Eötvös Loránd Tudományegyetem

Meteorológiai Tanszék

AZ F- ÉS Q-VEKTOR ALKALMAZÁSA A FRONTOK LEÍRÁSÁBAN

FISCHER ANTAL

Eötvös Loránd Tudományegyetem

Természettudományi Kar

Meteorológus MSc szak

Témavezető: Dr. Tasnádi Péter, egyetemi tanár

Eötvös Loránd Tudományegyetem

Természettudományi Kar

Meteorológiai Tanszék

Budapest, 2012

TARTALOMJEGYZÉK

1. Bevezetés

A dolgozat a szinoptikus analízisben az utóbbi néhány évtizedben bevezetett két, egymással szoros kapcsolatban lévő vektornak, az általánosított frontogenetikus függvénynek (F) és a Q-vektornak részletes matematikai leírásával és alkalmazásával foglalkozik.

A számítástechnika fejlődése lehetővé tette, hogy az időjárás előrejelzése az utóbbi évtizedekben a dinamikus meteorológia új eszközeivel történjen. A szinoptikus analízis egyik alapelmélete a kvázi-geosztrofia, melynek fontos diagnosztikai egyenlete az omega-egyenlet. Ennek segítségével meghatározhatóak a vertikális mozgások. Azonban az egyenlet nagy hátránya, hogy a benne szereplő abszolút örvényesség advekciójának magasság szerinti változása és a horizontális hőmérsékleti advekció azonos nagyságrendű, és így, ha ellentétes előjelűek, akkor bizonytalanná teszik a becslést. Erre a problémára kínált megoldást *Hoskins* (1978), aki az omega-egyenlet általa levezetett új alakjában ezt a két tagot a Q-vektor divergenciájával helyettesítette. Így a Q-vektor a frontok leírásában jól használhatónak tűnik.

A frontogenezisnek legegyszerűbben a potenciális hőmérsékleti gradiens időbeli változásával követhető. Az ezt megadó frontogenetikus függvényt *Bergeron* (1928) és *Petterssen* (1936) vezette be, az általánosított F-vektort pedig *Keyser et al.* (1988) írta le először. Megfelelő egyszerűsítések (geosztrofikusság, hidrosztatika) mellett a frontogenetikus függvény és az F-vektor kifejezhető a Q-vektor segítségével. Így célunk a frontogenezis Q-vektorral történő követésének (leírásának) vizsgálata, melyet már többen is vizsgáltak (*Kurz*, 1992, 1994, 1997; *Keyser et al.*, 1988, 1992).

A Q-vektor grafikus meghatározását *F. Sanders és B. J. Hoskins* (1989) nyomán *Sarkadi* (2010) alkalmazta, aki azonban a Q-vektor becslését a szinoptikus térképek alapján végezte el. Mi ezt kívánjuk továbbfejleszteni úgy, hogy a Q-vektort és divergenciáját numerikus módon, számszerűsítve határozzuk meg, lehetővé téve a részletesebb vizsgálatokat.

A frontok vizsgálata fontos a közvetlen környezeti hatások szempontjából. Annak ellenére, hogy a numerikus módszerek az utóbbi évtizedekben folyamatosan javultak, a különlegesen veszélyes frontok analízise nem mindig sikerül kellőképpen. Ez azért jelent problémát, mert a frontokhoz sokszor kapcsolódnak az emberre és az anyagi értékekre egyaránt veszélyes időjárási események: szélviharok, zivatarok, nagymértékű hőmérsékleti anomáliák, stb. A frontok minél pontosabb leírása céljából a szakirodalom már az 1970-es évektől kínál új lehetőségeket. A dolgozat ezek közül mutat be néhányat. Célunk az, hogy az általunk leírt eszközöknek a szinoptikus gyakorlatban történő használhatóságát megmutassuk. A dolgozat 2. fejezetében röviden levezetjük az omega-egyenlet hagyományos alakját és definiáljuk a Q-vektort. A 3. fejezetben a frontogenetikus függvényt és az F-vektort mutatjuk be. A 4. fejezetben a két vektor közötti kapcsolatot írjuk le. A dolgozatot két esettanulmány zárja: az első egy korábban már közölt eset ellenőrzése, reprodukálása Kurz (1997) nyomán annak céljából, hogy az általunk használt számítási algoritmust ellenőrizzük. A másodikban pedig a 2011. augusztus 27-i, valamint a 2011. október 7-i hidegfront esetén mutatjuk be a Q-vektornak a frontok leírásában történő használatát.

2. Az omega-egyenlet és a Q-vektor

A kvázi-geosztrofikus elmélet fontos diagnosztikai egyenlete az omega-egyenlet, amelynek segítségével meghatározhatóak a szinoptikus skálájú rendszerek vertikális mozgásai. Az egyenletnek azonban nagy hátránya, hogy a benne szereplő abszolút örvényesség advekciójának magasság szerinti változásának és a horizontális hőmérsékleti advekciónak különbsége szerepel. Ez a két tag azonos nagyságrendű, így, ha ellentétes előjelűek, akkor bizonytalanná teszik a becslést. Ennek a problémának a kiküszöbölésére javasolta *Hoskins* (1978*)* a Q-vektor bevezetését. *Hoskins* a matematikai egyenletek átfogalmazásával megmutatta, hogy a szóban forgó két tag a Q-vektor divergenciájával helyettesíthető. A következőkben röviden ezt a gondolatmenetet mutatjuk be *z* és *p* koordináta-rendszerben *Sarkadi* (2010) nyomán.

2.1. Az omega-egyenlet hagyományos alakja és a Q-vektor bevezetése *z* rendszerben

Hoskins az omega-egyenlet új leírását speciális

$$z = \left(\frac{R\theta_o}{g\kappa}\right)\left(1-\left(\frac{p}{p_o}\right)^{\kappa}\right). \qquad (2.1.1)$$

vertikális koordinátát használó rendszerben adta meg. A levezetéshez először írjuk fel a geosztrofikus szél egyenleteit:

$$u_g = -\frac{1}{f}\frac{\partial\Phi}{\partial y} \qquad (2.1.2a)$$

$$v_g = \frac{1}{f}\frac{\partial\Phi}{\partial x} \quad , \qquad (2.1.2b)$$

ahol $\Phi = g \cdot z$ a geopotenciál; valamint a termikus szélre vonatkozó összefüggéseket :

$$f\frac{\partial u_g}{\partial z} = -\left(\frac{g}{\theta_o}\right)\frac{\partial\theta}{\partial y} \qquad (2.1.3a)$$

$$f\frac{\partial v_g}{\partial z} = \left(\frac{g}{\theta_o}\right)\frac{\partial\theta}{\partial x}, \qquad (2.1.3b)$$

ahol f a Coriolis-paraméter, θ_o (pedig) a standard potenciális hőmérséklet (*Sarkadi*, 2010). Deriváljuk az első egyenletet *y*, a másodikat *x* szerint, továbbá használjuk fel a geosztrofikus örvényesség definícióját:

$$\zeta_g = \frac{\partial v_g}{\partial x} - \frac{\partial u_g}{\partial y} . \tag{2.1.4}$$

Így a következő összefüggést kapjuk:

$$f\left(\frac{\partial \zeta_g}{\partial z}\right) = \frac{g}{\theta_o} \nabla_h^2 \theta . \tag{2.1.5}$$

Tekintsük a *z* rendszerben felírt örvényességi egyenletet:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v_g} \cdot \nabla\right)\zeta_g = f \frac{\partial w}{\partial z}, \tag{2.1.6}$$

ahol $w = dz/dt$ a vertikális sebesség. Alkalmazzuk a (2.1.6)-ra az $f\frac{\partial}{\partial z}$ deriválási operációt. Ekkor:

$$f\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial \zeta_g}{\partial z} + f\frac{\partial}{\partial z}\left(\mathbf{v_g} \cdot \nabla \zeta_g\right) = f^2 \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \tag{2.1.7}$$

Felhasználva a (2.1.5) összefüggést:

$$\frac{g}{\theta_0}\nabla_h^2\left(\frac{\partial \theta}{\partial t}\right) + f\frac{\partial}{\partial z}\left(\mathbf{v_g} \cdot \nabla \zeta_g\right) = f^2 \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} . \tag{2.1.8}$$

A termodinamikai egyenlet alakja *z* rendszerben:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v_g} \cdot \nabla\right)\theta = -w\frac{d\theta}{dz}, \tag{2.1.9}$$

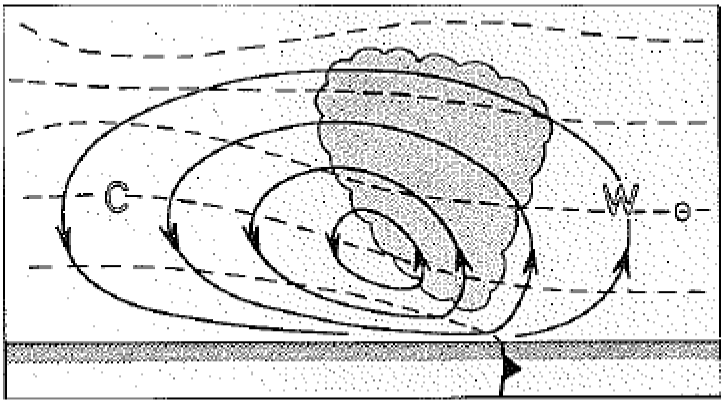
ahol $\theta(\mathrm{z})$ a potenciális hőmérsékletnek a Brunt-Väisälä frekvenciában, $N^2 = \frac{g}{\theta_0}\frac{d\theta}{dz}$ szereplő standard (hőmérsékleti) eloszlása. Alkalmazzuk erre a $\frac{g}{\theta_0}\nabla_h^2$ műveletet:

$$\frac{g}{\theta_0}\nabla_h^2 \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{g}{\theta_0}\nabla_h^2\left(\mathbf{v_g} \cdot \nabla \theta\right) = -N^2 \nabla_h^2 w . \tag{2.1.10}$$

A két egyenletet felhasználva küszöböljük ki az időderiváltakat, így az omega-egyenlet *z* koordináta-rendszerbeli hagyományos alakját kapjuk:

$$N^2 \cdot \nabla_h^2 w + f^2 \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = \underbrace{f\frac{\partial}{\partial z}\left(\mathbf{v_g} \cdot \nabla \zeta_g\right)}_{A} - \underbrace{\frac{g}{\theta_o}\nabla_h^2\left(\mathbf{v_g} \cdot \nabla \theta_o\right)}_{B}, \tag{2.1.11}$$

ahol az *A* tag az örvényességi advekció magasság szerinti megváltozását, a *B* tag pedig a horizontális hőmérsékleti advekciót írja le. *Hoskins et al.* (1978) a termikus szél egyensúlyának időbeli változását követve azt is bebizonyította, hogy a tisztán geosztrofikus áramlás lerombolná önmagát, mert az ilyen mozgás leépíti a termikus szél egyensúlyát. Emiatt nem hanyagolhatjuk el az ageosztrofikus hatásokat. Ezt figyelembe véve belátható, hogy az ageosztrofikus mozgások olyan másodlagos cirkulációt eredményeznek, amely helyreállítani igyekszik a termikus szél egyensúlyát (**2.1.ábra**).



2.1.ábra A frontogenetikus mezőben létrejövő direkt irányú ageosztrofikus cirkuláció.
W a meleg (Warm), C a hideg (Cold) légtömeget jelöli. (*Kurz*, 1992)

A következőkben a termikus szél tendencia-egyenletéből kiindulva bevezetjük a Q-vektort. A termikus szél *x* és *y* irányú komponensei a következők:

$$f\left(\frac{\partial v_g}{\partial z}\right)=\frac{g}{\theta_o}\frac{\partial \theta}{\partial x} \qquad (2.1.12a)$$

$$f\left(\frac{\partial u_g}{\partial z}\right)=\frac{g}{\theta_0}\frac{\partial \theta}{\partial y}\,. \qquad (2.1.12b)$$

Az időbeli fejlődés leírásához deriváljuk az egyenleteket idő szerint:

$$\frac{d}{dt}f\left(\frac{\partial v_g}{\partial z}\right)=\frac{g}{\theta_0}\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \theta}{\partial x}\right) \qquad (2.1.13a)$$

$$\frac{d}{dt}f\left(\frac{\partial u_g}{\partial z}\right)=\frac{g}{\theta_0}\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \theta}{\partial y}\right). \qquad (2.1.13b)$$

A továbbiakhoz írjuk fel a horizontális mozgásegyenleteket:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\mathbf{v_g}\cdot\nabla\right)u_g - fv_{ag}=0 \qquad (2.1.14a)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\mathbf{v_g}\cdot\nabla\right)v_g + fu_{ag} = 0\,, \qquad (2.1.14b)$$

valamint a potenciális hőmérséklet-változás kvázigeosztrofikus megmaradását:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\mathbf{v_g}\cdot\nabla\right)\theta + w\frac{d\theta}{dz} = 0\,. \qquad (2.1.15)$$

Hanyagoljuk el első közelítésben az ageosztrofikus mozgást (u_{ag}, v_{ag}, w), így:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\mathbf{v_g}\cdot\nabla\right)v_g = 0\,. \qquad (2.1.16a)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\mathbf{v_g}\cdot\nabla\right)u_g = 0 \qquad (2.1.16b)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\mathbf{v_g}\cdot\nabla\right)\theta = 0\,. \qquad (2.1.16c)$$

Alkalmazzuk (2.1.16a)-ra az $f\frac{\partial}{\partial z}$, a (2.1.16c)-re pedig a $\frac{g}{\theta_0}\frac{\partial}{\partial x}$-t:

$$\frac{d}{dt}f\left(\frac{\partial v_g}{\partial z}\right) = -f\frac{\partial \mathbf{v_g}}{\partial z}\cdot\nabla v_g \qquad (2.1.17a)$$

$$\frac{d}{dt}\frac{g}{\theta_0}\left(\frac{\partial \theta}{\partial y}\right) = -\frac{g}{\theta_0}\frac{\partial \mathbf{v_g}}{\partial y}\cdot\nabla\theta\,, \qquad (2.1.17b)$$

és használjuk fel a termikus szél összefüggését, amely szerint a baloldalon álló kifejezések egyenlők, így a jobb oldalon szereplőeknek is annak kell lenniük:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\mathbf{v_g}\cdot\nabla\right)\frac{g}{\theta o}\frac{\partial\theta}{\partial x} = -\left(\frac{\partial}{\partial t}+\mathbf{v_g}\cdot\nabla\right)f\frac{\partial v_g}{\partial z} = Q_1\,, \qquad (2.1.18a)$$

ahol

$$Q_1 = -\frac{g}{\theta_o}\frac{\partial \mathbf{v_g}}{\partial x}\cdot\nabla\theta = -f\frac{\partial \mathbf{v_g}}{\partial z}\cdot\nabla v_g\,. \qquad (2.1.18b)$$

Ha az $f\frac{\partial}{\partial z}$-et a (2.1.16b)-re alkalmazzuk, $\frac{g}{\theta_0}\frac{\partial}{\partial x}$-et pedig (2.1.16c)-re, akkor

$$\frac{d}{dt}f\left(\frac{\partial u_g}{\partial z}\right) = -f\frac{\partial \mathbf{v_g}}{\partial z}\cdot\nabla u_g \qquad (2.1.19a)$$

$$\frac{d}{dt}\frac{g}{\theta_0}\left(\frac{\partial \theta}{\partial y}\right) = -\frac{g}{\theta_0}\frac{\partial \mathbf{v_g}}{\partial y}\cdot\nabla\theta \qquad (2.1.19b)$$

alapján felírhatjuk a másik komponensre is az összefüggést:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\mathbf{v_g}\cdot\nabla\right)\frac{g}{\theta o}\frac{\partial\theta}{\partial y}=\left(\frac{\partial}{\partial t}+\mathbf{v_g}\cdot\nabla\right)f\,\frac{\partial u_g}{\partial z}=Q_2\,, \tag{2.1.20a}$$

$$Q_2=-\frac{g}{\theta_o}\frac{\partial\mathbf{v_g}}{\partial y}\cdot\nabla\theta=-f\,\frac{\partial\mathbf{v_g}}{\partial z}\cdot\nabla u_g\,. \tag{2.1.20b}$$

A *Hoskins* által bevezetett Q-vektor alakja tehát:

$$\mathbf{Q}=\left[-\left(\frac{g}{\theta_o}\right)\left(\frac{\partial\mathbf{v_g}}{\partial x}\right)\cdot\nabla\theta,-\left(\frac{g}{\theta_o}\right)\left(\frac{\partial\mathbf{v_g}}{\partial y}\right)\cdot\nabla\theta\right] \tag{2.1.21a}$$

Emellett, ha feltételezzük, hogy az x-tengelyt a potenciális hőmérséklet izovonalaival párhuzamosan irányítjuk, akkor $\partial\theta/\partial x=0$ miatt :

$$\mathbf{Q}=\left[\underbrace{-\left(\frac{g}{\theta_o}\right)\left(\frac{\partial v_g}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial\theta}{\partial y}\right)}_{Q_1},\underbrace{-\left(\frac{g}{\theta_o}\right)\left(\frac{\partial v_g}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial\theta}{\partial y}\right)}_{Q_2}\right], \tag{2.1.21b}$$

ahol **Q** első komponense (Q_1) a horizontális nyírást, a második (Q_2) pedig a geosztrofikus áramlás össze- illetve szétfolyását (konfluenciáját / diffluenciáját) reprezentálja.

A Q-vektor segítségével felírható az omega-egyenlet jobb oldala – azaz meghatározhatóak a vertikális sebességek – kizárólag a Q-vektor divergenciájával:

$$N^2\nabla_h^2 w+f^2\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}=2\cdot\nabla\mathbf{Q}\,.$$

Eszerint azokon a területeken, ahol a Q-vektor konvergens, ott fel-, ahol divergens, ott pedig leáramlás tapasztalható.

