

EÖTVÖS LORÁND TUDOMÁNYEGYETEM
FÖLDRAJZ- ÉS FÖLDTUDOMÁNYI INTÉZET

METEOROLÓGIAI TANSZÉK

BALOGH ADRIENN JUDIT
FÖLDTUDOMÁNYI ALAPSZAK,
METEOROLÓGUS SZAKIRÁNY

HÓPELYHEK OLVADÁSÁNAK
SZÁMÍTÓGÉPES MODELLEZÉSE

SZAKDOLGOZAT

Témavezető:

GERESDI ISTVÁN

Pécsi Tudományegyetem, Földtani és Meteorológiai Tanszék

Tanszéki konzulens:

ÁCS FERENC

Eötvös Loránd Tudományegyetem, Meteorológiai Tanszék



Budapest, 2017.

Tartalomjegyzék

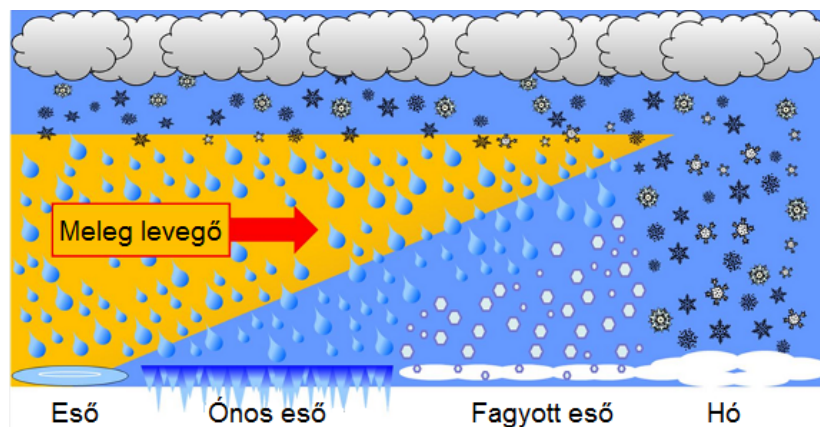
Bevezetés	2
Irodalmi áttekintés	4
Olvasás szerepe a felszíni csapadék kialakulásában	4
Olvasás szerepe a modellezésben	7
Módszertan és elemzés	11
A modell fizikája	11
Hőmérsékleti- és nedvességi profilok	18
Eredmények	21
Összegzés	25
További tervek	26
Köszönetnyilvánítás	27
Hivatkozások	28
Irodalomjegyzék	28
Internetes hivatkozások	30

Bevezetés

A hétköznapi életünket könnyen megzavarhatja egy nem várt csapadékos időjárás, talán ezért is a csapadék intenzitása és halmazállapota az időjárás-előrejelzés egyik legfontosabb eleme. Nagy térségre készített prognózis esetén a csapadék megjelenésének valószínűsége viszonylag pontosan megadható. A problémát a kisebb területre készített előrejelzés okozhatja, hiszen – főleg a nyári záporok esetén – a helyi tényezők jelentősen befolyásolják a nagy térségre várt viszonyokat.

A csapadék térbeli eloszlása mellett annak halmazállapotának meghatározása okoz jelentős kihívást. A nyári konvektív helyzetekben kialakuló záporokból hulló jégeső által a mezőgazdaságban okozott károk miatt már régóta kutatott téma a jégszemek kialakulása és méretének előrejelzése (Geresdi et al., 2014; Csirmaz, 2015). Ez a kutatási irány különösen fontos hazánkban is a jégeső-elhárítás alkalmazása miatt, melyet a Földművelésügyi Minisztérium 2018 végétől Magyarország teljes területére ki szeretne terjeszteni [2 - Földművelésügyi Minisztérium].

Télen a konvektív folyamatok gyengébbek a kisebb besugárzási intenzitás miatt, ezért a jégeső előfordulása is ritkább ebben az évszakban. Réteges felhőből hulló csapadék esetén a csapadék felszíni halmazállapota a légréteg hőmérsékleti profiljától függ az 1. ábrán látható módon.



1. ábra. A téli csapadékfajták, melyek a pozitív hőmérsékleti tartományú réteg vastagságától és elhelyezkedésétől függően eső, ónos eső, fagyott eső vagy hó lehet. [1 - Amerikai Meteorológiai Szolgálat]

Amennyiben a légkör rétegződése labilis, vagyis a felszíntől felfelé haladva a hőmérséklet csökken, és a felszínen a hőmérséklet 0°C -nál magasabb, a hulló hópelyhek

részben vagy teljesen elolvadhatnak. A hópelyhek teljes megolvadása a felszínen esővel, a hópelyhek egy részének megolvadása havas esővel jár, míg ha egyáltalán nem olvadnak meg, a felszínen havazást tapasztalunk. A gyakorlatban fontos feladat a csapadék halmazállapotának meghatározása, hiszen a különböző csapadékformák eltérő problémákat okozhatnak, például a közlekedésben a havazás nagyobb gondokat tud okozni, mint az eső.

Amennyiben a légkör felszínhez közeli tartományában inverziós réteg alakul ki pozitív hőmérsékletű réteggel, és a felszín feletti légréteg negatív hőmérsékletű, a talajon a csapadék ónos eső vagy szilárd halmazállapotú fagyott eső lesz. Ónos eső esetén a hópelyhek az inverziós rétegben teljesen megolvadnak, a negatív hőmérsékletű felszín közeli tartományban negatív hőmérsékletűre hűlnek, azonban a fagyás nem kezdődik meg, így túlhűlt cseppek érnek a felszínre. Ezzel szemben a fagyott eső esetén az inverziós rétegben történő teljes- vagy részleges olvadás után a negatív hőmérsékletű rétegben a cseppek visszafagynak, így fehér színű, szilárd halmazállapotú gömbök formájában hullik a csapadék a földre. Mint ismeretes, az ónos eső vagy -szitálás különösen veszélyes időjárási jelenség, hiszen az utakra, járdákra ráfagyó víz ellehetetleníti a biztonságos közlekedést, jelentős károkat okoz a növényzetre fagyva, továbbá a magasfeszültségű távvezetésekre fagyott víz a többletsúly miatt vezetékszakadást, így a településeken áramkimaradást okozhat.

Szakedolgozatomban a téli csapadék halmazállapotát és az ónos eső kialakulását döntően befolyásoló folyamatot, a jégreszecskek olvadási mechanizmusát vizsgálom egy numerikus modell, egy általam FORTRAN nyelven készített implementációjának segítségével. Arra vonatkozóan végeztem számításokat, hogy 1000 m-es magasságból le hulló, különböző méretű hópelyhek olvadása hogyan függ a környezeti tényezőktől: a hőmérséklettől és a relatív nedvességtől.

Irodalmi áttekintés

Olvadás szerepe a felszíni csapadék kialakulásában

Az olvadást alapvetően befolyásolja a környezet hőmérséklete, így fagypont felett megkezdődhet a hópehely cseppfolyóssá válása. Abban az esetben, ha a levegő páratartalma túlzottan alacsony, az olvadás csak néhány fokkal 0°C felett kezdődik meg. Az olvadási folyamatot részletesebben a következő fejezetben ismertetem.

A légtér jégreszecskeinek olvadását alapvetően hasonlóan írhatjuk le, fontos azonban megjegyezni, hogy sok tekintetben eltérő folyamatok zajlanak. A jég szemek és hópehelyek olvadása közti különbségeket többen vizsgálták. Knight (1979), illetve Fujiyoshi (1986) terepi méréseket végeztek. Matsuo és Sasyo (1981) laboratóriumban vizsgálták a rögzített hópehelyek olvadását. Mitra et al. (1990) szélcsatorna segítségével vizsgálták a hulló hópehelyek olvadását.

A jég szemek, illetve a graupel olvadásakor a megolvadó víz réteggént veszi körül a jégmagot. A hópehely esetén ez máshogyan megy végbe: az olvadt víz a hópehely külső részéről a középpontjába gyűlik, így a hópehely vázának nagy része száraz marad.

Fukuta et al. (1986), valamint Mitra et al. (1990) azt vizsgálták, hogy szabadon eső hópehelyek esetén azok darabokra törése, illetve a megolvadt víz lesodródása milyen esetben fordul elő. Eredményeikben azt mutatták meg, hogy ez akkor valósul meg, ha a hópehely szerkezete erősen aszimmetrikus, illetve a relatív páratartalom 70% alatti.

Matsuo és Sasyo (1981) mérése alapján nem fordult elő a hópehelyek törése 94%-os páratartalom esetén, illetve Oraltay és Hallett (1989) arra jutottak, hogy az olvadó dendrit esetén legalább 70%-os páratartalomnál nem figyelhető meg a hópehelyek szét-törése.

A fentiek alapján látható, hogy a hópehelyek olvadása összetett folyamat, mivel függ a hőmérséklet és páratartalom mellett a hópehely pontos alakjától, ezért nehezen modellezhető. Az olvadási sebességet leíró egyenletet a következő szakaszban ismertetem.

