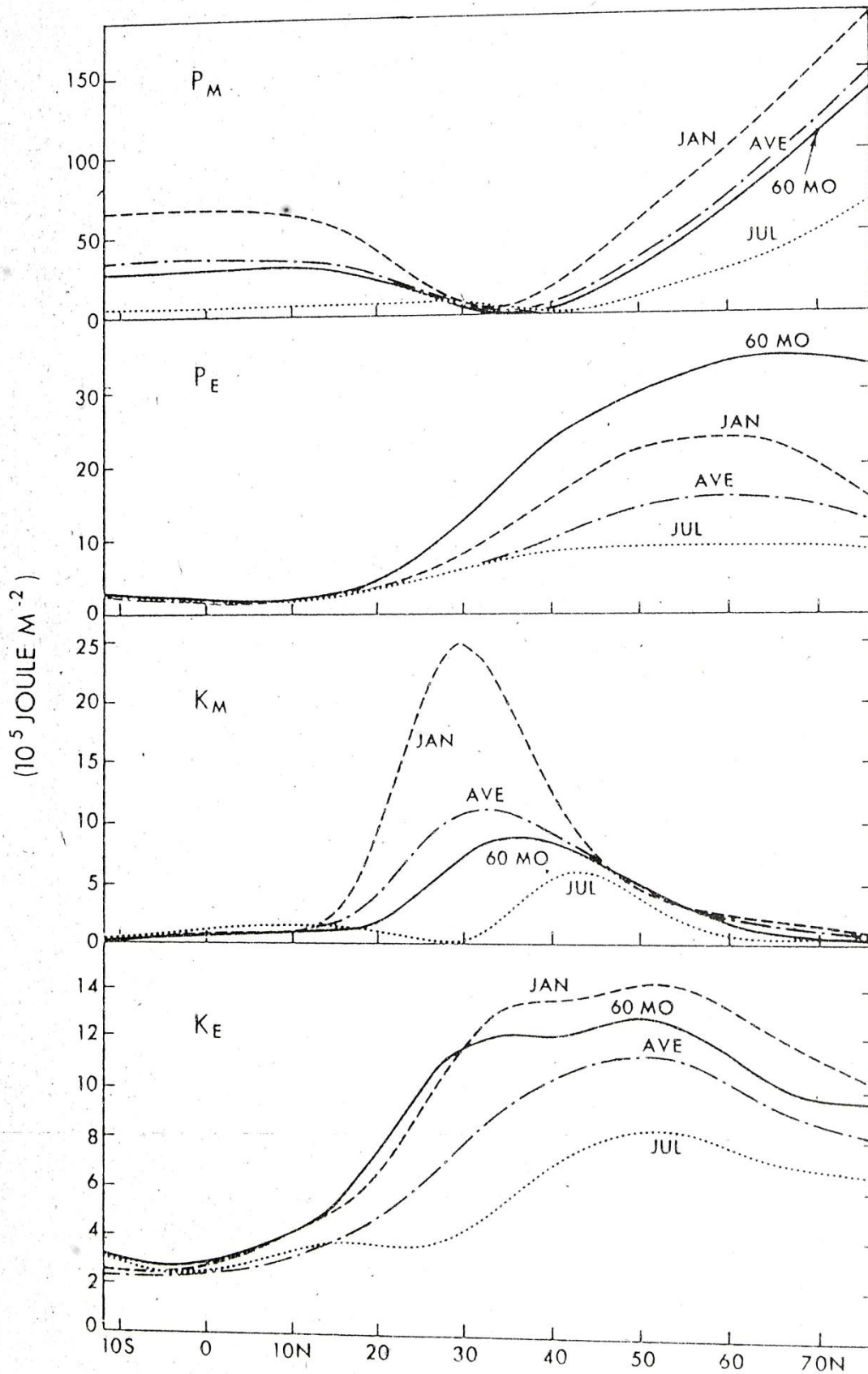


6.17. ábra: A felhasználható potenciális energia átlagos januári eloszlása

APE Átlagos Eloszlása Júliusra



6.18. ábra: A felhasználható potenciális energia átlagos júliusi eloszlása



6.19. ábra: Piexóto & Oort 1974-es eredményei a felhasználható potenciális energia és a kinetikus energia földrajzi szélesség szerinti eloszlását illetően

Az általunk kapott januári eloszlásgörbe igen hasonló ahhoz, melyet Piexóto & Oort közölt. Két maximummal rendelkezik az eloszlásgörbe, az egyik a trópusokon található, melynek mértéke nagyjából $5 \cdot 10^6 J/m^2$. Mivel az eloszlásgörbe a sarkok felé monoton nő, ezért a másik csúcs ott található. A számításaink az Északi sarkon körülbelül $2,75 \cdot 10^7 J/m^2$ értéket mutatnak. Ezzel szemben Piexóto & Oort szélső értéke ennek közel négyötöde. A különbség abból fakad, hogy az ő számításuk véget ér a 80° szélességi kör tájékán. Ha ebbe belekalkuláljuk a monoton növekedést, jó egyezést tapasztalhatunk az általunk számított értékkel. Az eloszlás szerinti menet leglényegesebb tulajdonsága a 30° szélességi kör környékén látható minimum, melynek értéke $10^6 J/m^2$. Ez a minimum azzal áll kapcsolatban, hogy ezeken a szélességeken érvényesül a bejövő Napsugárzás és a kimenő hosszuhullámú sugárzás egyensúlya. Matematikailag ez azzal indokolható, hogy ezeken a szélességeken a hőmérséklet a földi átlaghőmérséklethez közeli értékeket vesz fel. (Peixóto & Oort, 1974., p.2158.)