2.2. Az omega-egyenlet és a Q-vektor nyomási (*p*) rendszerben

A meteorológiában legtöbbször a nyomási (*p*) rendszer használatos, így célszerű az omega-egyenletet, illetve a Q-vektort ebben a rendszerben felírni. Az omega-egyenlet p-rendszerbeli alakja:

$$\begin{aligned}(\sigma\nabla^2+f_0^2\frac{\partial^2}{\partial p^2})\omega &= f_0\frac{\partial}{\partial p}\left[\mathbf{v_g}\cdot\nabla\left(\frac{1}{f_0}\cdot\nabla^2\Phi+f\right)\right]+\\ &+\nabla^2\left[\mathbf{v_g}\cdot\nabla\left(-\frac{\partial\Phi}{\partial p}\right)\right]\end{aligned} \tag{2.2.1}$$

ahol $\mathbf{v_g}$ a geosztrofikus szélvektor, $\omega=dp/dt$ a vertikális sebesség, σ a stabilitási paraméter, f_0 a Corioli-paraméter, és $\Phi=g\cdot z$ a geopotenciál. Ebben az esetben is felírhatjuk az omega-egyenlet jobb oldalát a Q-vektor divergenciájával:

$$(\sigma\nabla^2 + f_0^2 \frac{\partial^2}{\partial p^2})\omega = -2\nabla \cdot \mathbf{Q} \ , \qquad (2.2.2)$$

azaz itt is adódik, hogy a Q-vektor divergenciája egyértelműen meghatározza a vertikális mozgásokat.

A termikus szél egyenletét felhasználva

$$\mathbf{Q} = \left[\frac{\partial \mathbf{v_g}}{\partial x} \cdot \nabla\left(\frac{\partial \Phi}{\partial p}\right), \frac{\partial \mathbf{v_g}}{\partial y} \cdot \nabla\left(\frac{\partial \Phi}{\partial p}\right) \right] \qquad (2.2.3)$$

adódik, ami a hidrosztatikusságot felhasználva

$$\nabla\left(\frac{\partial \Phi}{\partial p}\right) = -\frac{R}{p}\nabla T \qquad (2.2.4)$$

tovább alakítható:

$$\mathbf{Q} = -\frac{R}{p}\left[\frac{\partial \mathbf{v_g}}{\partial x} \cdot \nabla T, \frac{\partial \mathbf{v_g}}{\partial y} \cdot \nabla T \right], \qquad (2.2.5)$$

tehát a Q-vektor adott nyomási szinten a szélnyírás és a horizontális hőmérsékleti gradiens szorzataként határozható meg. Az **5.5.** és **5.6. fejezet**ben ismertetett esettanulmányok során ezt az eljárást alkalmaztuk a Q-vektor előállításához.

2.3 A Q-vektor háromdimenziós általánosítása, a C-vektor bevezetése

A Q-vektor fogalma és analízise hasznos eszköznek bizonyult a szinoptikus és frontális vertikális cirkuláció megértésében és vizsgálatában (*Hoskins and Pedder*, 1980, *Keyser et al.*, 1988, *Sanders and Hoskins*, 1990, *Xu*, 1990). Az omega-egyenletből kapott vertikális sebességmező az ageosztrofikus cirkulációnak csak a horizontálisan divergens tagjával áll kapcsolatban, az örvényes (azaz nemdivergens) tagot az egyenlet nem veszi figyelembe. Azonban utóbbi (az örvényes tag) ismerete gyakran szükséges a cirkuláció háromdimenziós szerkezetének és dinamikájának megértéséhez (*Xu*, 1990). Annak ellenére, hogy az örvényes ageosztrofikus szél baroklin részét megkaphatjuk a Q-vektorral kifejezett örvényességi egyenletből (*Xu*, 1990), a barotrop része független a Q-vektor kényszertől. A kvázigeosztrofikus momentum-egyenletek tartalmazzák az örvényes ageosztrofikus szél barotrop tagját, amely azonban kiesik, mikor az egyenleteket vertikálisan differenciáljuk azért, hogy megkapjuk a Q-vektor egyenletet. Annak érdekében, hogy ezt a barotrop tagot „visszakapjuk”, figyelembe kell vennünk egy harmadik kvázigeosztrofikus diagnosztikai egyenletet, a vertikális ageosztrofikus örvényességi egyenletet.

2.3.1 C-vektor egyenlet állandó f és N^2 esetén

A továbbiakban *Xu* (1992) alapján bevezetjük a háromdimenziós C-vektort. A levezetés során – első közelítésben - az *f* Coriolis-paramétert és a hőmérsékleti rétegződést leíró Brunt-Väisälä frekvenciát (N^2) konstansnak tekintjük. Kiindulásként írjuk fel a kvázigeosztrofikus egyenleteket:

$$f^2 u = -\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_g \cdot \nabla\right)\frac{\partial \Phi_g}{\partial x} \tag{2.3.1.1a}$$

$$f^2 v = -\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_g \cdot \nabla\right)\frac{\partial \Phi_g}{\partial y} \tag{2.3.1.1b}$$

$$N^2 w = -\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_g \cdot \nabla\right)\frac{\partial \Phi_g}{\partial z} \tag{2.3.1.1c}$$

$$\nabla \cdot \mathrm{v} = 0 \tag{2.3.1.1d}$$

ahol **v** = (*u*, *v*, *w*) az ageosztrofikus, $\mathbf{v}_g$ = (u_g, v_g, 0) = $k \times \nabla\Phi_g / f$ pedig a geosztrofikus szélvektor. φ_g –vel jelöltük a geopotenciált, $\nabla = (\partial_x, \partial_y, \partial_z)$ a nabla operátor. Itt $z = \left[1 - (p/p_0)^\kappa\right] c_p / \gamma$ a pszeudo-magassági koordináta, $\gamma = g/\Theta_0$, ahol Θ_0 a konstans referencia hőmérséklet, $N^2 = N_d^2 = \gamma\left(\frac{\partial \Theta_g}{\partial z}\right)$, Θ_g a potenciális hőmérséklet (θ_g) horizontális átlaga, és $\theta_g = \frac{\partial \Phi_g}{\partial z}\frac{1}{\gamma}$. Az *f* Coriolis-paraméter mellett a *g* gravitációs gyorsulást is konstansnak feltételezzük. Az ageosztrofikus pszeudo-örvényességi egyenleteket megkaphatjuk, ha (2.3.1.1a-c)-t a nabla operátorral szorozzuk vektoriálisan:

$$-\frac{\partial}{\partial z}\left(f^2 v\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(N^2 w\right) = 2C_1 = 2Q_2 \tag{2.3.1.2a}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(f^2 u\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(N^2 w\right) = 2C_2 = 2Q_1 \tag{2.3.1.2b}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(f^2 v\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(f^2 u\right) = 2C_3, \tag{2.3.1.2c}$$

ahol (Q_1, Q_2, 0) = **Q** a *Hoskins* (1978) által bevezetett (kétdimenziós) Q-vektor, C_3 pedig a geosztrofikus kényszertag (*Xu*, 1990). **C** = (C_H, C_3) = (C_1, C_2, C_3) a geosztrofikus kényszer újonnan bevezetett háromdimenziós vektora, ahol C_H = **Q** x **k** (azaz a Q-vektor elforgatottja). Ekkor a C-vektor komponensei a következő alakban adhatóak meg:

$$C_1 = -f\,\frac{\partial(u_g, v_g)}{\partial(y,z)} = -\gamma\left(\frac{\partial v_g}{\partial y}\right)\cdot\nabla\theta_g \qquad (2.3.1.3a)$$

$$C_2 = -f\,\frac{\partial(u_g, v_g)}{\partial(z,x)} = \gamma\left(\frac{\partial v_g}{\partial x}\right)\cdot\nabla\theta_g \qquad (2.3.1.3b)$$

$$C_3 = -f\,\frac{\partial(u_g, v_g)}{\partial(x,y)} \qquad (2.3.1.3c)$$

Hoskins et al. (1978) munkájának megfelelően a (2.3.1.2a-b) egyenletek alapján a következő kvázigeosztrofikus dinamikai összefüggéseket állapíthatjuk meg:

i) A tisztán geosztrofikus szél lerombolná önmagát a termikus szélegyensúly két tagjának ellentétes irányú megváltozása miatt.

ii) A termikus szélegyensúlyt két tényező állíthatja helyre: a differenciált vertikális mozgás, ami a horizontális hőmérsékleti gradienst igyekszik megváltoztatni, valamint a differenciált ageosztrofikus horizontális sebesség, amely pedig a horizontális szél vertikális szélnyírását változtatja meg.

Pozitív Q_1 (vagy Q_2) esetén a termikus szélegyensúly az x (vagy y) koordinátával növekvő w vertikális, illetve a z koordinátával csökkenő u (vagy v) horizontális sebesség által áll helyre. Így (2.3.1.2a-b) leírja a kvázigeosztrofikus vertikális mozgásokat és a horizontális ageosztrofikus szél baroklin tagját is. A barotrop tagot azonban – mint már említettük – nem írja le ez a két egyenlet, így a teljes háromdimenziós megoldáshoz és vizsgálathoz szükségünk van a (2.3.1.2c) vertikális ageosztrofikus örvényességi egyenlet is.

2.3.2 C-vektor egyenlet nem állandó f és N^2 esetén

A valóságos légkört közelítő egyenletek felírásakor a Coriolis-paramétert és a termikus (hőmérsékleti) rétegződést nem tekinthetjük állandónak. A Coriolis-paramétert β-sík közelítésben az $f = f_0 + \beta y$ közelítéssel írhatjuk le. Az átlagos rétegződést leíró N^2 a száraz légkörre vonatkozó kvázigeosztrofikus rendszerben csak a z (koordináta) függvénye, nedves légkört leíró egyenletekben azonban bonyolultabb, mindhárom térkoordinátától függő mennyiséggé válik. A két esetet *Durran* és *Klemp* (1982) nyomán, az alábbi módon foglalhatjuk össze:

$$N^2 = \begin{cases} N^2{}_w = \gamma(\Gamma_w / \Gamma_d)\partial_z \theta_w, \text{ha telített} \\ N^2{}_d = \gamma \partial_z \Theta_g, \text{egyébként} \end{cases}, \tag{2.3.2.1}$$

ahol Γ_w és Γ_d a nedves illetve száraz adiabatikus hőmérsékleti gradiens, és θ_w a nedves potenciális hőmérséklet. A fentieket figyelembe véve a következő kvázigeosztrofikus egyenleteket írhatjuk fel:

$$f_0^2 u = -\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_g \cdot \nabla\right)\frac{\partial \Phi_g}{\partial x} - \beta y f_0 u_g \tag{2.3.2.2a}$$

$$f_0^2 v = -\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_g \cdot \nabla\right)\frac{\partial \Phi_g}{\partial y} - \beta y f_0 v_g \tag{2.3.2.2b}$$

$$N^2 w = -\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_g \cdot \nabla\right)\frac{\partial \Phi_g}{\partial z} \tag{2.3.2.2c}$$

$$\nabla \cdot \mathrm{v} = 0, \tag{2.3.2.2d}$$

ahol az y koordináta a meridionális irány. Világos, hogy a (2.3.2.2a-d) egyenletek visszaadják a (2.3.1.1a-d) egyenleteket, ha $f = f_0$ és száraz (telítetlen) folyamatot feltételezünk.

Az ageosztrofikus örvényességi egyenleteket, majd azokból a C-vektor egyes komponenseit - hasonlóan az előző fejezethez - , a (2.3.2.2a-c) egyenletek nabla operátorral való vektoriális szorzásával kapjuk meg:

$$C_1 = -f_0 \frac{\partial(u_g, v_g)}{\partial(y,z)} + \frac{1}{2}\beta y f_0 \left(\frac{\partial v_g}{\partial z}\right) = -\gamma\left(\frac{\partial v_g}{\partial y}\right) \cdot \nabla \theta_g + \frac{1}{2}\beta y \gamma \left(\frac{\partial \theta_g}{\partial x}\right) \tag{2.3.2.3a}$$

$$C_2 = -f_0 \frac{\partial(u_g, v_g)}{\partial(z,x)} - \frac{1}{2}\beta y f_0 \left(\frac{\partial u_g}{\partial z}\right) = \gamma\left(\frac{\partial v_g}{\partial x}\right) \cdot \nabla \theta_g + \frac{1}{2}\beta y \gamma \left(\frac{\partial \theta_g}{\partial y}\right) \tag{2.3.2.3b}$$

$$C_3 = -f_0 \frac{\partial(u_g, v_g)}{\partial(x,y)} - \frac{1}{2} f_0 \beta (y \zeta_g - u_g). \tag{2.3.2.3c}$$

A (2.3.1.3a-c) egyenletekhez képest a különbséget a Coriolis-paraméter y irányú megváltozása adja, melynek következtében a C-vektor komponenseiben megjelenik egy plusz tag. A két β-tól függő tag a (2.3.2.3a-b) egyenletekben az omega-egyenlet jobb oldalához egy további kényszert ad, ami az északi félgömbön az emelkedő (süllyedő) mozgásnak felel meg az északias (délies) termikus szélnyírásban (*Hoskins et al.*, 1978). A (2.3.2.3c) egyenletben, ha $y\zeta_g - u_g$ pozitív (negatív), akkor a β-függő tag (az északi féltekén) egy járulékos pozitív (negatív) ageosztrofikus örvényességnek feleltethető meg.

3. A frontogenetikus függvény és az F-vektor

3.1. A frontogenetikus függvény és az F-vektor (általános) bevezetése

A frontogenezis részletes matematikai leírását *Bergeron* (1928) és *Pettersen* (1936) adta meg. Előbbi bevezette az *F* ún. frontogenetikus függvényt, amelyet alkalmas *S* skalármennyiség gradiensének időbeli változásaként definiálhatunk:

$$F = \frac{d}{dt}\left|\nabla S\right| \; . \tag{3.1.1}$$

Ennek alapján frontogenezisről, azaz a front intenzitásának növekedéséről beszélhetünk akkor, ha a gradiens időben növekszik (*F*>0). Frontolízis, vagyis a front intenzitásának csökkenése esetén a gradiens is csökken, így *F*<0. A frontogenezis indikátoraként a tapasztalat szerint érdemes a Θ potenciális hőmérsékletet használni, mivel ez a légkörben gyakran megmaradó mennyiség, azaz $d\Theta / dt = 0$. Ekkor:

$$F = \frac{d}{dt}\left|\nabla_p \Theta\right| . \tag{3.1.2}$$

Horizontális áramlás esetén frontogenezist csak horizontális divergencia és deformáció okozhat. Ezen két hatás segítségével a frontogenetikus függvény felírható a következő alakban is (*Keyser et al*., 1988)

$$\frac{d}{dt}\left|\nabla\Theta\right| = -\frac{1}{2}\left|\nabla\Theta\right|\left(D - E\cos 2\beta\right), \tag{3.1.3}$$

ahol

$$D = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}, \tag{3.1.4}$$

a horizontális divergencia,

$$E = (E_{st}{}^2 + E_{sh}{}^2)^{1/2}, \tag{3.1.5}$$

pedig a teljes deformáció. Itt E_{st} a megnyúlási (streching), E_{sh} pedig a nyírási (shearing) deformáció:

$$E_{st} = \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \tag{3.1.6a}$$

$$E_{sh} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}, \tag{3.1.6b}$$

továbbá β az izentrópok és a dilatáció tengelye által bezárt szög $(\beta = \delta - \alpha)$, ha az eredeti koordinátarendszerhez viszonyított helyzete a dilatáció tengelyének α, az izentrópoké pedig δ, tehát:

$$\tan\alpha = -\frac{\partial\theta}{\partial x}\left(\frac{\partial\theta}{\partial y}\right)^{-1}, \tag{3.1.7a}$$

illetve:

$$\tan 2\delta = E_{sh} / E_{st}\,. \tag{3.1.7b}$$

(A magyarázatot és a szögek közti összefüggéseket a **2.1.ábra** mutatja.)

A (3.1.3) egyenletből látszik, hogy a frontogenezis feltétele az, hogy az izentrópok és a dilatáció tengelye közti szög (β) kisebb legyen, mint 45°, továbbá az is, hogy a horizontális konvergencia – függetlenül az izentrópok helyzetétől – frontogenetikusan hat.

A Pettersen-féle frontogenetikus függvény csak a gradiens nagyságának változását írja le. *Keyser* (1988) ezért vektori alakban általánosította F-et, amely már tartalmazza a gradiens irányának változását is:

$$\mathbf{F} = \frac{d}{dt}\nabla\Theta\,. \tag{3.1.8}$$

Vagyis **F** a horizontális hőmérsékleti gradiens időbeli változását írja le Lagrange-i szemléletben (azaz egy részecske trajektóriája mentén).