A téli csapadék különböző formái Magyarországon is megjelennek, ezért hazánkban is számos erőfeszítés történt a téli csapadék halmazállapotának előrejelzési folyamatainak javítására.

Geresdi és Horváth (2000) által készített numerikus modell része a Magyar Meteorológiai Szolgálat nowcasting rendszerének, mely nagy vertikális felbontással, és a beérkező adatok alapján a hőmérsékleti vízgőzprofil vizsgálatával megadja a csapadék formáját és halmazállapotát. A modell által előrejelzett, és a meteorológiai állomásokon mért adatokat összehasonlítva kiderült, hogy a modell néhány hibától eltekintve általában jól adta meg a csapadék kategóriáját.

Geresdi et al. (2014) egy részletes mikrofizikai modell alkalmazásával vizsgálták a csapadékképződést. Olvadó hóhelyek növekedését modellezték, figyelembe véve a vízcseppekkel történő ütközést is, illetve vizsgálták a részben olvadt jégreszecskek visszafagyását.

Az eredmények azt mutatták, hogy az olvadási réteg feletti folyékony víz jelenléte vastagabb olvadási sávot hoz létre, mivel a zúzmarásodás megnöveli az esési sebességet. Az olvadási rétegben található víz nem változtatja meg jelentősen az olvadási réteg vastagságát. Továbbá az is kiderült, hogy az olvadt víz és a hóhely teljes tömegének aránya a méretskála nagy tartományában független a hóhely méretétől, abban az esetben amikor az olvadt rész aránya 100 feletti, a méretfüggés Szyrmer és Zawadzki (1999) által talált eredményekhez közeli lesz. A részben megolvadt jégreszecskek visszafagyásával keletkező csapadék típusa és a méret szerinti eloszlása szintén jól egyezett korábbi mérési adatokkal.

A téli csapadék valószínűségi előrejelzésére készült statisztikai módszer (Fövényi, 2007) a korábbi esetek elemzésével jelzi előre a csapadék halmazállapotát. A gyakorlatban viszonylag nagy pontossággal működik, az előrejelzés bizonytalanságát azonban növelik a márciusi, áprilisi heves hózáporok, illetve a hideglégpárnás helyzetek, mivel ezekben az esetekben a csapadékhullás közben változik a csapadékelem halmazállapota.

A közelmúltban történt ónos esős helyzetek elemzésére Horváth és Nagy (2014) az ECMWF modell eredményei alapján megjelenítették a szinoptikus skálájú légköri folyamatokat, majd a WRF numerikus modell futtatásával külön kitértek a csapadék halmazállapotára és mennyiségére. Ilyen módszerrel készült tanulmány a 2014. december 1-jei ónos esőről, amikor leginkább a Dunazug-hegységben, a Gödöllői-dombságban, illetve az Északi-középhegységben hullott nagyobb mennyiségű ónos csapadék. Az észak felől érkezett hidegáramlás hatására a talajmenti rétegek erősen átfagytak, majd a Mediterrán térség felől érkező meleg nedves levegő felsiklott erre, így erős inverzió alakult

ki, mely kedvezett az ónos eső kialakulásának. A magasabb területeken ennek megfelelően ónos esőt figyeltek meg, az alacsonyabb területeken a csapadék már vastagabb hideg légrétegen haladt át, így fagyott esőt észleltek. A helyzet különlegessége, hogy a csapadék záporos jellegű volt annak ellenére, hogy erős inverzió volt jellemző. Az eset magyarázata nagy valószínűséggel a szimmetrikus instabilitás lehet, melynek lényege, hogy egy erős alapáramlásra erős feláramlás rakódik, majd a gyorsan fejlődő hullámok összeáramlási zónájában alakul ki a csapadék. Az ilyen módon keletkező csapadékrendszerek vonalas szerkezetűek, mely éppen egyezik a 2014. december 1-jén megfigyelttel. A tanulmány az elektromos hálózatban okozott károkat vizsgálja, melyet a vezetékekre ráfagyó csapadék okozott. A károsodás olyan helyeken történt, ahol a hullott ónos eső mennyisége meghaladta a 30 mm-t. A Gödöllői-dombságban azonban voltak olyan területek is, ahol a závorszerű csapadékból 50 mm ónos eső esett 36 óra alatt. Ez a mennyiség a távvezetéseken méterenként körülbelül 10 kg többletterhelést jelentett, mely a tartóoszlopokon jelentős terhet okozott.

A Horváth és Nagy (2016) egy másik, 2016. január 6-7-én történt ónos esős helyzetet vizsgáltak, melynek keletkezésében fontos szerepe volt az átfagyott felszínnek, és az afeletti hideg levegőnek, valamint a Kárpát-medence fölé érkező mediterrán ciklonnak. Jelentős károk elsősorban a déli országrész távvezeték-hálózataiban keletkeztek, mivel itt a csapadéksáv áthelyeződésével kezdetben ónos eső hullott, rárakódott a vezetékekre, majd a többlettömeget tovább gyarapította a jeges lerakódás miatt megnövekedett keresztmetszetre rátapadó hó is. A vizsgálat során a csapadékrendszer követésére az ECMWF modell outputját felhasználva a WRF modellt futatták, majd a az eredményeket összevetették az OMSZ radarméréseivel.

Olvasás szerepe a modellezésben

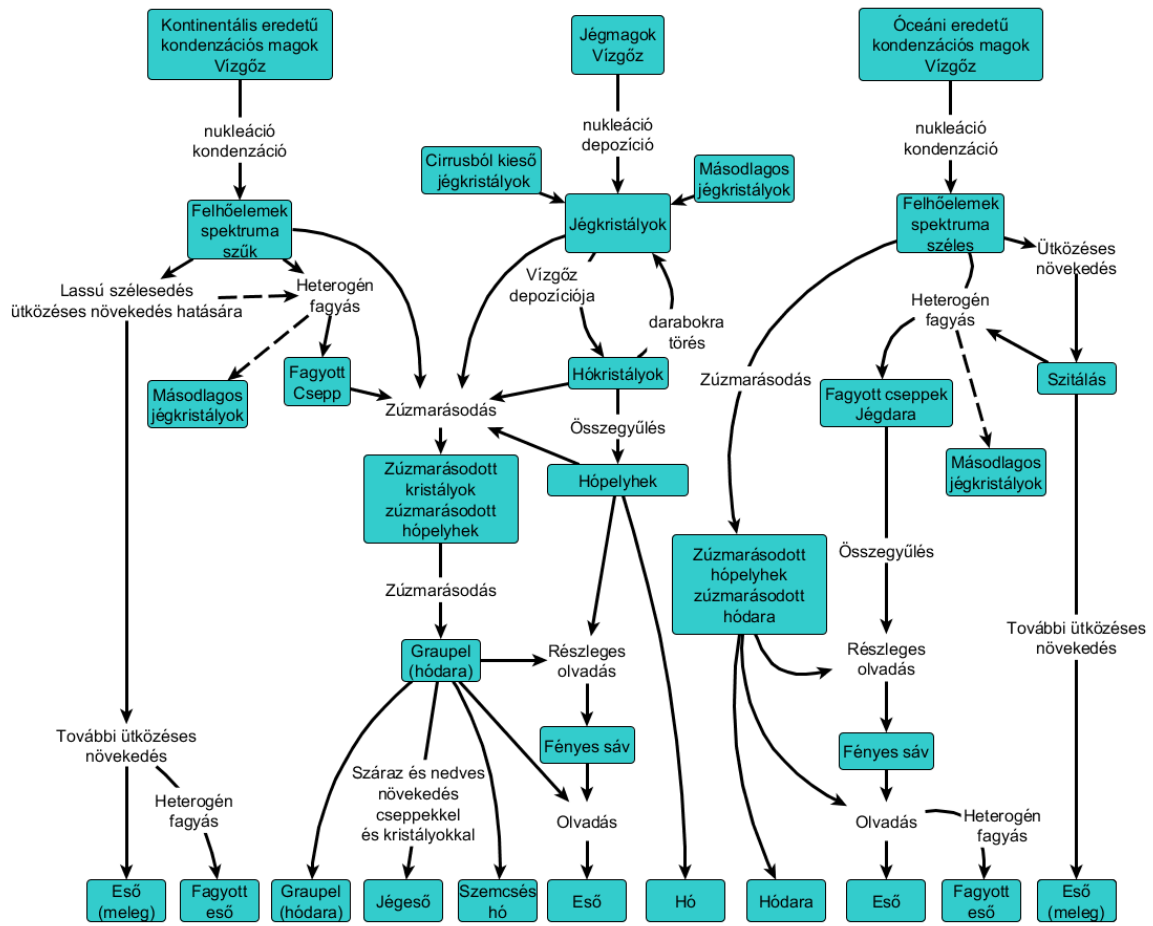
A szilárd halmazállapotú csapadékelemek olvadásának modellezése során számos problémát okoz az, hogy a felhőn belül többféle típusú, méretű illetve alakú jégreszecske található. A szilárd csapadékformák kategorizálására számtalan kutatás irányult: a múlt század közepén Nakaya és Sekido (1936) 21 kategóriát határozott meg a hópelyhek alakjára vonatkozóan Japánban történt megfigyelések alapján. A kategóriák száma tovább bővült a méret, illetve további jellegzetességek (zúzmarásodott, törött, ...) figyelembevételével.