A júliusi görbe is mutatja ugyanezt a minimumot a közepes szélességeken, de a téli minimumhelytől kissé északabbra. Ennek oka, hogy nyáron a földi átlaghőmérséklethez közeli értékek a magasabb pillanatnyi hőmérsékletértékek miatt északabbra találhatóak. A téli esetben megjelenő két csúcs is felismerhető, noha értékük – mely szintén jól illeszkedik az összehasonlítás alapjául szolgáló 1974-es értékekhez – jócskán alulmarad attól, mindössze $3 \cdot 10^6 J/m^2$ a trópusi területeken, és $6,5 \cdot 10^6 J/m^2$ a sarkvidéken. Ez tökéletesen illik a korábban látott képhez, miszerint a felhasználható potenciális energia maximuma télen, minimuma nyáron esedékes.

Az összehasonlítás alapjául szolgáló cikk folytatásaként a szerzők további számításokat végeztek (Oort & Peixoto, 1974). Ezek a számítások a felhasználható potenciális és a kinetikus energia időbeli megváltozásának mértékét, valamint ezeknek az egymás, illetve az átlagos és örvényes részek közti átalakulási tényezők értékeit célozták meg. Mi ilyen számításokat sajnos nem tudtunk végezni, de mivel az energiák értékeit tekintve jó egyezést kaptunk, valószínűsíthetően ezeket tekintve is hasonló eredményekre jutottunk volna – ezen számítások (puszta kíváncsiságból) a dolgozat folytatásaként kerülnek elvégzésre.

7. Köszönetnyilvánítás

A köszönetemet szeretném kifejezni témavezetőmnek, Dr. Tasnádi Péternek, mivel a sorozatos nehézségek során tanúsított segítőkészsége nélkül ez a dolgozat nem születhetett volna meg. A köszönetemen túlmutat hálám, amiért az elmúlt évek során kiváló előadásaival megszerettette velem a dinamikus meteorológia tudományát. Egy igazi példaképet ismerhettem meg benne, aki által alapjaiban változott meg a tudományhoz való hozzáállásom.

Köszönet illeti még Gyöngyösi András Zénót, aki a számítási feladatok elkészítésében nyújtott segítséget, valamint hozzáférhetővé tette számomra az alapul szolgáló adatbázist és számítógépes kapacitást.

A projekt az Európai Unió támogatásával és az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg, a támogatási szerződés száma TÁMOP 4.2.1./B-09/KMR-2010-0003.

8. Irodalomjegyzék

- Czelnai, Rudolf, 2004: *Bevezetés a meteorológiába 1. – Légekörtani alapismeretek 8. javított kiadás*, Nemzeti Tankönyvkiadó
- Gill, Adrian E., 1982: *Atmosphere-Ocean Dynamics*, Academic Press
- Götz Gusztáv és Rákóczi Ferenc, 1981: *A dinamikus meteorológia alapjai*, Tankönyvkiadó
- Haurwitz, Bernhard, 1941: *Dynamic Meteorology*, McGraw-Hill
- Holton, James R., 1992: *An Introduction to Dynamic Meteorology 3rd Ed.*, Academic Press
- Lorenz, Edward N., 1955: Available Potential Energy and the Maintenance of the General Circulation, *Tellus* Vol. 7. Nr. 2. p.157-167.
- Lorenz, Edward N., 1960: Generation of Available Potential Energy and the Intensity of the General Circulation, *Pergamon*, Tarrytown
- Margules, Max, 1903: Über die Energie der Stürme, *Jahrbuch der k. k. Zentralanstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus in Wien*
- van Mieghem, Jacques, 1973: *Atmospheric Energetics*, Clarendon Press
- Oort, Abraham H. & Peixóto, José P., 1974: The Annual Cycle of the Energetics of the Atmosphere on a Planetary Scale, *Journal of Geophysical Research* Vol. 79. No. 18. p.2705-2719
- Peixóto, José P. & Oort, Abraham H., 1974: The Annual Distribution of Atmospheric Energy on a Planetary Scale, *Journal of Geophysical Research* Vol. 79. No. 18. p.2149-2159
- Panchev, S., 1981: *Dynamic Meteorology*, Kluwer Academic Publishers Group
- Práger, Tamás, 1992: *Numerikus Prognosztika*, Tankönyvkiadó
- Shepherd, Theodore G., 1992: A Unified Theory of Available Potential Energy, *Atmosphere-Ocean* 31. p.1-26.
- Tasnádi, Péter, 2008: *Dinamikus meteorológia (órai jegyzet)*
- Wiin-Nielsen, Aksel & Chen, Tsing-Chang, 1993: *Fundamentals of Atmospheric Energetics*, Oxford University Press

9. Internetes források

- 1, <http://www.crh.noaa.gov/lmk/soo/docu/indices.php> (2011. április 27. 17:02)
- 2, <http://amsglossary.allenpress.com/glossary/search?id=convective-available-potential-1> (2011. április 27. 23:04)
- 3, <http://www.spc.noaa.gov/exper/mesoanalysis/help/begin.html> (2011. április 27. 23:34)
- 4, <http://www.atmos.albany.edu/deas/atmclasses/atm301/CAPE.htm> (2011. április 28. 23:04)
- 5, http://en.wikipedia.org/wiki/Convective_inhibition (2011. április 28. 23:45)
- 6, http://en.wikipedia.org/wiki/Convective_available_potential_energy (2011. április 28. 23:56)

10. Felhasznált szoftverek

Grid Analysis and Display System (GrADS) Version 2.0.8a3, © Brian Doty and the Institute for Global Environment and Society (IGES) 1998-2008