3.2. Az F-vektor természetes koordináta-rendszerbeli alakja

Tekintsünk olyan derékszögű, természetes (s, n) koordináta-rendszert, amelynek egyik tengelye (lokálisan) párhuzamos az izentrópokkal, a másik pedig ennek az óramutató járásával ellentétesen 90°-os elforgatottja. Emellett s legyen olyan irányítottságú, hogy n a melegtől a hideg levegő felé mutasson (**3.1.ábra**). **F** felbontható ebben a koordináta-rendszerben:

$$\mathbf{F} = F_n\mathbf{n} + F_s\mathbf{s}, \tag{3.2.1}$$

ahol F_n a potenciális hőmérsékleti gradiens ($\nabla\theta$) nagyságának változását leíró frontogenetikus komponens, vagy skaláris frontogenetikus függvény (F_n<0 jelent frontogenezist); F_s pedig $\nabla\theta$ irányának megváltozását jelölő forgatási komponens. A potenciális hőmérsékleti gradiens időbeli változása felírható a

$$\frac{d}{dt}\nabla\theta = \mathbf{n}\left(\mathbf{n}\cdot\frac{d}{dt}\nabla\theta\right) + \mathbf{s}\left(\mathbf{s}\cdot\frac{d}{dt}\nabla\theta\right), \qquad (3.2.2)$$

alakban (is), ahol az F-vektor komponensei :

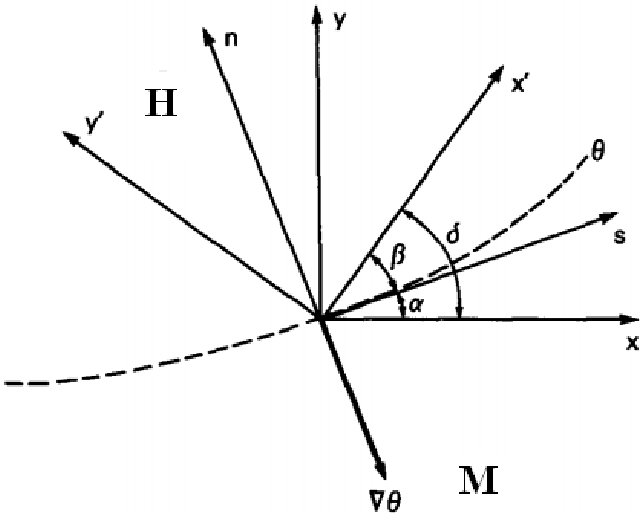
$$F_n = \mathbf{n}\frac{d}{dt}\nabla\theta \qquad (3.2.3a)$$

$$F_s = \mathbf{s}\frac{d}{dt}\nabla\theta. \qquad (3.2.3b)$$

Mivel **n** = $-\nabla\theta/|\nabla\theta|$ és **s** = **n** × **k,** ezért

$$F_n = -\frac{d}{dt}|\nabla\theta| \qquad (3.2.4a)$$

$$F_s = \mathbf{n}\cdot\left(\mathbf{k}\times\frac{d}{dt}\nabla\theta\right). \qquad (3.2.4b)$$



1. ábra A dilatáció tengelyéhez viszonyított (x', y'), és az izentrópok helyzete által meghatározott természetes (s, n) koordinátarendszer, melyeket lokálisan a standard (eredeti) (x, y) koordinátarendszer α (lásd 3.1.7a), illetve δ (lásd 3.1.7b) szöggel való elforgatásával kaphatunk meg. Az s tengely párhuzamos az izentrópokkal, és olyan irányítottságú, hogy az n tengely a hidegebb levegőtől a melegebb felé mutasson.

A következőkben célunk az, hogy invariáns kinematikus mennyiségek segítségével fejezzük ki F_n-t és F_s-t. Ehhez tekintsük a horizontális, adiabatikus áramlásra felírt

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} + \mathbf{v}\cdot\nabla\theta = 0 \qquad (3.2.5)$$

termodinamikai egyenletet. Differenciáljuk (3.2.5)-öt x és y szerint, így $d\nabla\theta/dt$ komponenseire a következő kifejezéseket kapjuk:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\theta}{\partial x}\right) = -\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial\theta}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial x}\frac{\partial\theta}{\partial y} \tag{3.2.6a}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\theta}{\partial y}\right) = -\frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial\theta}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y}\frac{\partial\theta}{\partial y}\,. \tag{3.2.6b}$$

Ha figyelembe vesszük a (3.2.4a) és (3.2.4b) egyenleteket, akkor a következő, a geosztrofikus szél *n* irányú komponensének (v_{gn}) segítségével is felírható formulákat kapjuk:

$$F_n = -\frac{1}{|\nabla\theta|}\left[\frac{\partial\theta}{\partial x}\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\theta}{\partial x}\right) + \frac{\partial\theta}{\partial y}\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\theta}{\partial y}\right)\right] = \frac{1}{|\nabla\theta|}\frac{\partial v_{gn}}{\partial n} \tag{3.2.7a}$$

$$F_s = -\frac{1}{|\nabla\theta|}\left[\frac{\partial\theta}{\partial y}\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\theta}{\partial x}\right) - \frac{\partial\theta}{\partial x}\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\theta}{\partial y}\right)\right] = \frac{1}{|\nabla\theta|}\frac{\partial v_{gn}}{\partial s}\,. \tag{3.2.7b}$$

4. A Q-vektor és a frontogenezis kapcsolata

4.1. A Q-vektor természetes koordináta-rendszerbeli alakja

Hoskins et al. (1978) és *Kurz* (1992) felismerte, hogy adiabatikus folyamatok esetén a potenciális hőmérséklet időbeli változása felírható a következő alakban:

$$\frac{d_g\theta}{dt}+\omega\frac{\partial\theta_0}{\partial p}\nabla_p\omega=0\,, \qquad (4.1.1)$$

ahol $d_g/dt=\partial_g/\partial t+\mathbf{v_g}\cdot\nabla_p$, $\theta_0=\theta_0(p)$ a nyomástól függő standard potenciális hőmérséklet. Differenciáljuk ezt adott nyomási szinten, ekkor:

$$\frac{d_g\theta}{dt}+\omega\frac{\partial\theta_0}{\partial p}\nabla_p\omega=\mathbf{Q}\,, \qquad (4.1.2)$$

ahol

$$\mathbf{Q}=\left(-\frac{\partial\mathbf{v_g}}{\partial x}\nabla_p\theta\right)\mathrm{i}\,,-\left(\frac{\partial\mathbf{v_g}}{\partial y}\nabla_p\theta\right)\mathrm{j}\,. \qquad (4.1.4)$$

Adott nyomási szinten geosztrofikusan mozgó légelemekben ω eltűnik, és (4.1.2) a következő alakra:

$$\mathbf{Q}=\frac{d_g}{dt}\nabla_p\theta=\left(\frac{\partial_g}{\partial t}+v_g\nabla_p\right)\nabla_p\theta \qquad (4.1.5)$$

egyszerűsödik. Tehát a Q-vektor a potenciális hőmérséklet gradiensének időbeli változásával fejezhető ki.

Annak érdekében, hogy a gradiens nagyságának és irányának változását is követni tudjuk, olyan természetes koordinátarendszerre térünk át, amelyben az *s*-koordináta irány párhuzamos az izentrópokkal, az *n* koordináta pedig erre merőleges és olyan irányítottságú, hogy a melegebbtől a hidegebb levegő felé mutat (**2.1.ábra**, *Keyser et al.*, 1988). Ha $\mathbf{V}_{gN}$ a geosztrofikus szél *n*-irányú komponense, és felhasználjuk, hogy $\partial\theta/\partial s=0$, akkor (4.1.4) alakja az új koordinátarendszerben (**s** és **n** az egységvektorok):

$$\mathbf{Q}=Q_s+Q_n=\left(-\frac{\partial V_{gN}}{\partial s}\frac{\partial\theta}{\partial n}\right)\mathbf{s}+\left(-\frac{\partial V_{gN}}{\partial n}\frac{\partial\theta}{\partial n}\right)\mathbf{n}\,, \qquad (4.1.6)$$

ahol Q_n a potenciális hőmérsékleti gradiens nagyságának, Q_s pedig az irányának változását írja le.

4.2. A potenciális hőmérsékleti gradiens nagyságának megváltozása, geosztrofikus frontogenezis

Pettersen (1936) és *Miller* (1948) definíciója szerint a potenciális hőmérsékleti gradiens nagyságának megváltozása frontogenezist, vagy frontolízist eredményez a geosztrofikus szélmezőben. Ezt a változást a fentiek (4.1.6) alapján a Q-vektor *n*-irányú komponensével követhetjük, amelyet emiatt „frontogenetikus paraméter”-nek is neveznek:

$$\frac{d_g}{dt}\left|\nabla_p \theta\right| = -Q_n = \frac{\partial V_{gN}}{\partial n}\frac{\partial \theta}{\partial n}. \qquad (4.2.1)$$

$\nabla_p \theta$ nagyságának növekedését ($-Q_n > 0$) frontogenezisnek, csökkenését ($-Q_n < 0$) frontolízisnek nevezzük. Az első esettanulmányban (*Kurz*, 1997) ezt a paramétert is felhasználták a frontogenezis területeinek meghatározására.

(4.2.1)-ból látszik, hogy a geosztrofikus áramlásban a frontogenezist, illetve frontolízist a deformáció eredményeként a normális szélkomponens izentrópokra merőleges változása adja meg. Ha *E*-vel jelöljük a teljes deformációt, akkor:

$$Q_n = -\frac{1}{2}\left|\nabla_p \theta\right| E\cos 2\alpha\,, \qquad (4.2.2)$$

ahol α a dilatáció tengelye és az izotermák által bezárt szög.

4.3. A potenciális hőmérsékleti gradiens irányának megváltozása

Ahhoz, hogy $\nabla_p \theta$ iránya módosuljon, V_{gN}-nek az izentrópok mentén kell megváltoznia. Ez bekövetkezhet örvényesség (ζ_g) és / vagy deformáció (*E*) hatására:

$$Q_s = \frac{1}{2}\left|\nabla_p \theta\right|\left(\zeta_g + E\sin 2\alpha\right). \qquad (4.3.1)$$

Ciklonális forgás két hatás eredményeként léphet fel: pozitív örvényesség által, illetve, ha a deformációs mezőben az izentrópok és a dilatáció tengelye által bezárt szög 0° és 90° (negatív irányban) közé esik.

5. Esettanulmányok a Q-vektor előrejelzési alkalmazására

5.1. Elméleti háttér

Az előzőekben megmutattuk, hogy, a Q-vektort többféle alakban is meghatározhatjuk. Munkánk során olyan formulát kerestünk, amellyel a lehető legkevesebb paraméter segítségével, egyéb számítást nem igényelve számítható ki – akár operatív használatban– a Q-vektor. Az általunk legegyszerűbbnek vélt (operatívan legjobban használható) formulát alkalmaztuk, amelyet *F. Sanders* és *B. J. Hoskins* (1990) írt le először:

$$\mathbf{Q} = \left[\frac{\partial \mathbf{v_g}}{\partial x} \cdot \nabla \left(\frac{\partial \Phi}{\partial p} \right), \frac{\partial \mathbf{v_g}}{\partial y} \cdot \nabla \left(\frac{\partial \Phi}{\partial p} \right) \right]. \tag{5.1.1}$$

Ehhez először ki kell számítani a geosztrofikus szél komponenseit:

$$u_g = -\frac{1}{f} \frac{\partial \Phi}{\partial y} \tag{5.1.2a}$$

$$v_g = \frac{1}{f} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad . \tag{5.1.2b}$$

Továbbá felhasználjuk a hidrosztatikusságot:

$$\nabla \left(\frac{\partial \Phi}{\partial p} \right) = -\frac{R}{p} \nabla T , \tag{5.1.3}$$

és a horizontális szélnyírás egyenleteit:

$$\frac{\partial \mathbf{v_g}}{\partial x} = \frac{\partial u_g}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial v_g}{\partial x} \tag{5.1.4a}$$

$$\frac{\partial \mathbf{v_g}}{\partial y} = \frac{\partial u_g}{\partial y} \mathbf{i} + \frac{\partial v_g}{\partial y} \mathbf{j} , \tag{5.1.4b}$$

ahol **i** és **j** az *x* illetve *y* irányú egységvektorok. Így a Q-vektor komponensei külön-külön számíthatóak és rendre a következők

$$Q_1 = -\frac{R}{p} \left(\frac{\partial \mathbf{v_g}}{\partial x} \nabla T \right) = -\frac{R}{p} \left(\frac{\partial u_\mathbf{g}}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial v_\mathbf{g}}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} \right) \tag{5.1.5a}$$

$$Q_2 = -\frac{R}{p} \left(\frac{\partial \mathbf{v_g}}{\partial y} \nabla T \right) = -\frac{R}{p} \left(\frac{\partial v_\mathbf{g}}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial v_\mathbf{g}}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} \right) \tag{5.1.5b}$$

A Q-vektor tehát adott nyomási szinten könnyen megadható a geopotenciál és hőmérsékleti mező segítségével.

Ha a vertikális mozgásokat akarjuk vizsgálni, amelyet a Q-vektor (horizontális) divergenciájával határozhatunk meg, akkor első közelítésben ábrázolhatjuk a Q-vektorokat az *F. Sanders és B. J. Hoskins* által kifejlesztett - az általunk használt formula tovább alakításával nyert - grafikus eljárás segítségével (*Sarkadi*, 2010). Azonban, mivel ismerjük a Q-vektor komponenseinek számszerű értékét, a divergenciát is könnyen meghatározhatjuk, ami lehetővé teszi a vertikális mozgások nagyságának objektív összehasonlítását:

$$DivQ = \nabla_p Q = \frac{\partial Q_1}{\partial x} + \frac{\partial Q_2}{\partial y} \qquad (5.1.6)$$

Az általunk felhasznált térképeken ennek a (-1)-szeresét ábrázoljuk, mivel a vertikális mozgások a Q-vektor divergenciájának (-1)-szeresével arányosak.

5.2. Felhasznált adatok

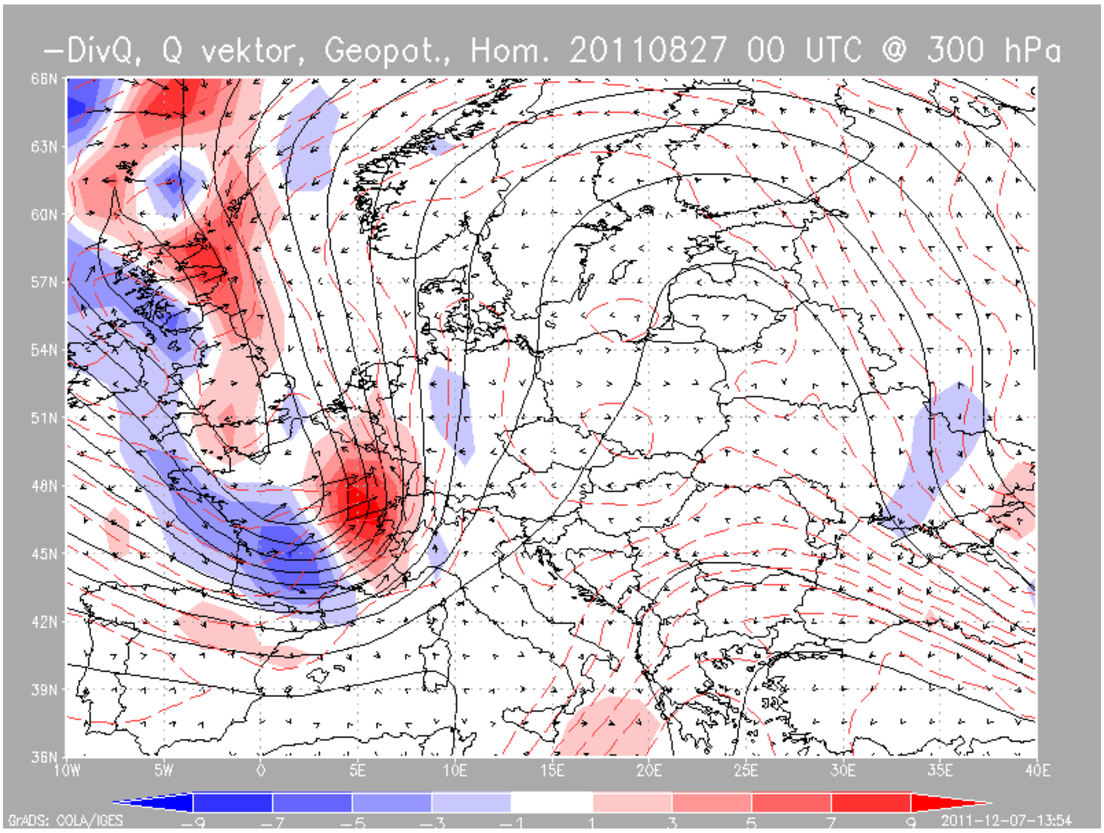
Az esettanulmányokhoz a szükséges mezőket az **ECMWF** (**European Centre for Medium-Range Weather Forecasts -** Európai Középtávú Előrejelző Központ) által készített és honlapjukon szabadon elérhető (*http://data-portal.ecmwf.int/data/d/interim_daily/*) ERA-Interim reanalízis adatbázisból töltöttük le. Ezt a reanalízist naponta négy időpontra (0, 6, 12 és 18 UTC-re) készítik, és 1979-től napjainkig áll rendelkezésre. Az adatbázis horizontális felbontása 1,5° x 1,5°, vertikálisan 37 szintet tartalmaz. Munkánk során öt különböző szintre (főizobárszintre) határoztuk meg és ábrázoltuk a Q-vektort és divergenciáját: 925, 850, 700, 500 és 300 hPa-on.

A számításhoz és a térképi ábrázoláshoz a **GrADS** (**Grid Analysis and Display System**) nevű programban írtunk egy scriptet (**Függelék C**)

Emellett a valósággal való összevetéshez (a frontok valós elhelyezkedésének azonosításához) infravörös tartományban készült európai kivágatú műholdképeket (*http://www.sat24.com/history.aspx*), illetve a 2011. augusztus 27-i esettanulmány során a pogányvári radar 240 km-es hatósugarú képeit (*http://www.met.hu/pages/20110830_zivatar_20110827-en/*) (**Függelék B)** is felhasználtuk.

5.3. A térképek magyarázata

Az általunk készített és az **5.5 fejezet**ben esettanulmányában felhasznált térképeken, a frontogenezis komplex vizsgálata érdekében a Q-vektor és annak (negatív) divergenciája mellett az adott nyomási szint (főizobárszint) hőmérsékletét és geopotenciál értékeit is ábrázoltuk, hasonlóan a szakirodalomban szereplő esettanulmányokhoz. A hőmérséklet izovonalait szaggatott piros vonal jelzi, 1 Kelvin fokos lépésközönként. Általánosságban elmondható, hogy ott a front illetve frontogenezis környezetében sűrűbben helyezkednek el az izovonalak (nagyobb gradiens). Az izohipszákat folytonos fekete vonallal jelöltük, 50 gpm lépésközönként. Az alacsonyabb értékek a troposzféra teknőjét, a magasabbak a gerincet jelölik. A nyilak a számított Q-vektorokat jelölik. A színezett területek a Q-vektor divergenciájának (-1)-szeresét ábrázolják $2\text{x}10^{-17}$ m kg^{-1} K^{-1} lépésközönként, a piros területek a feláramlást ($-DivQ > 0$), a kék területek a leáramlást ($-DivQ < 0$) jelentik. A térkép tetején az ábrázolt paramétereket, az időpontot és a nyomási szintet is feltűntettük.