A legfrissebb kutatást a témában Kikuchi et al. (2013) készítették, akik már nem csak Japán területén, hanem az északi poláris régióban is végeztek megfigyeléseket, így globális klasszifikációt alkottak. Ez a kategorizálás 8 fő csoportot tartalmaz, melyen belül 39 csoportot, ezeken belül pedig összesen 121 alcsoportot alakítottak ki.

A különböző hidrometeorok kialakulását a Braham és Squires (1974) munkája alapján készült *második ábrán* láthatjuk.

A csapadékformák kialakulásának folyamata történhet pozitív vagy negatív hőmérsékleti tartományban. Abban az esetben, ha a keletkezés teljes szakaszán nincsen szilárd halmazállapot – vagyis fagyás –, „meleg” esőről beszélünk. Ennek képződése során a nukleációs magokból aeroszolreszcskék képződnek, melyek kondenzációs növekedését az esőcseppek ütközéses növekedése követi – figyelembe véve a csepprobbanást is. A folyamat során változik a cseppek spektruma.

A „hideg” eső folyamata sokkal összetettebb. A jégképződés az aeroszolreszcskéken többféleképpen (depozícióval, kondenzációs-, belső-, és felszíni fagyással) mehet végbe, illetve a jég darabokra törésével vagy a zúzmarásodás széthasításának hatására létrejönnek úgynevezett másodlagos jégkristályok.



2. ábra. A hidrometeorok tipikus fajtái és keletkezésük módja (Braham és Squires (1974) alapján)

A fenti folyamatok, illetve az olvadás és fagyás együttes eredményeként, illetve azon különböző kombinációjaként – ahogyan az a 2. ábrán is látható – különböző csapadékformák alakulnak ki.

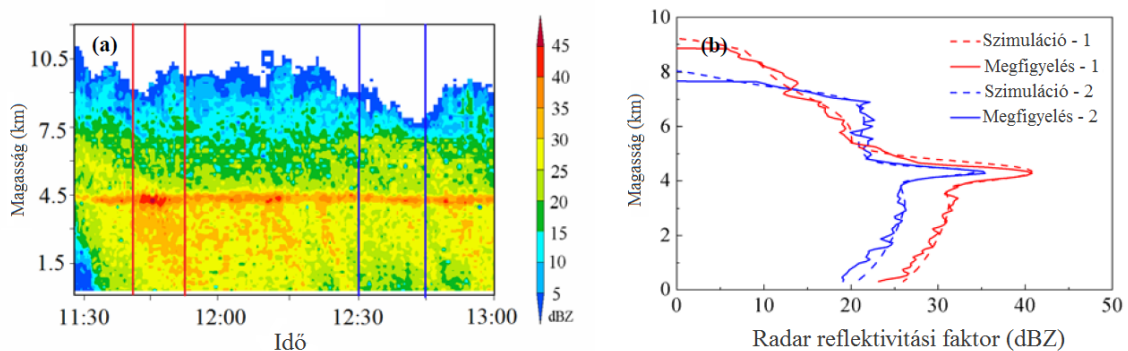
A „hideg” eső folyamata, illetve a mikrofizikai parametrizálása is sokkal bonyolultabb a „meleg” esőnél. A „hideg” eső folyamatán belül több részfolyamat nem adható meg bin modell felhasználásával nagyfokú bizonytalanság nélkül (Straka, 2009).

A 2. ábrán szerepel a fényes sáv kialakulási folyamata is. Az esőrétegfelhőkben, a 0 °C-os hőmérsékletű szint alatt a radarmérés során jelentős reflektivitás-emelkedés tapasztalunk. Ezt a megnövekedett reflektivitású, általában néhány száz méteres vastagságú tartományt nevezzük fényes sávnak. A kialakulás magyarázata, hogy a hulló jégrészecskék a 0 °C-os hőmérsékleti szinttől magasabban lassan növekednek (diffúziós növekedéssel), így a reflektivitás kismértékben növekedni fog. A szinthez közeledve az ütközéses növekedés egyre gyakoribbá válik, így az átmérő nö-

vekedésével a reflektivitás emelkedése is jelentősebbé válik. A 0°C -os szint alatt gyors változás megy végbe, mivel a vízcseppek visszaverő-képessége nagyobb, mint a hókristályoké, az olvadás során a hópelyheken és hókristályokon található vízréteg hatására a radarképen a nagy méretű esőcseppekkel megegyező reflektivitás-értéket ad annak ellenére, hogy a csepp tartalmaz szilárd halmazállapotú részt, melynek sűrűsége kisebb, mint egy esőcseppé. Az olvadás előrehaladásával a sűrűség növekszik, a részecskék átmérője pedig kisebb lesz, ennek következtében a reflektivitás kismértékben csökkenni fog (Geresdi, 2004).

A radarmérések pontosítása nagyon fontos, mivel ezzel a módszerrel nem csak egyes mérőállomások csapadékmennyiségét ismerhetjük meg, hanem a radar környezetében a teljes területen, néhány perces felbontású adatokat kaphatunk.

A fényes sáv okozta mérési hiba kiküszöbölésére több tanulmány is született. Dong et al. (2015) egy réteges felhőből hulló csapadékos eseményt vizsgáltak. Kutatásuk során a radarreflektivitást modellezték, majd az így kapott eredményeket összevetették két időszakban egy 3,2 cm hullámhosszú Doppler-radar által mért értékekkel. Az eredmények a 3. ábrán láthatók. A bal oldali, 3.(a) ábrán a visszaverő-képességet látjuk.



3. ábra. 2012. július 13-án a kínai Jurong városában megfigyelt csapadékos helyzet. Az (a) ábrán 11:30-tól 13:00-ig reflektivitás értékét (dBZ) látjuk a különböző magasságokban. A (b) képen a 11:40-től 11:53-ig pirossal, a 12:30-tól 12:45-ig tartó időszak átlagos értékeit kézzel jelölve látjuk. A folytonos görbék a radar mérési eredményeit, a szaggatott vonalak a szimuláció által adott értékeket mutatják. (Dong et al., 2015)

Jól kivehető 4,5 km-es magasságban a reflektivitási értékek ugrása, vagyis a fényes sáv jelenléte. A 3.(b) ábrán az (a) részben kijelölt időszakok átlagos reflektivitás-értékeit

látjuk: folytonos görbékkel a radar által mért adatokat, míg szaggatottal a modell által adott eredményeket. Az értékek összevetésével láthatjuk, hogy a Dong at al. (2015) által készített modell közel áll az adott időjárási helyzetben végzett radarmérésekkel.

Módszertan és elemzés

A modell fizikája

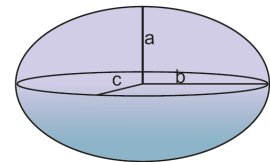
Jelenlegi ismereteink szerint a hópehely olvadása négy lépésben írható le. Az *első lépés*ben a kristály csúcsain apró cseppecskékben megjelenik az olvadt víz. A *második lépés*ben a víz a hópehely külső részéről a középpontjába gyűlik a felületi feszültség és a kapilláris erő hatására. A hópehely váza ezért száraz marad. A *harmadik lépés*ben a hópehely belső része elkezd megolvadni, így az ágak a vízcsepp felé befelé, illetve kifelé mozdulnak, míg végül a *negyedik lépés*ben a kristályszerkezet teljesen összeomlik, és a megmaradt jégrészecskék teljesen az olvadt vízbe süllyednek.

A kutatás során különböző hőmérsékleti és relatív páratartalom profil mellett vizsgáltuk eltérő kezdeti méretű hópehelyek olvadását. Az összetett folyamat modellezése során több közelítést is alkalmazunk, melyek pontosítása további kutatást igényel.

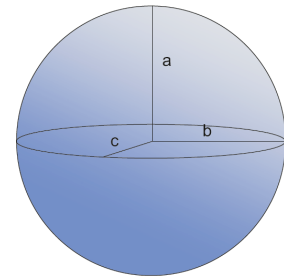
A hópehelyek alakja igen változatos, ezért ezt is közelítenünk kell. A modellezés során forgási ellipszoiddal közelítjük a hópehelyek kezdeti alakját. (4. ábra). A forgási ellipszoid esetén a b és c tengelyek megegyeznek, a lapultság mértékét, vagyis a tengelyek arányát $\left(\frac{a}{c} = \frac{a}{b}\right)$ az r_{snow} tényezővel adjuk meg, amit a száraz, még meg nem olvadt hópehelyek esetén $r_{snow} = 0,5$ -nek választottunk.