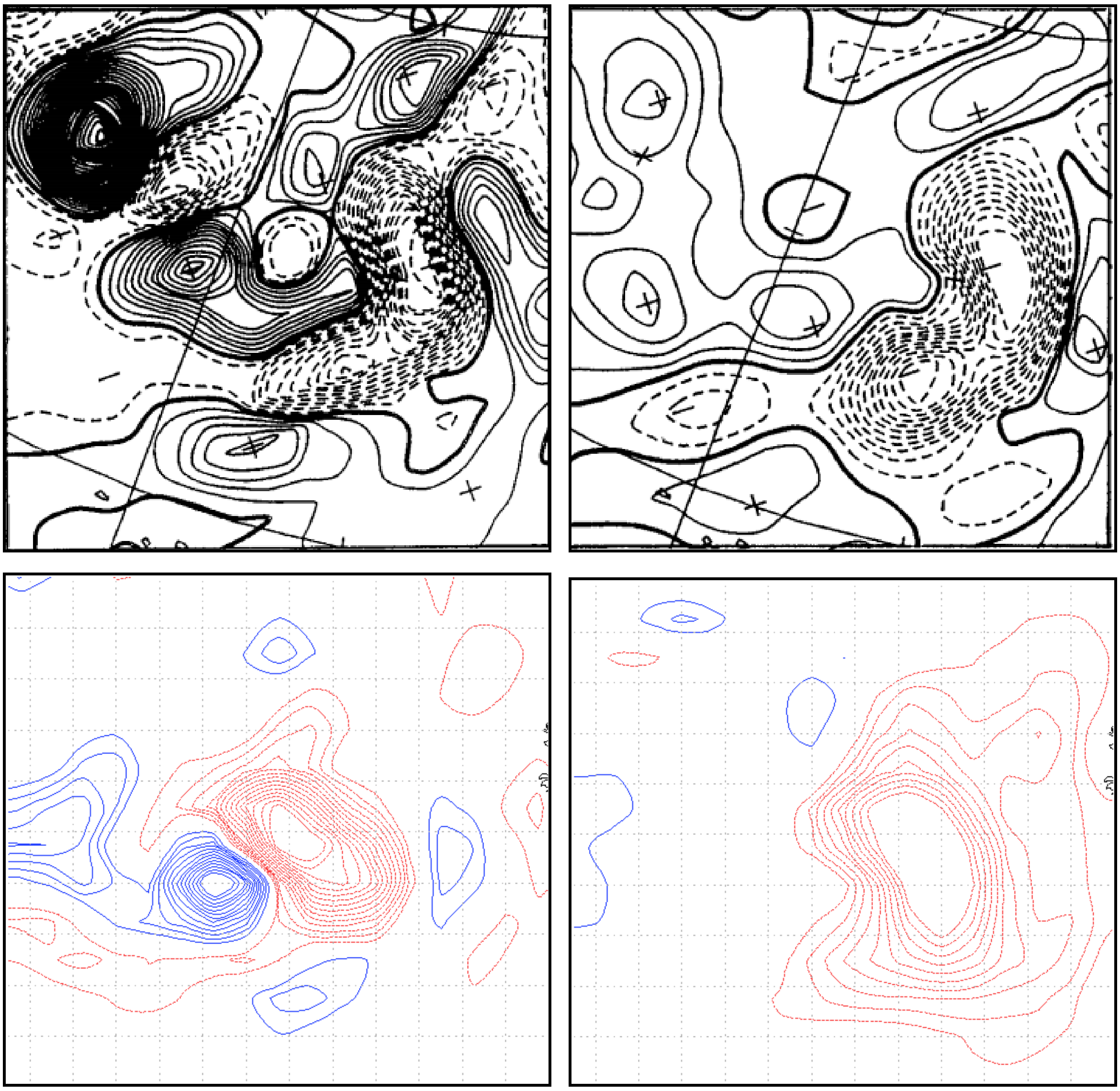


5.1.ábra Példa az általunk készített térképre.

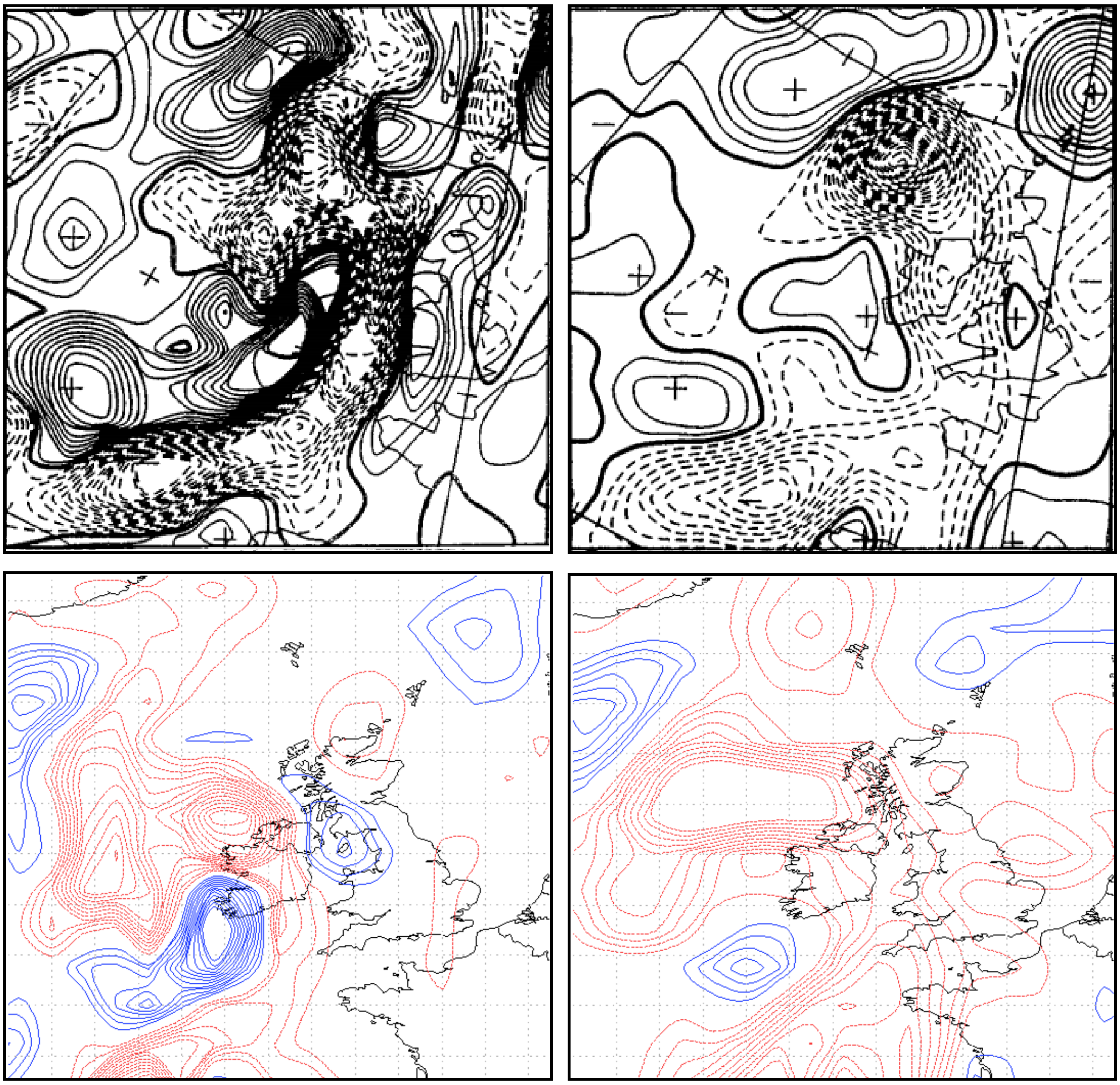
5.4. Esettanulmány az 1995. január 16-18.-ai időszakról

A Q-vektor gyakorlati alkalmazásának bemutatását, már ismert esettanulmány (*Kurz*, 1997) reprodukálásával kezdjük. Célunk az, hogy az általunk alkalmazott számítási algoritmus helyességéről és alkalmazhatóságáról referenciát kapjunk. Ehhez a címben megadott időszakra, és a Kurz által bemutatott számításokkal nagyjából azonos területre (kivágatra) futtattuk a programunkat és a kapott térképeket összehasonlítottuk a *Kurz* által kapott mezőkkel. *Kurz* az általa FQ-val jelölt, „teljes omega kényszer"-nek elnevezett – gyakorlatilag a Q-vektor divergenciájával megegyező - mennyiséget ábrázolta a frontok azonosításához 500 és 850 hPa-on. Mi ugyanezekre a szintekre számoltuk ki a Q-vektor divergenciáját az **5.1. fejezet**ben vázolt módon. Az összehasonlítást nehezíti, hogy a cikkben szereplő ábrákon a földrajzi koordináták nem szerepelnek így csak nagyjából tudtuk hasonló méretű területre elvégezni a számításokat. Nincsenek továbbá feltűntetve az FQ értékei sem, csak a lépésközök ($5x10^{-18}$ m kg^{-1} s^{-1}), így számszerű összehasonlítást sem tudtunk végezni. Az összehasonlítás tehát csak annyit jelent, hogy, hogy a frontogenezis (FQ<0), illetve frontolízis (FQ>0) területei nagyjából ugyanott helyezkednek-e el.

Az **5.2.a ábrá**n felül a *Kurz* által 1995. január 17. 00 UTC-re, az 500 hPa-os (főizobár)szintre számolt FQ (bal oldal) és vertikális sebesség (jobb oldal) látható. Alatta ezeknek az általunk készített megfelelői láthatóak. A feláramlás és leáramlás területeit *Kurz* szaggatott, illetve folytonos vonallal jelölte. Az általunk készített térképeken ezeket rendre szaggatott piros, illetve folytonos kék vonalak jelzik. Az **5.2.b ábrá**n ugyanezek láthatóak, csak 12 UTC-re számolva.



5.2.a ábra A Kurz által (fent) és az általunk (lent) ábrázolt FQ (DivQ) (bal oldal, $5x10^{-18}$ m kg^{-1} s^{-1} lépésközönként), illetve vertikális sebesség (jobb oldal, 0,1 Pa s^{-1} lépésközönként).



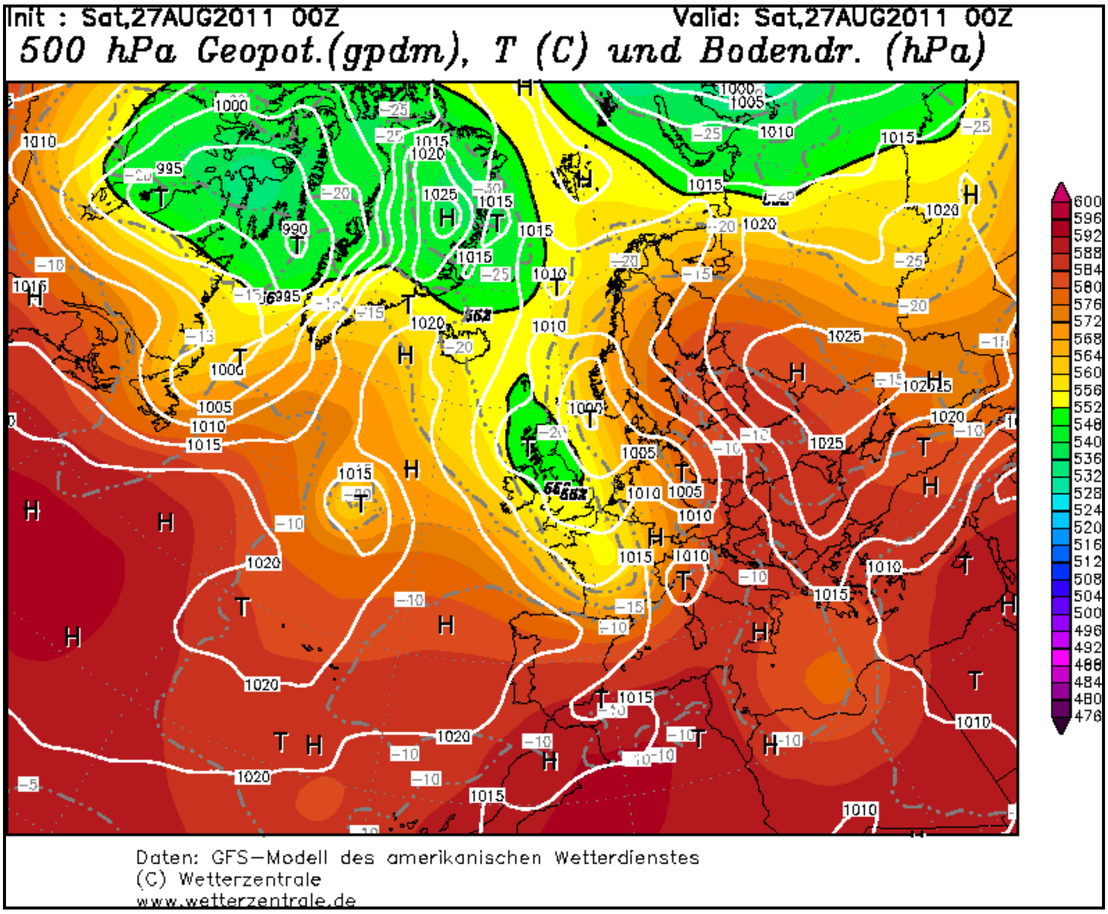
5.2.b ábra Ugyanaz, mint *5.2.a ábra*, csak 12 UTC-re.

A képeken jól látszik, hogy a *Kurz* által és az általunk számolt fel- és leáramlási területek mind a Q-vektor divergenciája, mind a vertikális sebesség esetén nagyjából megegyeznek; továbbá mindkettő jól jelzi a Nyugat-Európát január 17.-én napközben elérő front mentén kialakuló feláramlásokat.

5.5. Esettanulmány a 2011. augusztus 27-i hidegfrontról

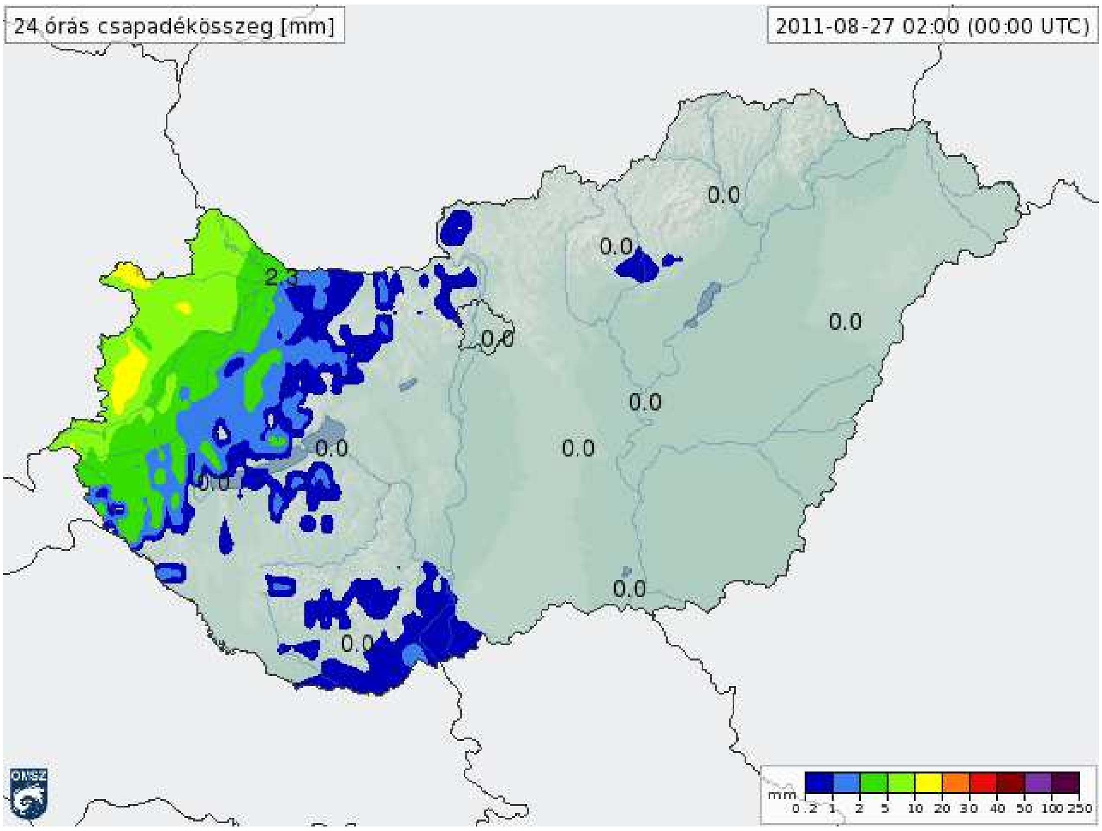
5.5.1. Szinoptikus helyzet

Ezen a napon leszakadó hidegcseppből kialakuló ún. cut-off ciklon helyezkedett el a Brit-szigetek és Nyugat-Európa felett, amelynek markáns hidegfrontja a késő délutáni órákban közelítette meg hazánkat, erőteljes lehűlést hozva és véget vetve az augusztus 20.-a utáni kánikulai időszaknak, amelyet az Európa fölé messzire benyúló gerincnek köszönhettünk (**5.3.ábra**).