Az olvadás során r_{snow} értéke folyamatosan változni fog, egyre jobban hasonlít a gömbre, így r_{snow} értéke egyre közelebb lesz 1-hez, végül a teljesen megolvadt esetben a vízcseppet gömbbel közelítjük (5. ábra), ahol $a = b = c$, vagyis a tengelyek aránya 1-gyel lesz egyenlő.

A hópehelyek átmérője (D_{snow}) és sűrűsége (ρ_{snow}) közötti összefüggés laboratóriumi mérések alapján (Lew at al., 1986) a következő összefüggéssel írható fel:



4. ábra. A száraz hópehelyek közelítése forgási ellipszoiddal.



5. ábra. A majdnem teljesen megolvadt hópehelyek közelítése gömbbel.

$$\rho_{snow} = \frac{0,17}{D_{snow}}. \quad (1)$$

Az első egyenletet felhasználva és feltéve, hogy a hópehely alakja forgási ellipszoiddal közelíthető, az átmérő és a tömeg (m_{snow}) közötti összefüggést a következő egyenlet adja meg:

$$m_{snow} = \frac{D_{snow}^2 \cdot 0,17 \cdot \pi \cdot r_{snow}}{6}, \quad (2)$$

mivel

$$m_{snow} = \frac{D_{snow}}{\rho_{snow}}, \quad (3)$$

illetve

$$V_{snow} = \frac{D_{snow}^3 \cdot \pi}{6}. \quad (4)$$

Az olvadás során fontos a hópehelyek esési sebessége, mivel ez befolyásolja, hogy mennyi időt tölt a csapadékelem az adott légrétegben, ezért ez a tényező is jelentősen befolyásolja a csapadék felszíni halmazállapotát. Az olvadás kezdete előtt a száraz hópehely határsebességét a következő egyenlettel adjuk meg (Geresdi et al., 2014):

$$v_{dry\ snow}^* = \begin{cases} 40 \cdot D_{snow}^{0,55} \cdot \exp(-100 \cdot D_{snow}) & \text{ha } D_{snow} > 8 \cdot 10^{-5} \text{ vagy } D_{snow} < 7 \cdot 10^{-3} \\ 1,32 & \text{ha } D_{snow} \geq 7 \cdot 10^{-3}. \end{cases} \quad (5)$$

Ez az összefüggés abban az esetben igaz, ha eltekintünk a hópehely diffúziós növekedésétől, és feltételezzük, hogy a megolvadt víz nem sodródik le, azaz a hópehely teljes tömege nem változik a folyamat során. A továbbiakban feltesszük tehát, hogy

$$m_{snow} = m_i + m_w = konstans, \quad (6)$$

tehát az olvadás során a jégfázis tömege (m_i) csökken, a folyékony víz tömege (m_w)

pedig ezzel megegyező mértékben növekszik, összegük állandó. A kutatás során alkalmaztunk olyan profilt is, ahol a relatív nedvesség 70% alatti, azonban a hófehely darabokra törését, illetve a megolvadt víz lesodródását ezekben az esetekben sem vesszük figyelembe.

Az olvadás mértékének meghatározására gyakran használják az olvadási arányt, a folyékony résznek a teljes tömeghez viszonyított arányát:

$$F_q = \frac{m_w}{m_{snow}}. \quad (7)$$

A számítások során feltételeztük, hogy az olvadó, nedves hópelyhet magába foglaló forgási ellipszoid tengelyeinek aránya, illetve az olvadó hópely sűrűsége az alábbi képlettel megadható a száraz hópelyre és a vízcseppre jellemző értékek súlyozott átlagaként:

$$r_{wet\ snow} = F_q + (1 - F_q) \cdot r_{dry\ snow} \quad (8)$$

$$\rho_{wet\ snow} = F_q \cdot \rho_w + (1 - F_q) \cdot \rho_{dry\ snow}. \quad (9)$$

A fenti mennyiségek ismeretében megadható nedves hópelyhly átmérője, azaz az olvadó hópelyhet magába foglaló forgási ellipszoid nagy tengelye:

$$D = \left(\frac{6 \cdot m_{snow}}{r_{wet\ snow} \cdot \rho_{wet\ snow} \cdot \pi} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (10)$$

A részben megolvadt hópelyhek határsebessége (v^*) laboratóriumi mérések (Mitra et al., 1990) alapján a vízcseppre vonatkozó, illetve a száraz hópelyre vonatkozó értékek súlyozott átlagaként az alábbi, (11) képlettel számolható:

$$v_{wet\ snow}^* = F_s \cdot v_{water\ drop}^*(D) + (1 - F_s) \cdot v_{dry\ snow}^*(D), \quad (11)$$

ahol F_s az F_q megolvadt rész arányától függő érték:

$$F_s = 0,01195 \cdot \exp(4,411 \cdot F_q). \quad (12)$$

A vízcsepp átmérőtől függő határsebessége pedig





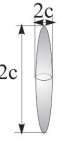

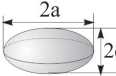


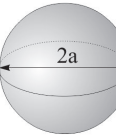
$$v_{water\ drop}^*(D) = 4 \cdot 10^3 \cdot D. \quad (13)$$

A nem gömb alakú részecskék esetében a környezet és a részecske közötti hő- és anyagtranszportot az elektrosztatikából jól ismert kapacitással (C) szokás megadni. A kapacitást leíró összefüggés függ a részecske alakjától. A 6. ábrán néhány jellegzetes alakú jég részecske kapacitása látható (Geresdi, 2004). Forgási ellipszoid esetében a kapacitás a (14) összefüggéssel írható fel:

$$C = 0,5 \cdot D \cdot \frac{\varepsilon}{\arcsin(\varepsilon)}, \quad (14)$$

ahol

$$\varepsilon = \sqrt{1 - r_{wet\ snow}^2}. \quad (15)$$

Kristály forma	Közelítő forma	Kapacitás	L paraméter
		$\frac{2a}{\pi}$	$\approx a$
			
		$\frac{A}{\ln[(c+A)/a]}$ $\approx \frac{a}{\ln(2c/a)}$ ha $a \ll c$ $A = (c^2 - a^2)^{1/2}$	$\frac{a + 2c}{\frac{2}{3} + \frac{c}{\sqrt{3}a}}$
		$\frac{a \varepsilon}{\arcsin(\varepsilon)}$ $\varepsilon = \left(1 - \frac{a^2}{c^2}\right)^{1/2}$	$\approx a + 2c$
			
		a	$2a$

6. ábra. A jég részecske alakjától függő kapacitás értéke tipikus formákra. (Geresdi, 2004)

A hulló, ellipszoid alakú részecskének az esési irányra merőleges keresztmetszete (Ω) a (16) összefüggéssel írható fel:

$$\Omega = 0,5 \cdot \pi \cdot D^2 \cdot \frac{\lg\left(\frac{1+r^2}{1-r^2}\right)}{2 \cdot \varepsilon}. \quad (16)$$

Feltételezzük, hogy az olvadó hópehely kapacitását a következő egyenlet adja meg (Pruppacher és Klett, 1997):

$$C_{wet} = F_q \cdot C + (1 - F_q) \cdot 0,8 \cdot C. \quad (17)$$

Abban az esetben, ha a hópehely csaknem teljesen elolvadt, vagyis $F_q > 0,99$, a C kapacitás és az Ω paraméter a szabályos gömbre jellemző értéket veszi fel:

$$C = 0,5 \cdot D, \text{ illetve} \quad (18)$$

$$\Omega = D^2 \cdot \pi. \quad (19)$$

Az olvadást alapvetően befolyásolják a jégrészecskét körülvevő közeg – esetünkben a levegő – tulajdonságai. Legfontosabb ezek közül annak hőmérséklete (T_∞), valamint nedvességtartalma ($\rho_{v,\infty}$).

A hópehely olvadási sebességét, vagyis a jégfázis tömegének időbeli megváltozását a (20) összefüggés írja le:

$$\frac{dm_i}{dt} = \frac{4 \cdot \pi \cdot C}{L_m} \cdot k_a \cdot (T_0 - T_\infty) \cdot f_h + \frac{4 \cdot \pi \cdot C}{L_m} \cdot D_v \cdot L_d \cdot (\rho_{v,s}(T_0) - \rho_{v,\infty}) \cdot f_v, \quad (20)$$

ahol T_0 és T_∞ az olvadó jégrészecske és a környező levegő hőmérséklete; k_a a levegő hővezetési együtthatója, D_v a vízgőz levegőre vonatkoztatott diffúziós együtthatója. L_m illetve L_d az olvadási- és szublimációs hőt jelöli. A vízgőz sűrűsége a hópehely felszínén a $\rho_{v,s}(T_0)$ a telítési értékkel egyenlő, a levegőben, távol az olvadó hópehelytől pedig: $\rho_{v,\infty}$. A hópehelyek mozgását az egyenletben f_h illetve f_v a ventilációs együtthatókkal vettük figyelembe.