5.3.ábra Az 500 hPa-os szint magassági és a felszíni légnyomás 2011. augusztus 27. 00 UTC-re vonatkozó analízise (forrás: *http://www.wetterzentrale.de/topkarten/fsreaeur.html*)

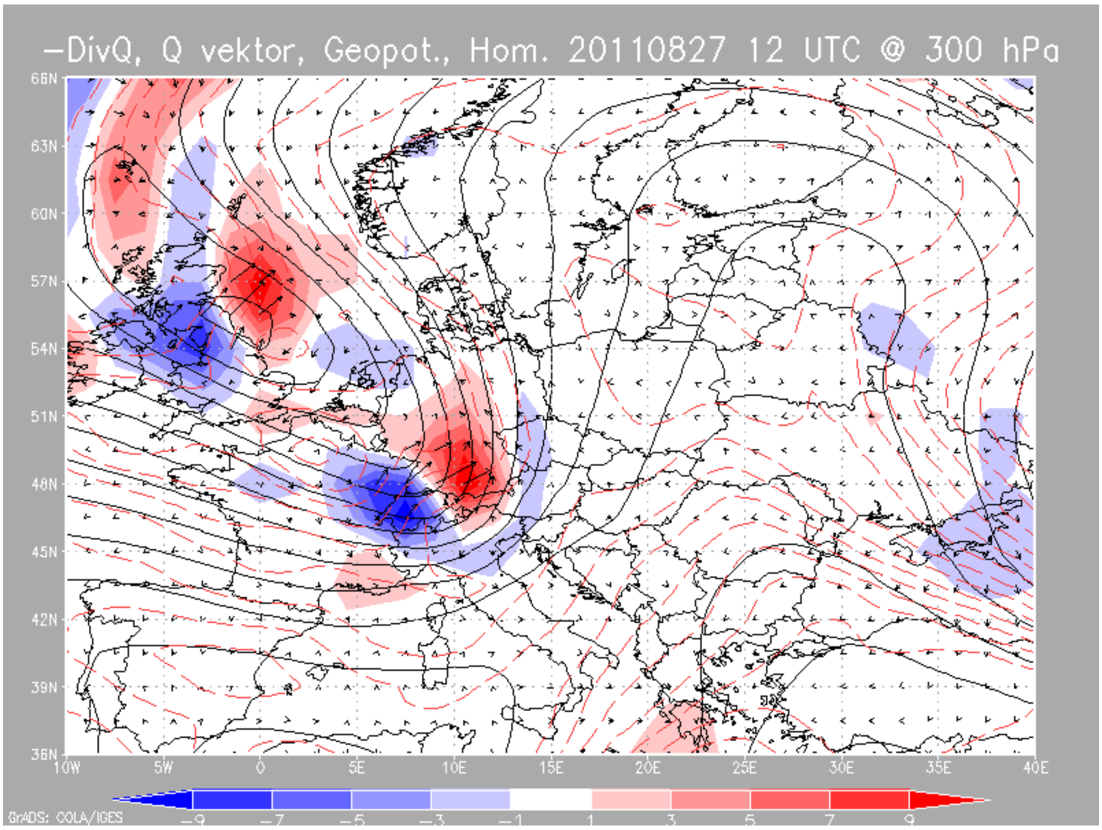
A front mentén heves záporok és zivatarok pattantak ki, amelyek később vonalba rendeződve vonultak keresztül észak-északkeleti irányban a Nyugat-Dunántúlon (**Függelék B**) és csak ott okoztak viharos széllökéseket (a legerősebb széllökést a Kabhegyen mérték, 123 km/h-t) és jelentős mennyiségű csapadékot (**5.4.ábra**). A front alig fél nap múlva már elhagyta az országot (**Függelék A1**).



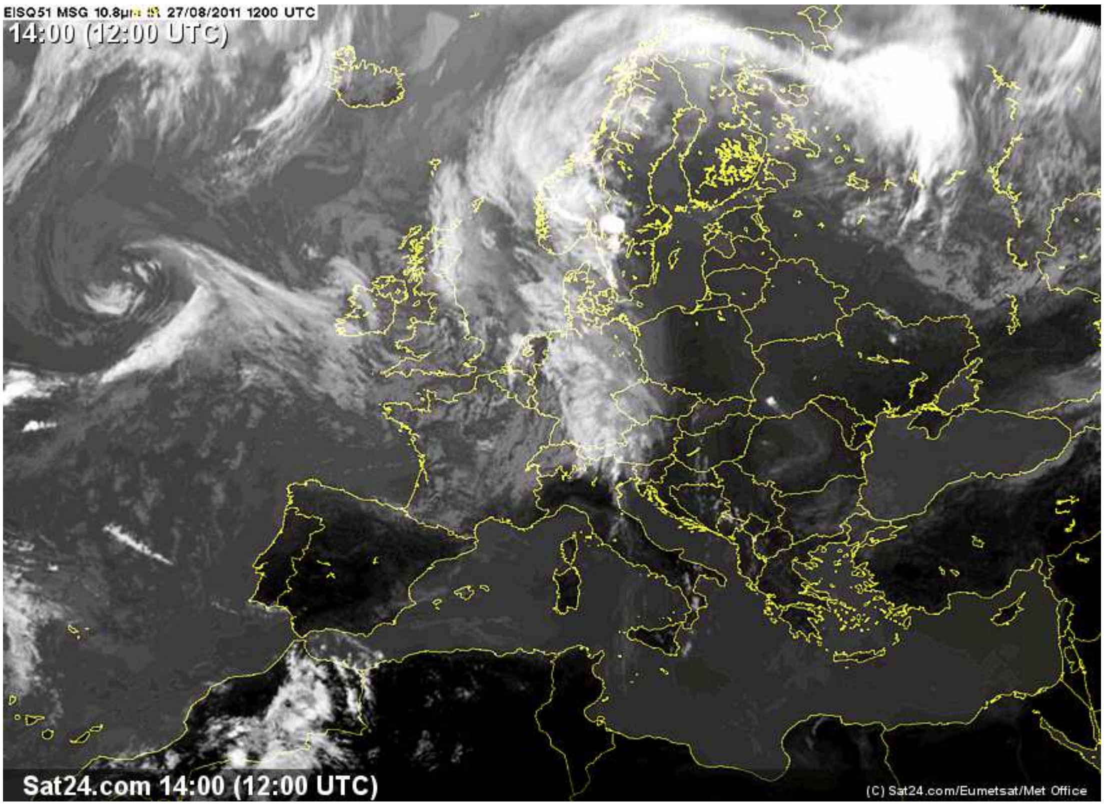
5.4.ábra A 2011. augusztus 27.-én Magyarországon lehullott napi csapadékösszeg térképe (forrás: *http://www.met.hu/pages/20110830_zivatar_20110827-en)*

5.5.2. Az általunk készített térképek elemzése és összehasonlítása az észlelt adatokkal

Az egyes szintekre készített - a Q-vektort és annak divergenciáját – ábrázoló térképek összehasonlítása során észrevettük, hogy az izotermák sűrűsödésével szemben – amely főleg alacsony szinteken jellemző, hiszen itt helyezkedik el a talajfront -, a Q-vektor divergenciája a magasabb szinteken (főleg 300 hPa-on) jobban jelzi a frontális feláramlásokat, mint alacsonyabb szinteken. Ezért a következőekben (**5.5.a-f ábra**) az általunk 300 hPa-ra készített térképeket hasonlítjuk össze az európai műholdképekkel. 2011. augusztus 27.-e 12 és 18, illetve 28.-a 00 UTC-re. A térképeket a frontanalízis térképekkel (**Függelék A1**) összehasonlítva megállapíthatjuk, hogy a Q-vektor divergenciája jól kirajzolja a frontvonal helyzetét és - a folyamatot tekintve - elmozdulását is. Az is látszik, hogy a Q-vektor konvergens területei nagyjából egybeesnek a műhold- és radarképeken jól kivehető konvektív frontális felhőzettel. Továbbá azt is észrevehetjük, hogy minden esetben a divergencia pozitív és negatív területei párosával, a front két oldalán elhelyezkedve jelennek meg. Véleményünk szerint ez a frontvonallal párhuzamosan kialakuló ageosztrofikus cirkuláció előoldali fel- és hátoldali leszálló ágát jeleníti meg. A műholdképen láthatjuk, hogy 28-a 00 UTC-re a front már elhagyta az országot, és jelentősen le is gyengült, amit a vertikális kényszer gyengülése (kisebb divergencia értékek minden nyomási szinten) is mutat.

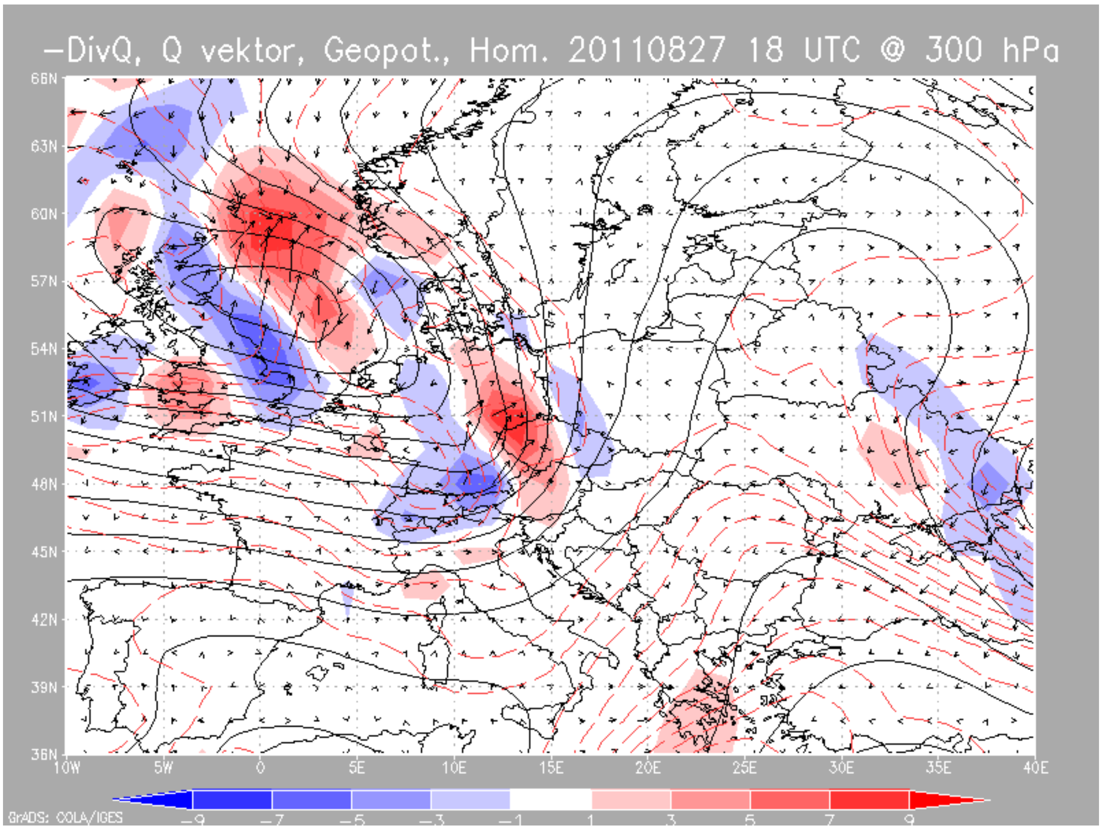


5.5.a ábra A 2011. augusztus 27-e 12 UTC-re készült térkép (Magyarázatot lásd az **5.3. fejezet**ben)

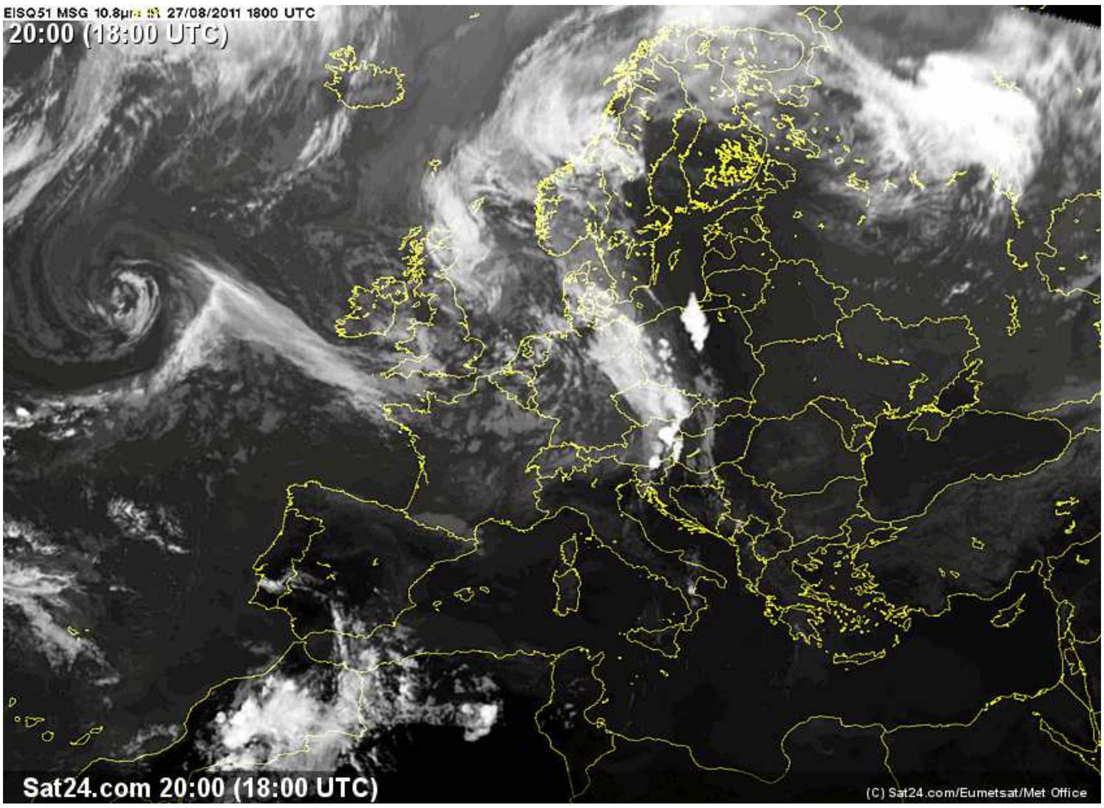


5.5.b ábra A 2011. augusztus 27-e 12 UTC-s európai műholdkép

(forrás: *http://www.sat24.com/history.aspx)*

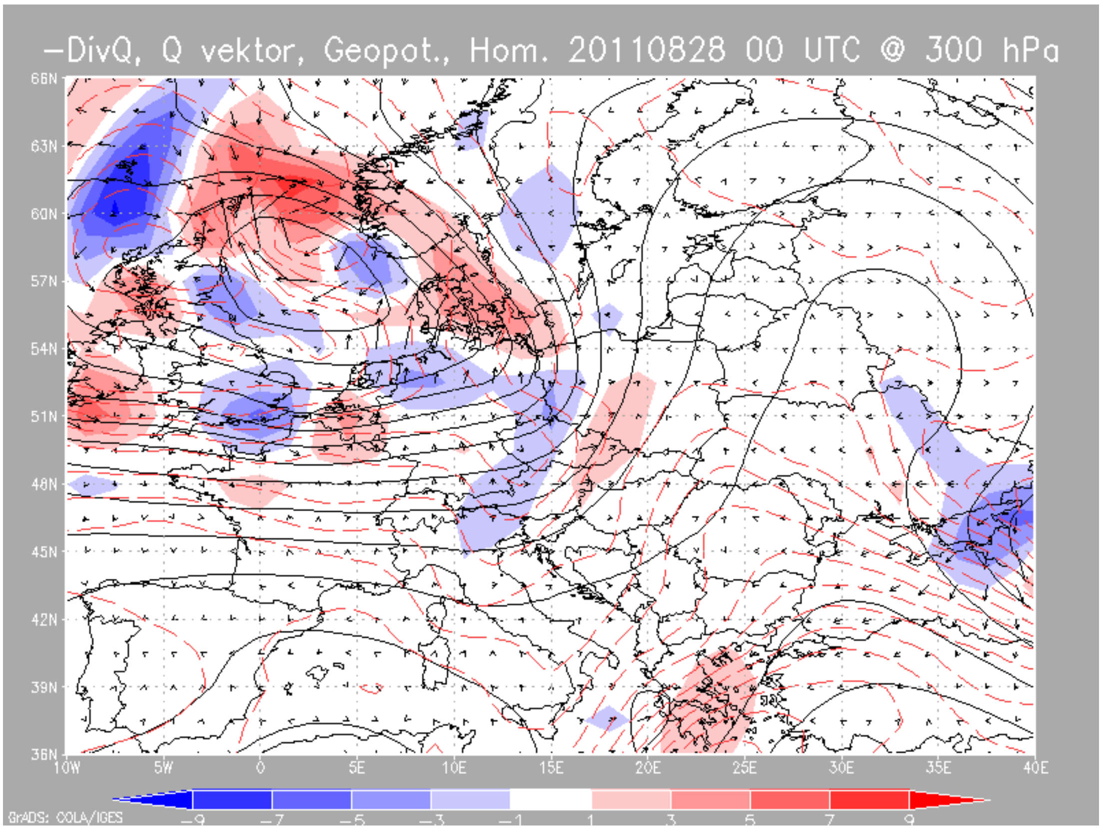


5.5.c ábra A 2011. augusztus 27-e 18 UTC-re készült térkép (Magyarázatot lásd az **5.3. fejezet**ben)