Az egyenlet jobb oldalának első része a hővezetési tag, a második része a latens hő tag. Az egyenletből jól látszik, hogy az olvadást nem csak a hővezetés, hanem a kondenzáció/párolgás során felszabaduló latens hő is befolyásolja. A hővezetési együttható és a vízgőznek a levegőre vonatkoztatott diffúziós együtthatója az alábbiakban megadott módon függ a levegő hőmérsékletétől és nyomásától:

$$k_a = 4,186 \cdot 10^{-3} \cdot (5,69 + 0,017 \cdot \tau), \quad (21)$$

ahol τ a levegő hőmérséklete Celsius-fokban.

$$D_v = 2,11 \cdot 10^{-5} \left(\frac{T}{T_{\tau_0}} \right)^{1,94} \left(\frac{p_0}{p} \right). \quad (22)$$

Az egyenletben $T_{\tau_0} = 273,15$ K, $p_0 = 1013,25$ hPa, T a levegő hőmérséklete Kelvinben, p pedig a légnyomás értékét jelenti hPa-ban megadva.

A képletben szerepel még az olvadási- (L_m) és a szublimációs hő (L_d), melyek szintén hőmérsékletfüggő mennyiségek, és az alábbi összefüggéssel számolhatók:

$$L_m = 4186 \cdot \left(79,7 + 0,488 \cdot (T - T_{\tau_0}) - 2,5 \cdot 10^{-3} \cdot (T - T_{\tau_0})^2 \right) \quad (23)$$

$$L_d = L_m + 2,5008 \cdot 10^6 \left(\frac{T}{T_{\tau_0}} \right)^{\gamma}, \text{ ahol } \gamma = 0,167 + 3,67 \cdot 10^{-4} \cdot T. \quad (24)$$

Látható tehát, hogy a jégrészecskék olvadását alapvetően befolyásolja a környezetének hőmérséklete T_{∞} . A (20) egyenletben a hópehely felszínének hőmérsékletét T_0 jelöli, melyről feltételezzük, hogy az olvadás során végig 0°C marad. Továbbá azt is láthatjuk az egyenletben, ahogy az tapasztalatainkkal is megegyezik, hogy a környezet magasabb hőmérséklete gyorsítja az olvadás sebességét.

Az olvadást jelentősen befolyásolja emellett a levegő nedvességtartalma is. Ha a levegő páratartalma alacsony, akkor a párolgás okozta hőelvonás jelentősen lassíthatja az olvadást, és az olvadás csak 0°C -nál magasabb hőmérsékleten indul meg. A vízgőz sűrűsége a hópehely felszínén a $\rho_{v,s}(T_0)$ a telítési értékkel egyenlő, a levegőben, távol az olvadó hópehelytől pedig $\rho_{v,\infty}$ értékkel. Látjuk tehát, hogy a környezet magasabb nedvességtartalma gyorsítja az olvadást.

$$\rho_{v,s}(T_0) = 0,622 \cdot \frac{e_{s,T_0}}{R \cdot T_0}, \quad (25)$$

ahol a vízgőz telítési gőznyomása (τ_0 a hőmérséklet Celsius fokban):

$$e_{s,T_0} = 6,11 \cdot \exp \left(\frac{17,67 \cdot \tau_0}{243,5 + \tau_0} \right) \cdot 100. \quad (26)$$

A vízgőzsűrűség a hópehely felszínétől távol pedig

$$\rho_{v,\infty}(T_{\infty}) = 0,622 \frac{e_{s,T_{\infty}}}{R \cdot T_{\infty}}. \quad (27)$$

A hópehely levegőhöz viszonyított mozgásának hatását az f_h , illetve az f_v ventilációs együtthatókkal vesszük figyelembe. Az egyenletben szereplő tagok jó közelítéssel $f_h \approx f_v = f_L$. A ventilációs együttható függ a hópehely méretétől, illetve függ a levegő sűrűségétől is (Pruppacher és Klett, 1997):

$$f_L = \begin{cases} 1 + 0,14 \cdot \chi^2 & \text{ha } \chi < 1 \\ 0,86 + 0,28 \cdot \chi & \text{ha } \chi \geq 1, \end{cases} \quad (28)$$

ahol

$$\chi = 0,63^{\frac{1}{3}} \cdot N_{RE}^{\frac{1}{2}}, \quad (29)$$

melyben a Reynolds-szám értéke:

$$N_{RE} = \frac{\Omega \cdot v_{wet\ snow}^* \cdot \rho_{air}}{P_{ker} \cdot \eta}, \quad (30)$$

ahol P_{ker} a hópehely kerületét jelenti: $P_{ker} = D \cdot \pi$.

A levegő viszkozitása (η) az alábbiakban megadott módon függ a hőmérséklettől:

$$\eta = \begin{cases} (1,718 + 0,0049 \cdot \tau) \cdot 10^{-5} & \text{ha } \tau \geq 0^\circ\text{C} \\ (1,718 + 0,0049 \cdot \tau - 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot \tau^2) & \text{ha } \tau < 0^\circ\text{C}. \end{cases} \quad (31)$$

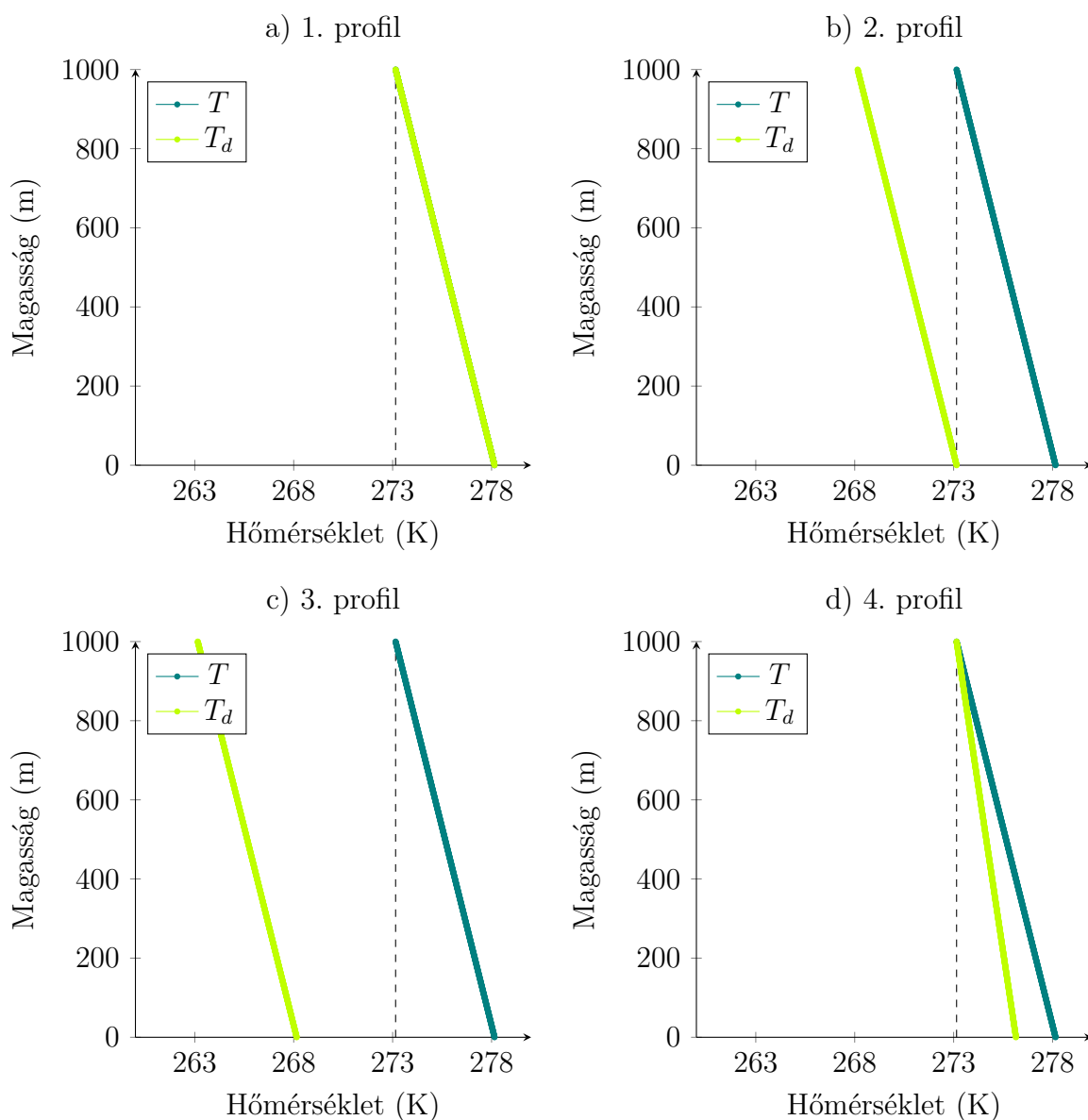
A fenti egyenletek segítségével a (20) egyenlet minden tagja ismert, így kifejezhető a jégtömeg oladási sebessége.