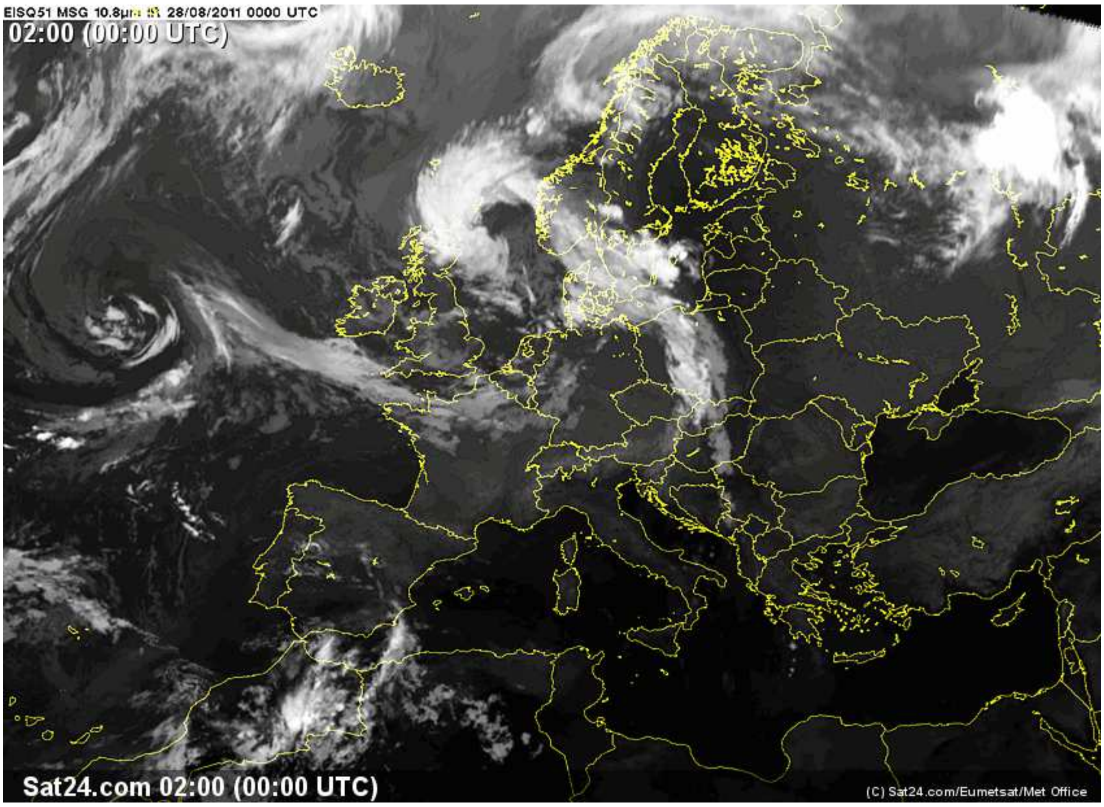


5.5.d ábra A 2011. augusztus 27-e 18 UTC-s európai műholdkép

(forrás: *http://www.sat24.com/history.aspx)*



5.5.e ábra A 2011. augusztus 28-a 00 UTC-re készült térkép (Magyarázatot lásd az **5.3. fejezet**ben)



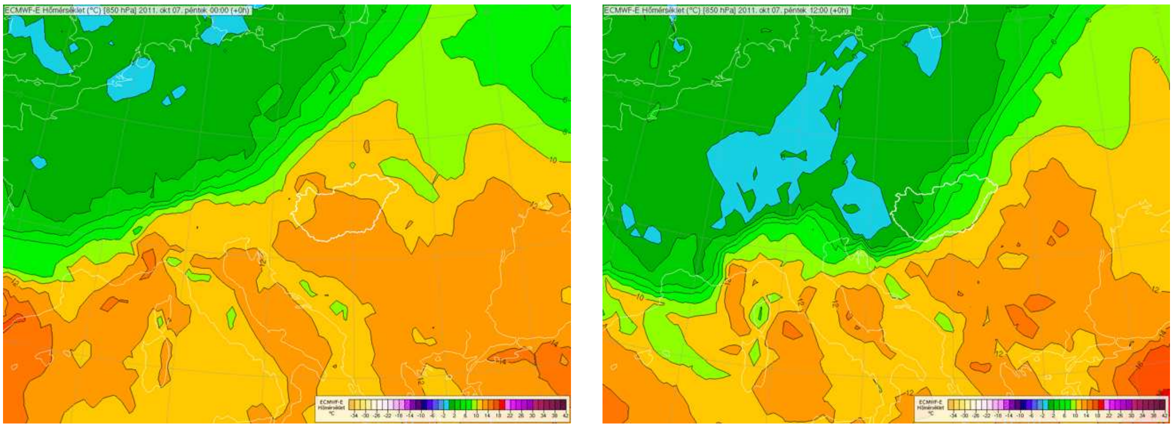
5.5.f ábra A 2011. augusztus 28-a 00 UTC-s európai műholdkép

(forrás: *http://www.sat24.com/history.aspx)*

5.6 Esettanulmány a 2011. október 7-i hidegfrontról

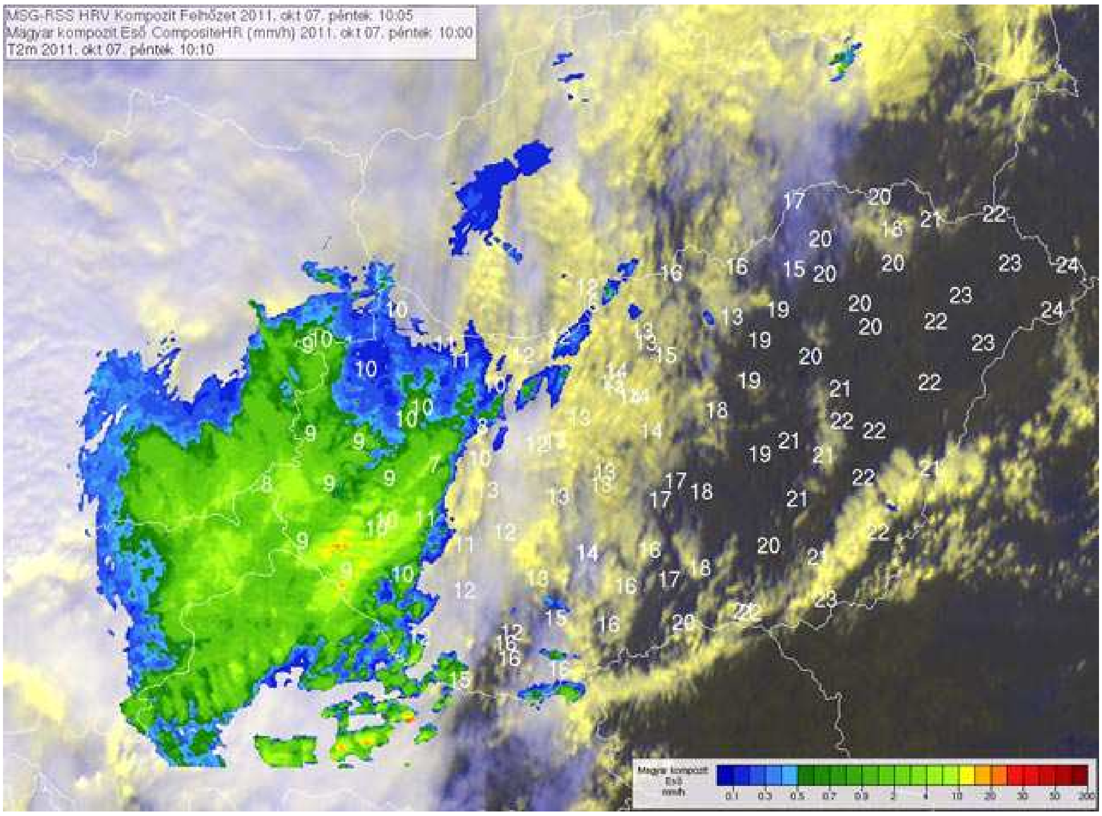
5.6.1 Szinoptikus helyzet

A 2011. év őszén a szokatlan kánikulának markáns hidegfront vetett véget október 7-én. A front mögött több, mint 10 fokkal hidegebb levegő áramlott Magyarország térségébe (**5.6.a-b ábrák**), melynek hatására napközben igen nagy hőmérséklet-különbség alakult ki a Nyugat-Dunántúl és a Tiszántúl között (**5.7. ábra**).

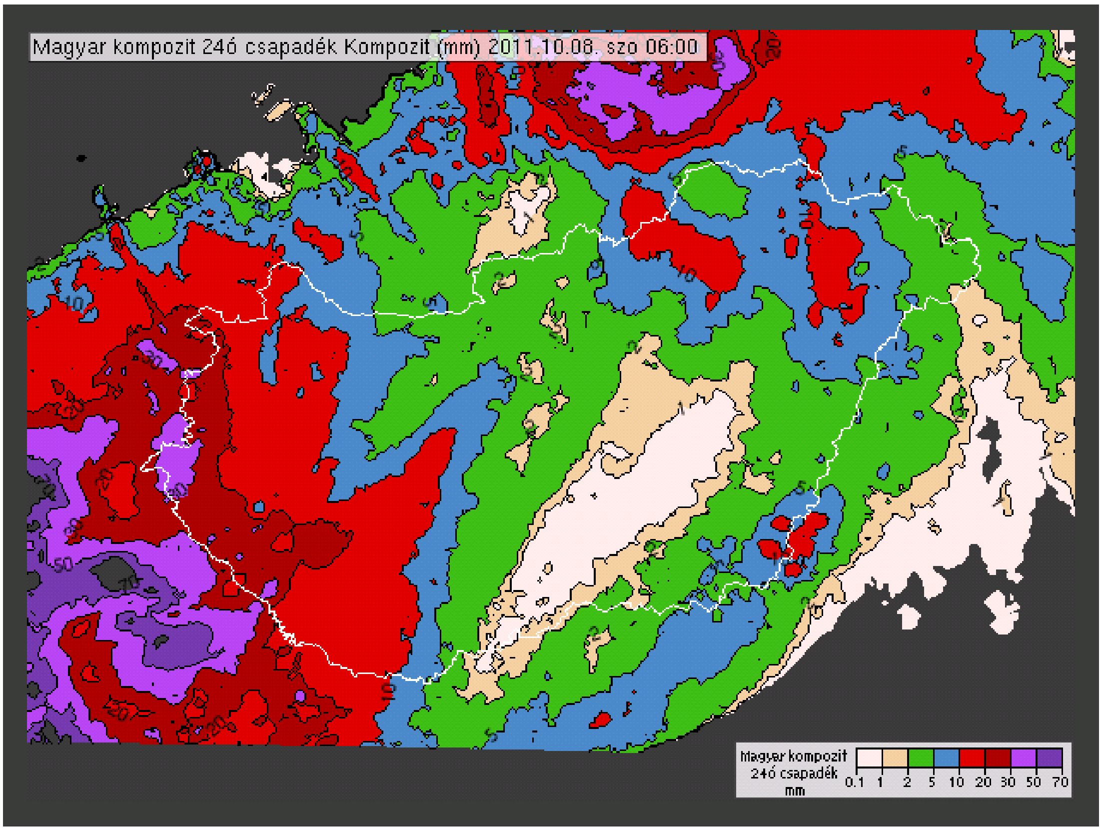


5.6.a-b ábrák A 850 hPa-os nyomási szint (kb. 1500 m) hőmérséklete 2011. október 7-én 00 UTC-kor (bal oldalon) és 12 UTC-kor (jobb oldalon)
(forrás: *http://www.met.hu/ismeret-tar/erdekessegek_tanulmanyok/20111010_oszi_nyar_vege/*)

A front 6-án éjjel érte el a Kárpát-medencét, és másnap este már el is hagyta hazánkat (**Függelék A2**). A frontális felhősávból főleg a nyugati országrészben hullott nagyobb mennyiségű csapadék (**5.7., 5.8. ábrák**).



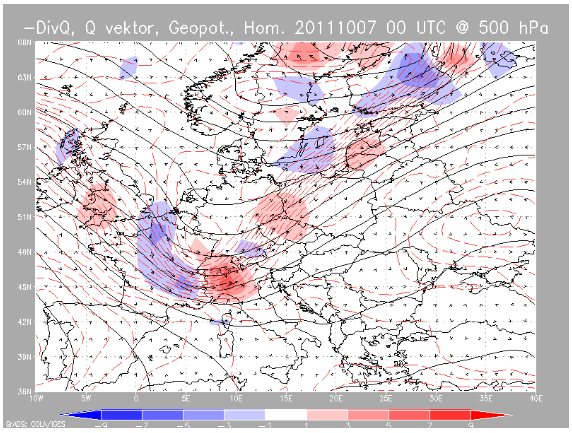
5.7. ábra 2011. október 7-i 10 UTC-s 2m-es hőmérséklet, műhold- és radarkép (forrás: *http://www.met.hu/ismeret-tar/erdekessegek_tanulmanyok/20111010_oszi_nyar_vege/*)

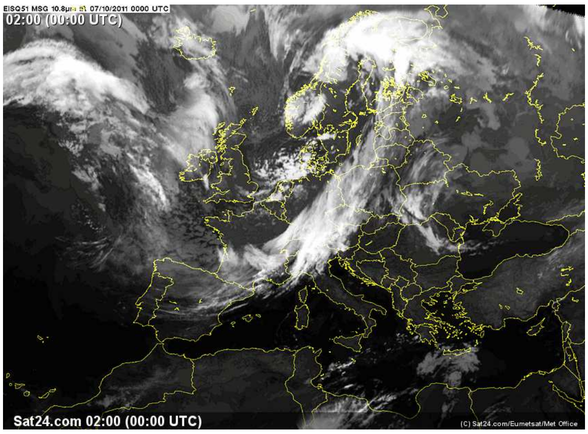


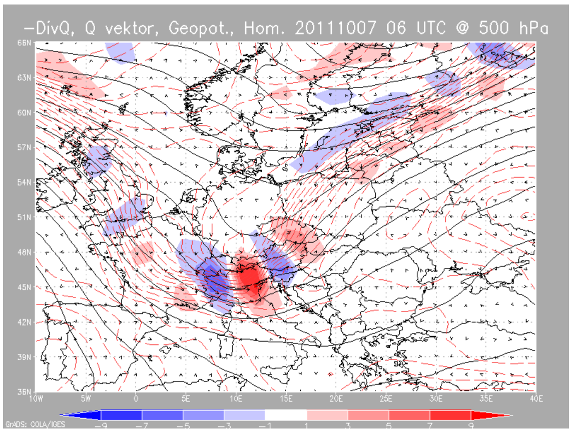
5.8. ábra Radarmérésen alapuló 24 órás csapadékösszeg-becslés 2011. október 7. 06 UTC és október 8. 06 UTC között (forrás: *http://www.met.hu/ismeret-tar/erdekessegek_tanulmanyok/20111010_oszi_nyar_vege/*)

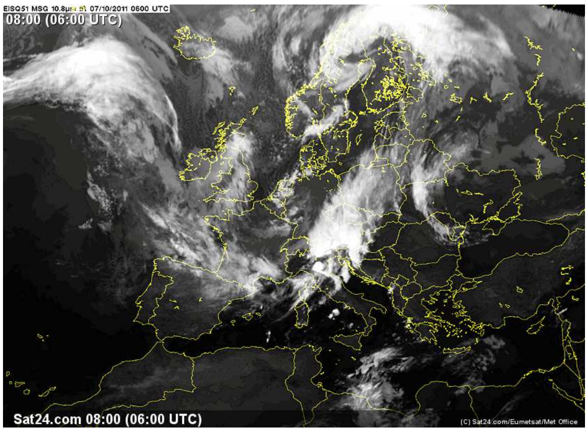
5.6.2. Az általunk készített térképek elemzése és összehasonlítása az észlelt adatokkal

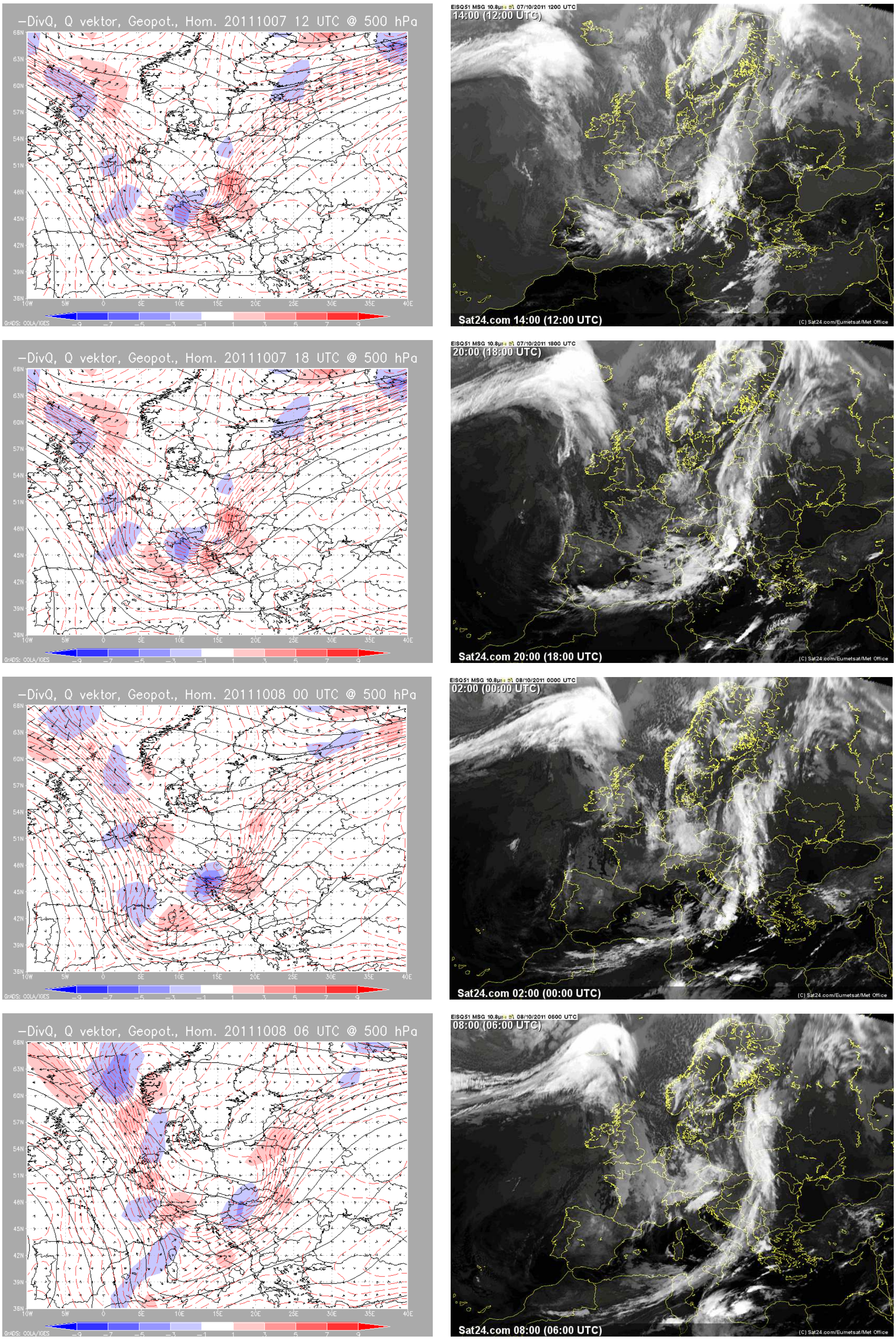
Hasonlóan az 5.5.1 fejezetben leírtakhoz, ebben az esetben is elkészítettük a szinoptikus analízist segítő térképeket a már említett 5 főizobárszintre, azonban a 700 és 300 hPa-os szintekre a program szisztematikusan hibát jelzett – ezeken a szinteken minden bizonnyal hiányos az adatbázis. Így az 500 hPa-os szint eredményeit mutatjuk be 6 időpontra. Ezek az azonos időpontokban készült műholdképekkel párhuzamosan az **5.9.a-l ábrák**on láthatóak. Az előző esettanulmányhoz hasonlóan a Q-vektor konvergens és divergens területei itt is jól reprezentálják a frontvonal elhelyezkedését (**Függelék A2)**, valamint a front áthaladása is jól nyomon követhető. Láthatjuk tehát, hogy az általunk alkalmazott módszer a 300 mellett az 500 hPa-os magasságon is hasznos segítséget nyújt a frontanalízisben.











5.9.a-l ábrák Az 500 hPa-os szintre készített térképek (bal oszlop) és az európai kivágatú infravörös műholdképek (jobb oszlop, forrás: *http://www.sat24.com/history.aspx*)

Összefoglalás

A dolgozat keretein belül a szinoptikus analízis modern eszközeinek - a Q- és F-vektornak – a leírásával és gyakorlati alkalmazásával foglalkoztunk. Megpróbáltuk megmutatni, hogy ezek jól alkalmazhatóak a frontok és a frontogenezis leírásában.

A dolgozat első három fejezetében röviden leírtuk az elméleti hátteret a kapcsolódó irodalom és *Sarkadi* (2010) alapján. Ez alapján az F- és Q-vektor egyaránt alkalmasnak tűnt a frontok szinoptikus gyakorlat során történő követésére. Az utolsó fejezetben az általunk készített komplex, többrétű analízisre alkalmas térképek analízisével vizsgáltuk azok használhatóságát.

A vizsgálat során arra a következtetésre jutottunk, hogy a Q-vektor divergenciája jól leírja a frontokhoz köthető vertikális mozgásokat. Az általunk alkalmazott módszer egy ismert eset reprodukálása után, hasznos adalékkal szolgált két másik, 2011-es hidegfront-átvonulás elemzéséhez.

A vizsgálatok pontosabbá tehetőek és célszerűen folytathatóak jóval nagyobb felbontású modell (WRF) alkalmazásával. Ezzel arra is választ kaphatnánk, hogy a finomabb felbontás következményeként kirajzolódik-e a frontok mezoskálájú szerkezete, illetve a Q-vektor divergenciája megmutatja-e a frontokhoz nem köthető konvergenciavonalakat is.

Irodalomjegyzék

Bergeron, T.H.P., 1928: Über die Dreidimensionalen verknüpfende Wetteranalyse. *Geofysike Publikationer*, **Nr.5**.

Durran, D. R., and J. B. Klemp, 1982: On the effects of moisture on the Brunt-Väisälä frequency. *J. Atmos. Sci*., **39**, 2152-2158.

Hoskins, B. J., I. Draghici and H. C. Davies, 1978. A new look at the omega-equation. *Quart. J. Roy. Met. Soc.* **104**.

Hoskins, B. J., Pedder, M. A., 1980: The diagnosis of middle latitude synoptic development. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.,* **106**, 707-719.o.

Hoskins, B. J. and F. Sanders, 1990: An easy method for estimation of Q-vectors from weather maps, *Weather and Forecasting* **5.**

Keyser, D. et al., 1988: A generalization of Pettersen's frontogenesis function and its relation to the forcing of vertical motion, *Monthly Weather Review*, **Vol. 116.**, 764-780.o.

Keyser, D., Schmidt, B. D., and Duffy, D. G., 1992: Quasigeostrophic vertical motions diagnosed from along- and cross-isentrope components of the Q vector. *Mon. Wea. Rev.,* **120,** 731–741.

Kurz, M., 1992: Synoptic diagnosis of frontogenetic and cyclogenetic processes. *Meteorol. Atmos. Phys*., **48**: 77–91.

Kurz, M., 1997: The role of frontogenetic and frontolytic wind fieldeffects during cyclonic development. *Meteor. Appl.,* **4,** 353–363.

Kurz, M., 1994: The role of diagnostic tools in modern weather forecasting. *Meteorol. Appl.,* **1:** 45–68.

Pettersen S., 1936: Contribution to the theory of frontogenezis, *Geofysike Publikationer* **Vol. 11**.

Sarkadi N., 2010: A Q-vektor alkalmazása a frontogenezis leírásában, *Diplomamunka, ELTE Meteorológiai Tanszék.* (témavezető: Dr. Tasnádi Péter).

Xu, Q., 1990: Cold and warm frontal circulations in an idealized moist semigeostrophic baroclinic wave. *J. Atmos. Sci*., **47**, 2337-2352.

Xu, Q., 1992: Ageostrophic pseudovorticity and geostrophic C-vector forcing – A new look at the Q vector in three dimensions. *J. Atmos. Sci*., **49**, 981-990.

Internetes források:

http://data-portal.ecmwf.int/data/d/interim_daily/

http://www.sat24.com/history.aspx

http://www.wetterzentrale.de/topkarten/fsreaeur.html

http://www.met.hu/pages/20110830_zivatar_20110827-en/

http://www.met.hu/ismeret-tar/erdekessegek_tanulmanyok/20111010_oszi_nyar_vege/

Köszönetnyilvánítás

Köszönöm témavezetőmnek, Dr. Tasnádi Péternek, hogy segítette a témaválasztásom, valamint a rengeteg hasznos szakmai tanácsot, ami nélkül ez a dolgozat nem készülhetett volna el.

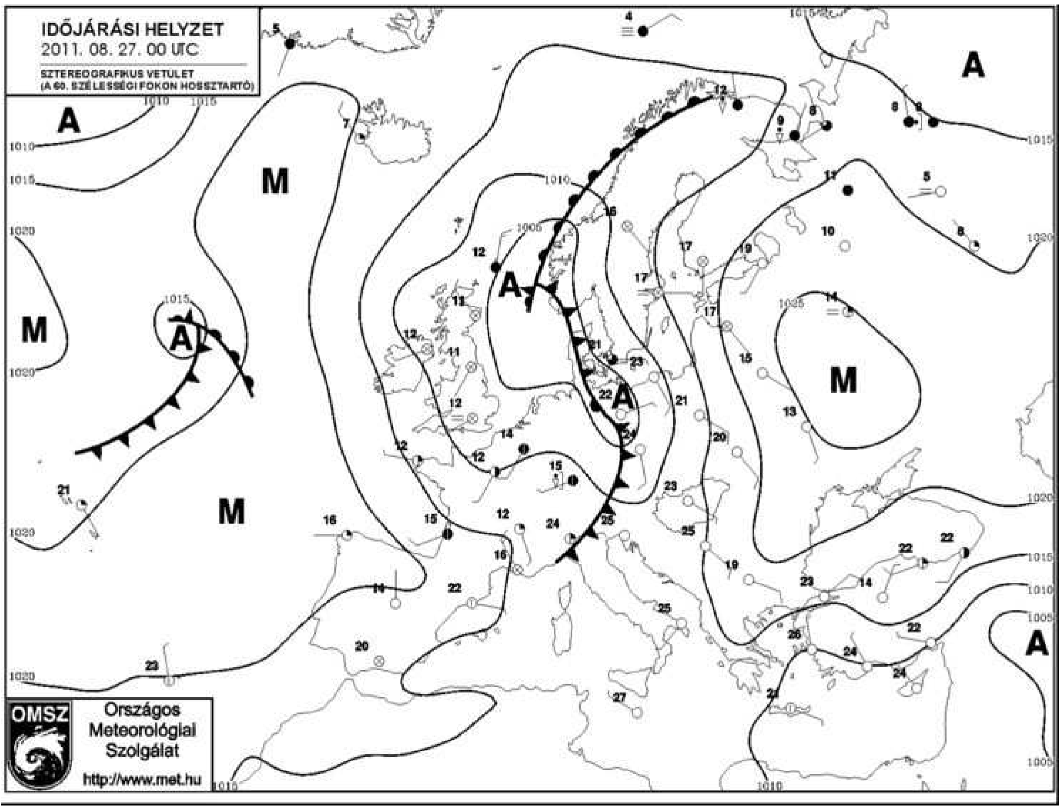
Köszönöm Gyöngyösi András Zénónak az adatbázis-kezelésben és a numerikus számításokban való segítségét.

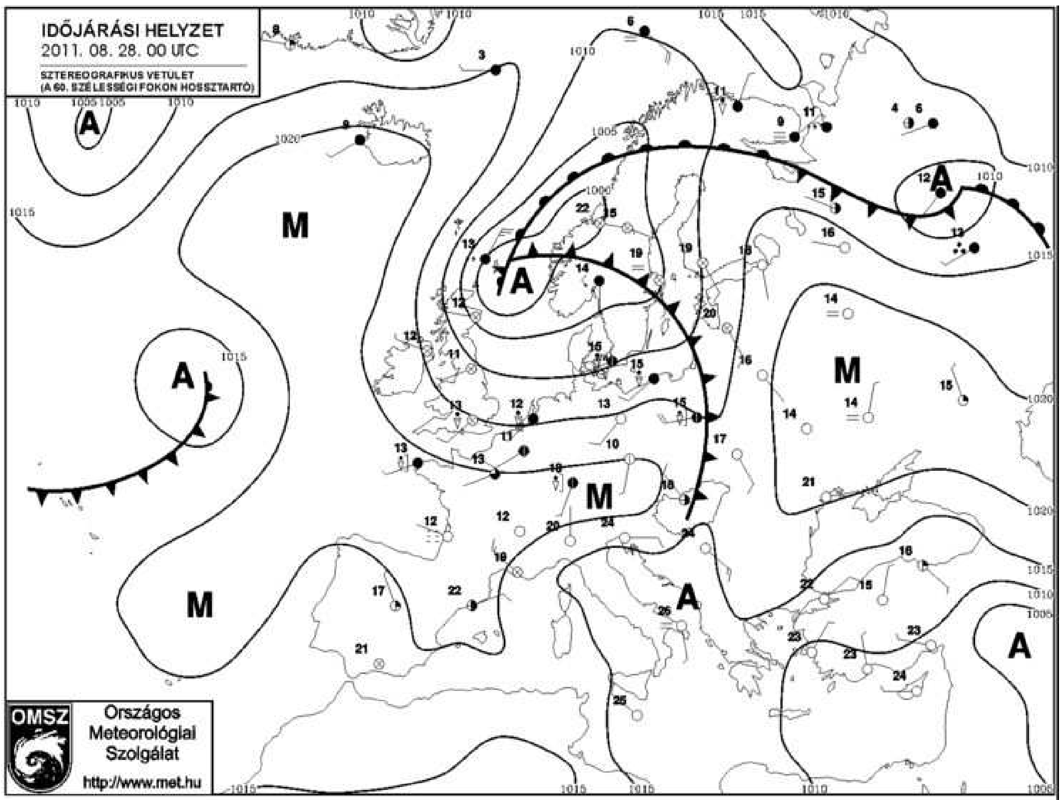
Köszönöm Barcza Zoltánnak a GrADS program használatában nyújtott segítségét.

Valamint köszönöm családom és barátaim megértését, türelmét és bíztatását.

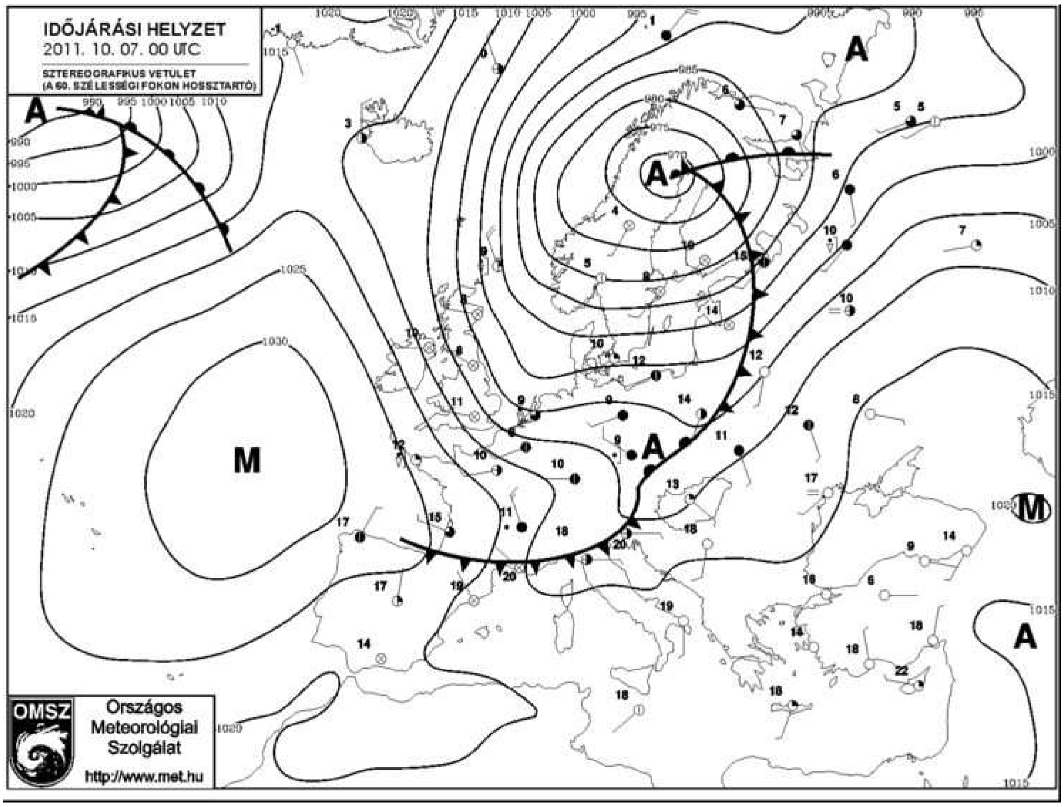
Függelék

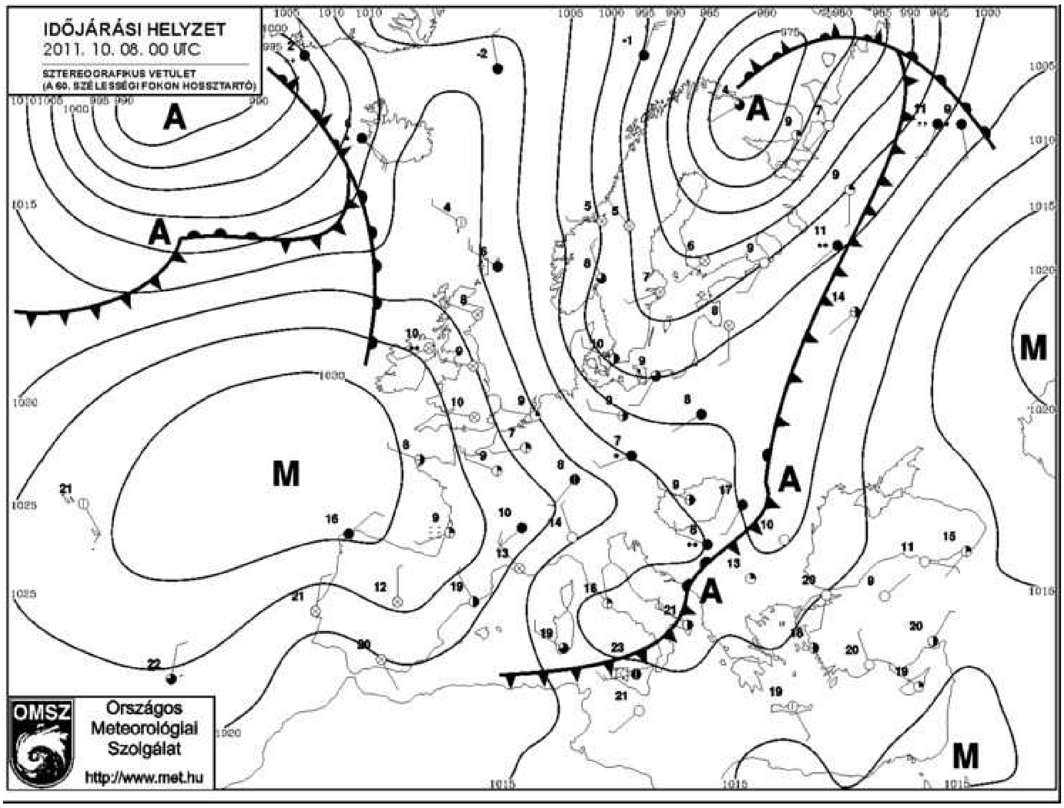
A1. A 2011. augusztus 27-i és 28-i, az Országos Meteorológiai Szolgálat által készített frontanalízisek