A következő fejezetben modell futtatása során alkalmazott hőmérsékleti- és nedveségprofilokat mutatom be.

Hőmérsékleti- és nedvességi profilok

A számításokat az 7. és 8. ábrán megadott hőmérsékleti és nedvességi profilok esetén végeztük el. Ezek a profilok nem mért adatok alapján készültek, hanem egyszerű, mesterségesen alakított hőmérséklet- és harmatpontértékek.

Az *első profil* esetén (7a. ábra) a hőmérséklet (T) a teljes 1 km-es szakaszon megegyezik a harmatpont értékével (T_d), azaz a levegő telített. A hőmérséklet a felszínen 5°C , 1000 m-es magasságban pedig 0°C .



7. ábra. Alkalmazott hőmérsékleti profilok (1.-4. profil)

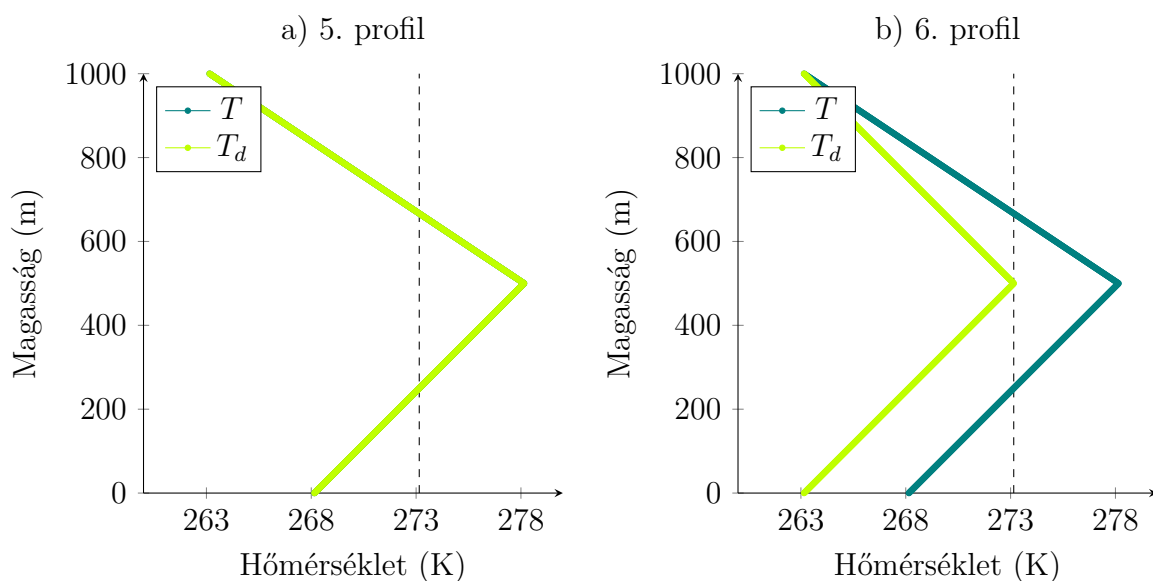
A második profilnál (7b. ábra) a hőmérséklet 5°C -kal magasabb a harmatpontnál a teljes szakaszon, így a levegő páratartalma a felszínen közel 70%-os. A hőmérséklet a felszínen 5°C , 1000 m-es magasságban pedig 0°C ; a harmatpont pedig 0°C a talajon, a magasban pedig -5°C

A harmadik profilnál (7c. ábra) a hőmérséklet 10°C -kal magasabb a harmatpontnál: a felszínen 5°C és -5°C , 1000 m-es magasságban pedig 0°C és -10°C -os értéket vesz fel. Így a levegő páratartalma a talajon 50% alatti.

A negyedik profilnál (7d. ábra) a hőmérséklet a talajon 5°C , a harmatpont pedig 5°C . A hőmérséklet 1000 m-es magasságban eléri a 0°C -os harmatpontot.

A megszokott hőmérsékleti rétegződésen kívül megfigyeltünk két, szintén mesterségesen kialakított inverziós helyzetet is.

Az ötödik profilnál (8a. ábra) a talajon -5°C a hőmérséklet, 1000 m-es magasságban pedig -10°C , azonban 500 m-en 5°C van. Ennél a profilnál 100%-os a levegő páratartalma, vagyis a harmatpont és a hőmérsékleti értékek a teljes rétegben megegyeznek.



8. ábra. Alkalmazott inverziós profilok (5.-6. profil)

A *hatodik profil* esetén (*8b. ábra*) a hőmérsékleti profil szintén tartalmaz inverziós réteget, de a harmatpont értéke és a hőmérséklet közötti különbség függ a magasságtól: a talajon -10°C a harmatpont, 1000 m-es magasságban szintén -10°C , azonban 500 m-en csak 0°C -os. A hőmérséklet az *ötödik profil* értékeivel egyezik meg. Ennél a profilnál az 1000 m-es magasságot kivéve nem lesz telített a levegő.

Eredmények

A modellben a különböző hőmérsékleti- és relatív nedvességi profilokra megvizsgáltuk az egyes kezdeti átmérőjű hópolyhek olvadását. Fontos megjegyezni, hogy a méretváltozásnál csak a jégtömeg csökkenését engedjük meg, a hópolyhek darabokra törését, illetve a megolvadt víz lesodródását nem vettük figyelembe.

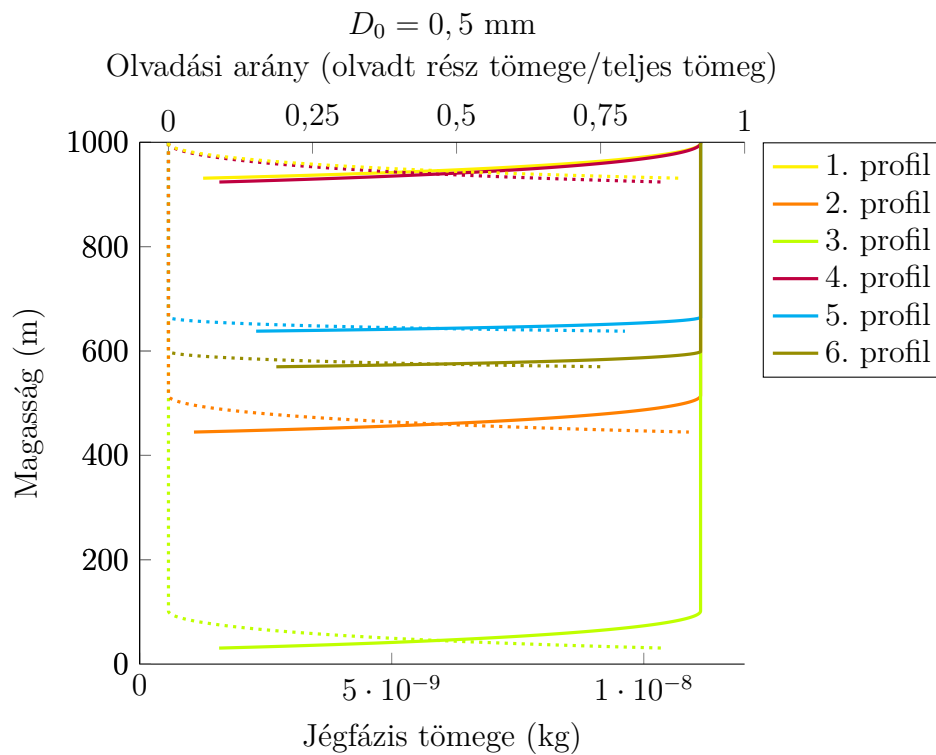
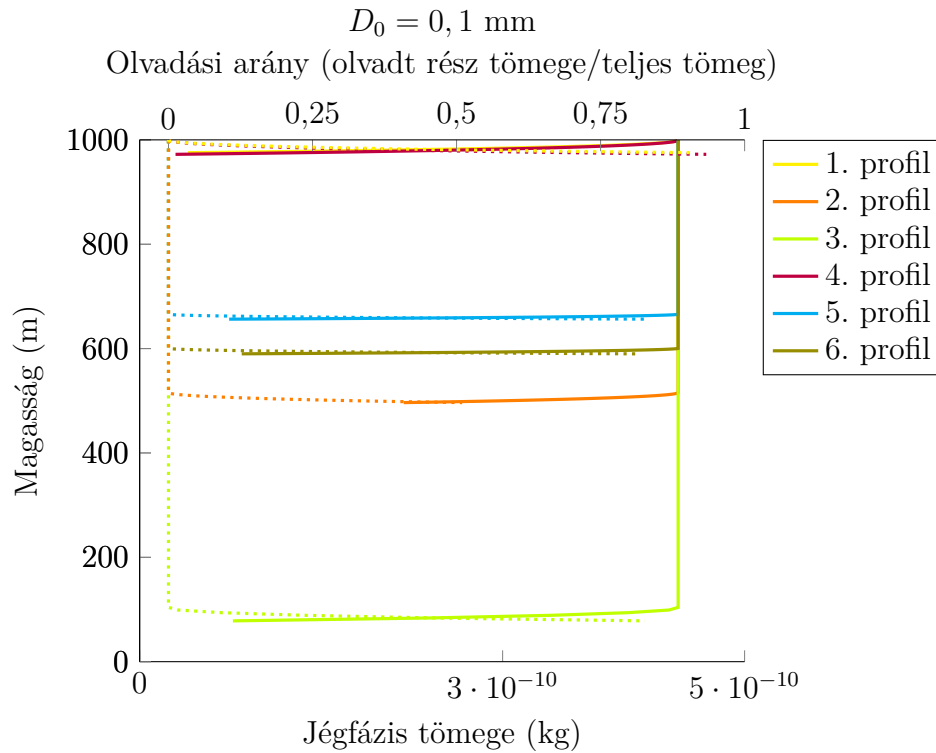
A következő ábrákon a különböző kezdeti átmérőjű hópolyhek (0,1 mm, 0,5 mm, 1 mm, illetve 5 mm) viselkedését láthatjuk az eltérő profilok esetén.