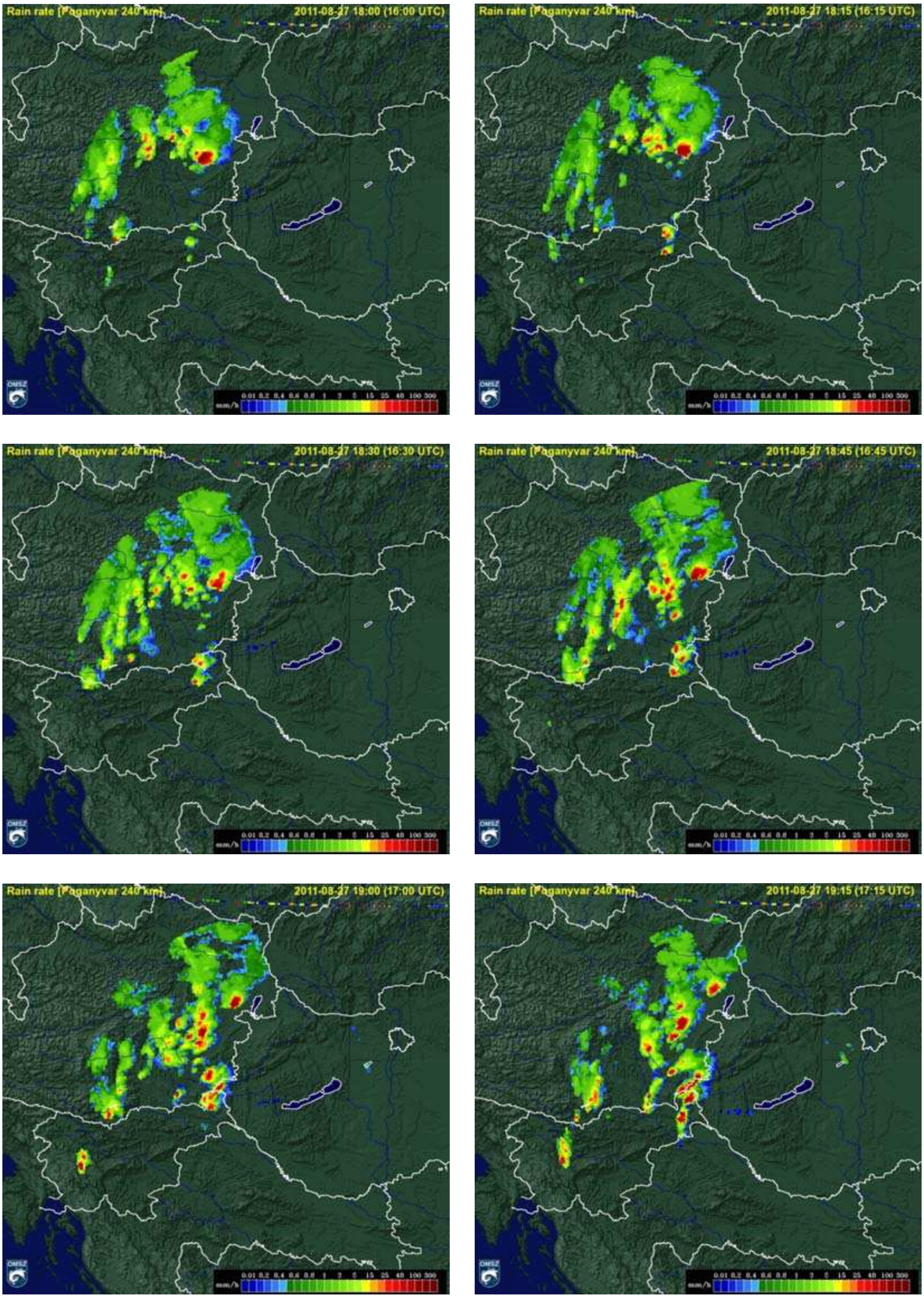


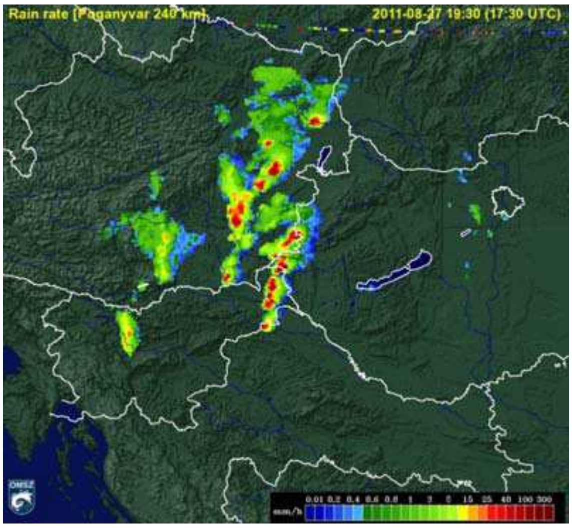
A2. A 2011. október 7-i és 8-i, az Országos Meteorológiai Szolgálat által készített frontanalízisek

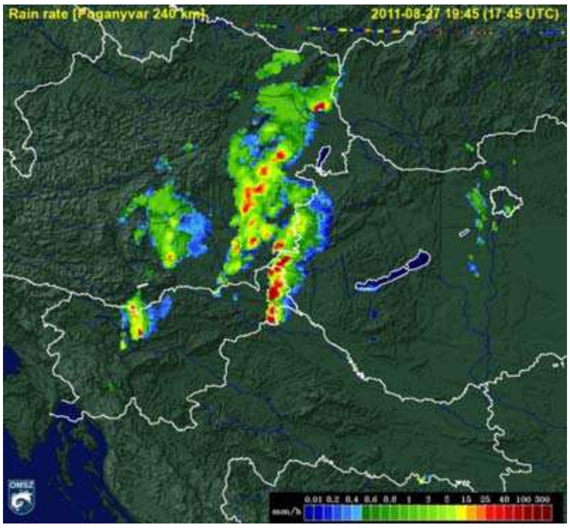


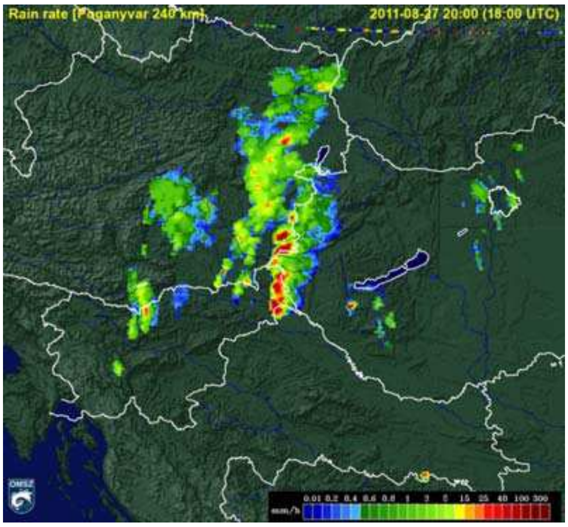


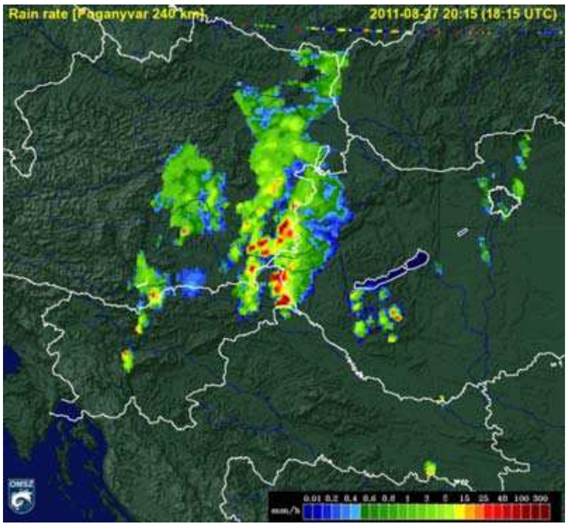
B. A 2011. augusztus 27.-ei zivatarlánc a pogányvári radar 240 km-es hatósugarú képein, a 1800 – 2130 UTC közötti időszakban

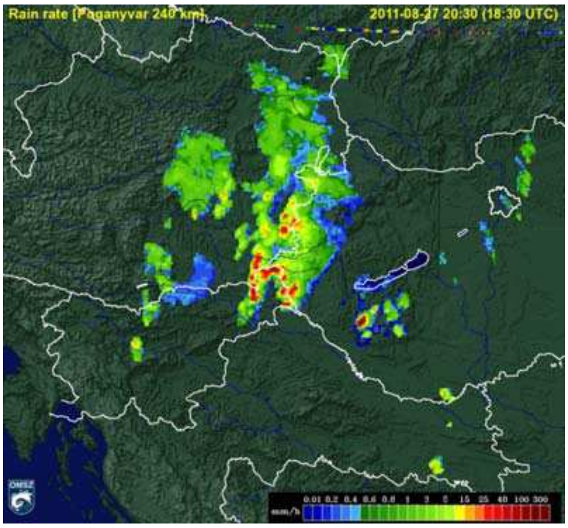


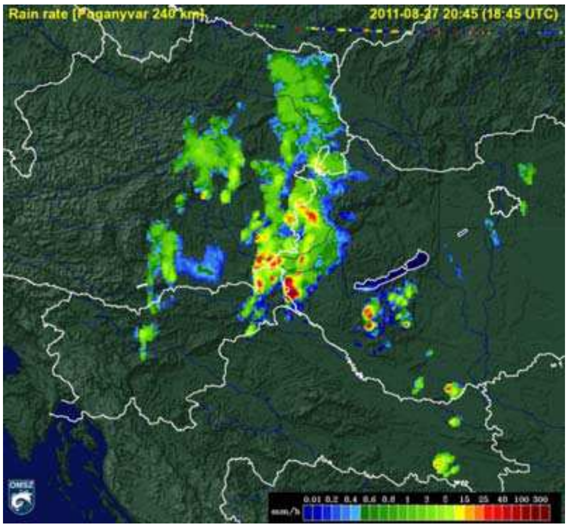

Rain rate [Paganyvar 240 km]
2011-08-27 19:30 (17:30 UTC)
mm/h

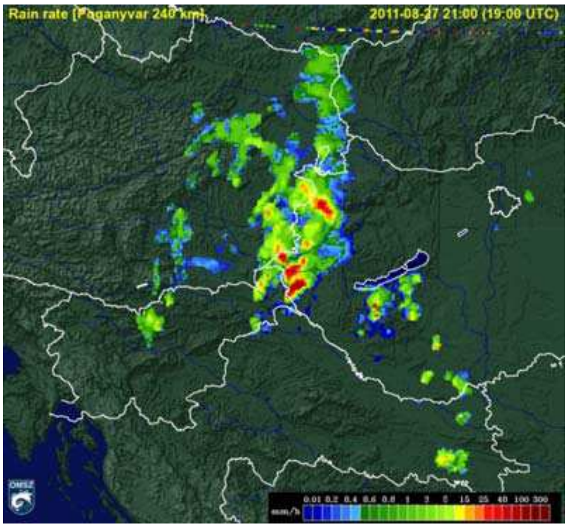

Rain rate [Paganyvar 240 km]
2011-08-27 19:45 (17:45 UTC)
mm/h

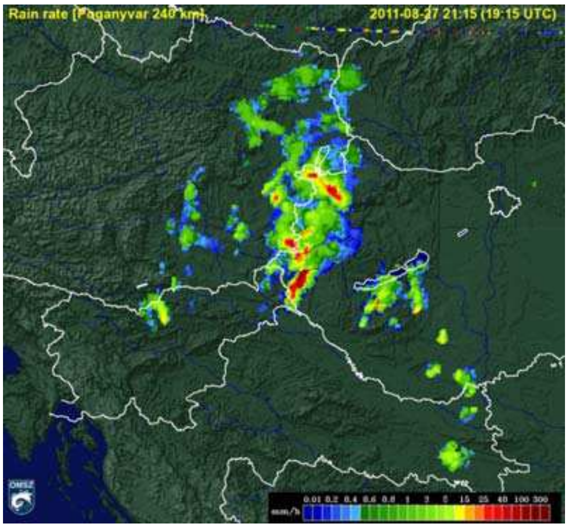

Rain rate [Paganyvar 240 km]
2011-08-27 20:00 (18:00 UTC)
mm/h

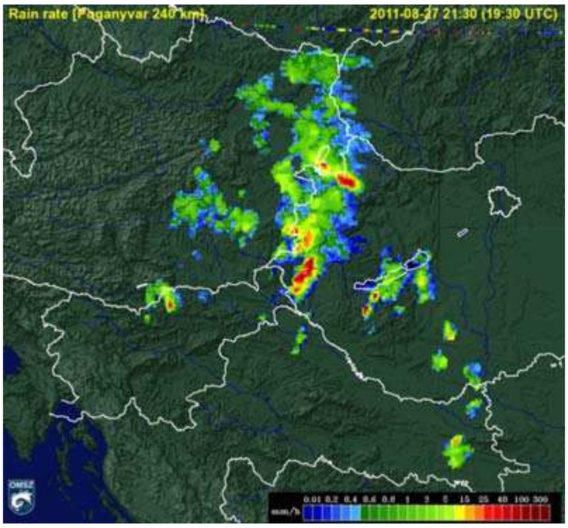

Rain rate [Paganyvar 240 km]
2011-08-27 20:15 (18:15 UTC)
mm/h


Rain rate [Paganyvar 240 km]
2011-08-27 20:30 (18:30 UTC)
mm/h


Rain rate [Paganyvar 240 km]
2011-08-27 20:45 (18:45 UTC)
mm/h


Rain rate [Paganyvar 240 km]
2011-08-27 21:00 (19:00 UTC)
0.01 0.2 0.4 0.6 0.8 1 2 8 15 25 40 100 300
mm/h


Rain rate [Paganyvar 240 km]
2011-08-27 21:15 (19:15 UTC)
0.01 0.2 0.4 0.6 0.8 1 2 8 15 25 40 100 300
mm/h


Rain rate [Paganyvar 240 km]
2011-08-27 21:30 (19:30 UTC)
0.01 0.2 0.4 0.6 0.8 1 2 8 15 25 40 100 300
mm/h

C: A számításokhoz használt FORTRAN program kódja:

```
'reset'
*________BEALLITASOK________
*
*----GRIB munkafajl megnyitasa ----
'open 2011_10.ctl'
*
*----Nyomasi szint----
'set lev 850'
*
*----Idolepcso----
'set t 28'
*
*----****----
'set lat -90 90'
'set lon -180 180'
*
*________SZAMITASOK________
*
*----ALLANDOK----
*
*Fokbol radianba es vice versa atvalto
'define d2r = 3.14159/180'
'define r2d = 180/3.14159'
*
*Fold sugara (m)
'define rearth = 6.37e6'
*
*Fold szogsebessege (rad*s-1)
'define rot = 7.292e-5'
*
*Gravitacios gyorsulas (m*s-2)
'define grav = 9.81'
*
*Szaraz levegore vett gazallando (J*kg-1*K-1)
'define Rdry = 287.04'
*
*Konstans nyomason vett specifikus fajho (J*kg-1*K-1)
'define cp = 1004'
*
*Coriolis parameter
'define fcor = 2*rot*sin(lat*d2r)'
*
*----Horizontalis differencialtak----
'define geopot = zprs/grav'
'define dhy = cdiff(geopot,y)'
'define dhx = cdiff(geopot,x)'
'define dy = cdiff(lat,y)*d2r*rearth'
'define dx = cdiff(lon,x)*d2r*rearth*cos(lat*d2r)'
*
```

```
*----Geosztrofikus szelkomponensek----
'define ug = (-1)*(grav/fcor)*(dhy/dy)'
'define vg = (grav/fcor)*(dhx/dx)'
*
*----Geosztrofikus szelkomponensek gradiense----
'define dugx = cdiff(ug,x)'
'define dugy = cdiff(ug,y)'
'define dvgx = cdiff(vg,x)'
'define dvgy = cdiff(vg,y)'
'define dugdx = dugx/dx'
'define dugdy = dugy/dy'
'define dvgdx = dvgx/dx'
'define dvgdy = dvgy/dy'
*
*---- Geosztrofikus szel divergenciaja----
*div Vg = dUg/dx + dVg/dy = 0
'define DV = (dugdx + dvgdy)'
*
*----Homersekleti gradiensek----
'define dtx = cdiff(tprs,x)'
'define dty = cdiff(tprs,y)'
'define dtdx = dtx/dx'
'define dtdy = dty/dy'
*
*----Q-vektor komponensei----
'define Q1 = (-1)*(Rdry/(lev*100))*(dugdx*dtdx + dvgdx*dtdy)'
'define Q2 = (-1)*(Rdry/(lev*100))*(dugdy*dtdx + dvgdy*dtdy)'
*
*----Q-vektor komponenseinek gradiense----
'define dq1x = cdiff(Q1,x)'
'define dq1y = cdiff(Q1,y)'
'define dq2x = cdiff(Q2,x)'
'define dq2y = cdiff(Q2,y)'
'define dq1dx = dq1x/dx'
'define dq1dy = dq1y/dy'
'define dq2dx = dq2x/dx'
'define dq2dy = dq2y/dy'
*
*----Q-vektor horizontalis divergenciaja----
*divQ = dQ1/dx + dQ2/dy
'define divQ = (dq1dx + dq2dy)'
*
*________ABRAZOLAS________
*
*----Lat / Lon----
'set lat 36 66'
'set lon -10 40'
*
*----Parameterek abrazolasa----
'set map 0 1 1'
'set mpdset hires'
```

```
* Ezek a KEK szinskala-arnyalatok
'set rgb 21   0   0 255'
'set rgb 22  50  50 255'
'set rgb 23 100 100 255'
'set rgb 24 150 150 255'
'set rgb 25 200 200 255'
* Ezek a PIROS szinskala-arnyalatok
'set rgb 31 255 200 200'
'set rgb 32 255 150 150'
'set rgb 33 255 100 100'
'set rgb 34 255  50  50'
'set rgb 35 255   0   0'
'set clevs -9 -7 -5 -3 -1 1 3 5 7 9'
'set ccols 21 22 23 24 25 1 31 32 33 34 35'
'set gxout shaded'
'd (-1)*divQ*1e17'
'run cbarn'
'set gxout contour'
'set ccolor 0'
'set arrlab off'
'd Q1;Q2'
'set clab off'
'set ccolor 0'
'set cint 50'
'd geopot'
'set cstyle 2'
'set ccolor 2'
'set cint 1'
'd tprs'
*
*----Fejlec kiirasa----
'draw title -DivQ, Q vektor, Geopot., Hom. 20111007 18 UTC @
850 hPa'
*
```