Az ábrák y -tengelyén a méterben mért magasság függvényében jelöljük az olvadást jellemző mennyiségeket. A folytonos görbék a jégfázis tömegét (m_i) mutatják, mely kezdetben megegyezik a hópolyhely tömegével (m_{snow}), majd az olvadás során, a magassággal csökkenésével csökkenni fog.

A szaggatott vonal az olvadási arányt jelöli. Ez a megolvadt víz tömegének (m_w) és a hópolyhely tömegének (m_{snow}) aránya, mely kezdetben nulla, az olvadás során m_w növekedni fog m_i rovására, teljes megolvadás esetén pedig a csepp teljes tömegét az olvadt víz adja, ezért az olvadási arány értéke 1 lesz.

A 9. ábrán az 1000 méteres magasságban 0,1 mm, illetve 0,5 mm átmérőjű hópolyhely különböző profilok melletti olvadását láthatjuk. Az olvadás sebességét a görbék meredeksége szemlélteti: minél közelebb van a görbe az x -tengellyel párhuzamoshoz, annál gyorsabb az olvadás. Addig a szintig, amíg a görbe az y -tengellyel párhuzamos, nem kezdődik meg az olvadás.

A grafikonokon láthatjuk, hogy elsőként a magas relatív nedvességű 1. és 4. profilnál kezdődik az olvadás, ezt követik az inverziós profilok (5. és 6. profil), végül pedig a 2. és 3. profiloknál kezdődött az olvadás, melyeknél a relatív nedvesség már igen alacsony.



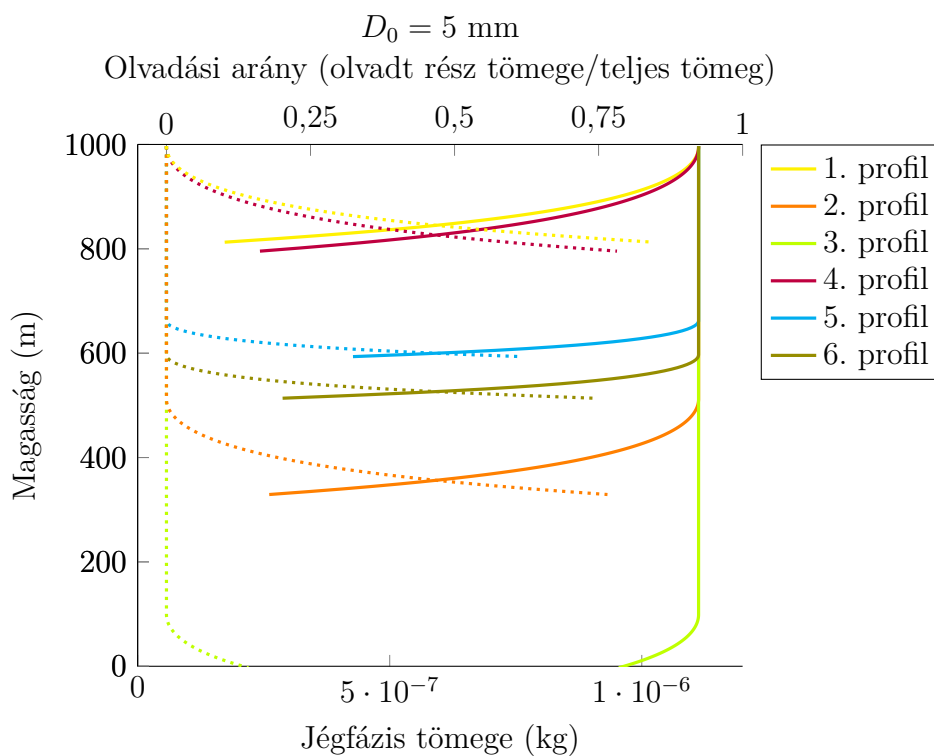
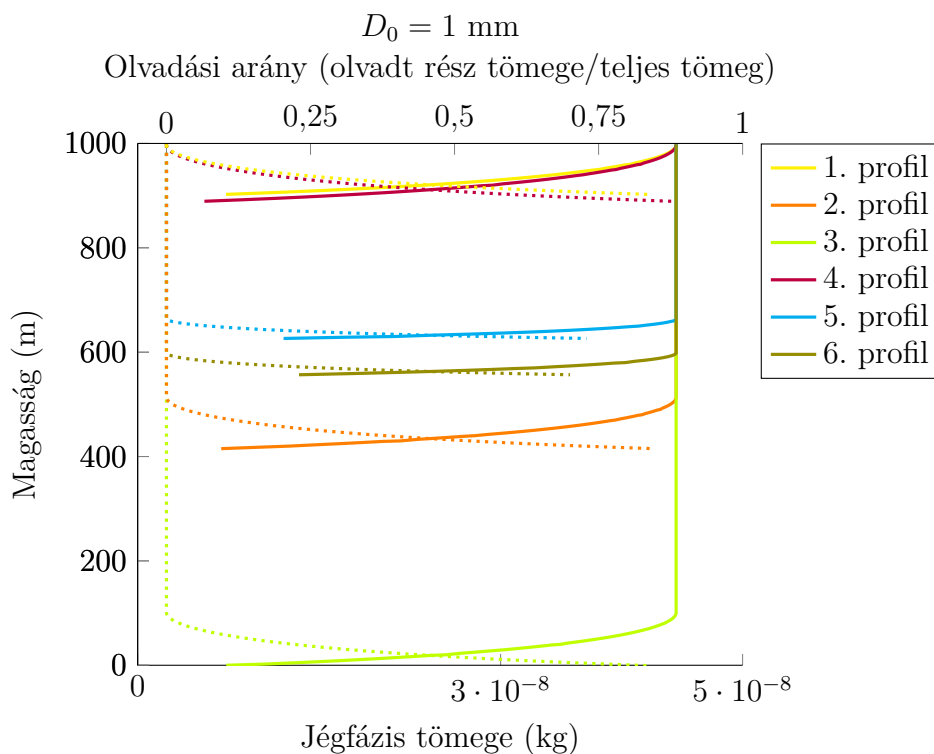
9. ábra. A kezdetben 0,1 mm, illetve 0,5 mm átmérőjű hópehelyek esetén a jégtömeg megváltozása (folytonos vonal), illetve a megolvadt víz tömegének aránya a teljes hópehely tömegéhez viszonyítva (szaggatott vonal) a különböző profilok esetén

A 10. ábrán a nagyobb – 1 mm és 5 mm – kezdeti átmérőjű hópolyheket látjuk. Az olvadás sorrendje a profilok között megegyezik kisebb hópolyhek esetén tapasztaltakkal. A kezdeti átmérő, és ezzel arányosan a kezdeti tömeg is nagyobb, ezért lassabban megy végbe a hópolyhek olvadása. A különböző profilok esetén a megolvadás közel ugyanabban a magasságban kezdődik, az eltérés az olvadási sebességben van: a görbék érintői az x -tengellyel nagyobb szöget zárnak be.

Mindkét méretnél az 1. és 4. profiloknál kezdődik a legnagyobb magasságban az olvadás, mivel itt a teljes tartományon pozitív volt a hőmérséklet, és ehhez magas relatív páratartalom is társult. A 10. ábrán látható nagyobb méreteknél már elkülönül az 1. és 4. profil, annak ellenére, hogy nagy magasságban csak csekély eltérés van a harmatpont és hőmérséklet között. Az olvadás már 1000 m-es magassághoz közel elkezdődik, mindkét esetben, viszont az olvadás sebessége ezt követően eltér.

700 m-es magassághoz közel kezdődik az olvadás a telített inverziós profil, 600 m alatt pedig a szárazabb inverziós profil esetén. Ez a magasság azt a szintet jelöli ki, ahol a hőmérséklet a pozitív tartományba lép. Az inverziós profilok esetén a különböző szintek közti hőmérsékleti gradiens igen nagy, ezért a teljes olvadás gyorsan végbemegy.

500 méteres magasságnál kezdődik az olvadás az 5°C -os harmatpontdeficit értékű 2. profil esetén, ahol az olvadás sebessége is lassabb a párolgás okozta hőelvonás miatt, mely hűti a részecskét. A leglassabb olvadást okozó profilnál – a 3. profilnál – a relatív nedvesség már igen alacsony ($f < 50\%$), ezért az olvadás sebessége sokkal lassabb lesz a többi profilhoz képest. Az utolsó profil esetén a kezdeti méret már kellően nagy ahhoz, hogy a hópolyhely elérhesse a felszínt úgy, hogy egy része fagyott állapotban marad.



10. ábra. A kezdetben 1 mm, illetve 5 mm átmérőjű hópehelyek esetén a jégtömeg megváltozása (folytonos vonal), illetve a megolvadt víz tömegének aránya a teljes hópehely tömegéhez viszonyítva (szaggatott vonal) a különböző profilok esetén

Összegzés

A dolgozatban bevezettem a hópehely olvadásának számítógépes modellezésének problémáit, bemutattam az összetett olvadási folyamatot, illetve az olvadást befolyásoló paramétereket. A modellezés során több közelítéssel kellett élni, melyeket szintén bemutattam. Ismertettem továbbá a modell felépítése során felhasznált egyenleteket, melyekkel kifejezhető a hópehelyek olvadási sebessége.

Négy, kezdetben különböző méretű hópehely megolvadását vizsgáltam hat eltérő hőmérsékleti- és relatív nedvességi profil mellett.

Az eredmények alapján látható, hogy a vizsgált hópehelyek esetén legkorábban az olyan profiloknál kezdődik meg az olvadás, ahol az 1000 m teljes tartománya pozitív hőmérsékletű, a harmatpont pedig ehhez közeli, vagyis a relatív páratartalom igen magas.

Ezt követik az inverziós helyzetek, melyeknél a pozitív hőmérsékleti tartományba érkezve szintén megkezdődik az olvadás, és a hőmérséklet gyors emelkedése miatt gyorsan végbe is megy, először a telített, majd a szárazabb inverziós profil esetében.

A halmazállapot-változás az olyan profiloknál zajlott le a leglassabban, ahol a hőmérséklet ugyan 0°C fölötti, azonban a harmatpont nagyon alacsony, tehát alacsony a relatív páratartalom. A száraz profiloknál a párolgás okozta hőelvonás hűti a jégreszecskeket, és ezzel jelentősen lassítja az olvadást.

Az eddigi elméleti eredményekkel összhangban tehát a modellünk eredményein is látható, hogy az olvadást a minél magasabb hőmérséklet mellett az magasabb páratartalom is elősegíti.

A környezet paraméterein túl természetesen a hópehely tulajdonságai is befolyásolják az olvadást. A modellfuttatás során a hópehelyek alakját minden esetben forgási ellipszoiddal közelítettük, eltérés csupán a méretükben volt. Az 1000 méteres magasságból lehulló hópehelyek közül először a kisebb méretűek, végül a legnagyobbak olvadnak meg. Ez a jelenség amiatt adódik, hogy a nagy átmérőjű hópehelyek tömege is nagyobb, emiatt az esési sebességük is nagyobb lesz, így gyorsabban érnek földet. Fontos különbség továbbá, hogy a kisebb hópehelyeknél az egy tömegegységhez nagyobb felület

tartozik, mint a nagyobb hópolyhek esetén, ezzel is hozzájárulva a kisebbek gyorsabb olvadásához.

További tervek

A modellünk jelenlegi állapotában több közelítést alkalmaztunk, melyek pontosításra szorulnak. További tervek között szerepel a modell futtatása további profilokra, illetve eltérő alakú hópolyhekre. A távolabbi tervek között szerepel az olvadás során esetlegesen létrejövő hópolyhek darabokra törésének, illetve az olvadt víz lesodródásának figyelembe vétele.

Fontos terület továbbá a radarmérések során keletkező fényes sáv vizsgálata, illetve az olvadás során megváltozó radarreflektivitás megfigyelése, valamint a modelleredmények és a mérések összehasonlítása.

Köszönetnyilvánítás

Köszönettel tartozom témavezetőmnek, Geresdi Istvánnak az érdekes témajavaslatáért és rengeteg segítségéért, amelyet nyújtott ezen dolgozat elkészítése során.

Köszönöm konzulensemnek, Ács Ferencnek a dolgozat ellenőrzése során javasolt számtalan javítását.

Szeretnék köszönetet mondani Tóth Sándornak, aki elindított a földtudományok felé.

Továbbá köszönöm páromnak a kitartó támogatást, illetve a végtelen mennyiségű informatikai segítséget.

Hivatkozások

Irodalomjegyzék

- Roscoe R. Braham Jr. és Patrick Squires: Cloud physics – 1974 Bulletin of the American Meteorological Society, Volume 55 No. 6, 543–586., 1974
- Dong Hui-jie, Wang Zhen-hui, Guo Li-jun és Wang Yun *Analysis and Case Study on the Generation of Radar Echo Bright Band*. Journal of Tropical Meteorology, Vol. 21, No. 3, 2015
- Csirmaz Kálmán *A new hail size forecasting technique by using numerical modeling of hailstorms: A case study in Hungary*. Időjárás folyóirat, 119: pp. 443-474., 2015
- Fövényi Attila *Statiztikai módszer a téli csapadék állapotának valószínűségi előrejelzésére*. Légtér folyóirat, 52/3 pp 12-17., 2007.
- Y. Fujiyoshi *Melting snowflakes*. Journal of the Atmospheric Sciences, 43, 307-311, 1986
- N. Fukuta, R. C. Savage, G. J. Donovan, and C.-M. Liu *Melting of natural snow crystals in a vertical wind tunnel*. Preprints, Conference on Cloud Physics, American Meteorological Society, 3, 280-283, 1986
- Geresdi István: *Felhőfizika*. Dialóg Campus Kiadó, Budapest-Pécs, 2004, pp 91.
- Geresdi István és Horváth Ákos *Nowcasting of the precipitation type Part I: Winter Precipitation*. Időjárás folyóirat, 104: pp. 241-252., 2000
- Geresdi I, Sarkadi N, Thompson G *Effect of the accretion by water drops on the melting of snowflakes*. Atmospheric Research, 149: pp. 96-110., 2014
- Horváth Ákos, Nagy Attila: *A 2016. január 6-7-i szélsőséges időjárás meteorológiai elemzése, különös tekintettel a DÉMÁSZ hálózatában okozott károkra*. Országos Meteorológiai Szolgálat
- Horváth Ákos, Nagy Attila: *A 2014. december 1-i ónos eső meteorológiai elemzése, különös tekintettel az országos elektromos alaphálózatban okozott károkra*. Országos Meteorológiai Szolgálat

- Katsuhiko Kikuchi, Takao Kameda, Keiji Higuchi, Akira Yamashita *A global classification of snow crystals, ice crystals, and solid precipitation based on observations from middle latitudes to polar regions*. Atmospheric Research, 132-133, 460-472 2013
- C. A. Knight *Observations of the morphology of melting snow*. Journal of the Atmospheric Sciences, 36, 1123-1130, 1979
- J. K. Lew, D. C. Montague, H. R. Pruppacher, and R. M. Rasmussen *A wind tunnel investigation on the riming of snowflakes. Part I: Porous disks and large stellars*. Journal of the Atmospheric Sciences, 43, 2392–2409, 1986
- T. Matsuo és Y. Sasyo: *Non-Melting Phenomena of Snowflakes Observed in Subsaturated Air below Freezing Level*. Journal of the Meteorological Society of Japan, 59, 26-32, 1981
- S. L. Mitra, O. Vohl, M. Ahr, és H. R. Pruppacher: *A wind tunnel and theoretical study of the melting behavior of atmospheric ice particles*. The Journal of Atmospheric Sciences, 47, 584-590, 1990
- Ukitirô Nakaya, Yatarô Sekido *General Classification of Snow Crystals and their Frequency of Occurrence* Journal of the Faculty of Science, Hokkaido Imperial University. Ser. 2, Physics, 1, 9, 243-264 1936
- Oraltay, R.G., and J. Hallett *Evaporation and melting of ice crystals: A laboratory study*. Atmospheric Research, 24, 169-189, 1989
- H. R. Pruppacher és J. D. Klett *Microphysics of Clouds and Precipitation*. Kluwer Academic Publishers, 1997
- Jerry M. Straka *Cloud and Precipitation Microphysics Principles and Parameterizations*. Cambridge University Press, 2009
- W. Szyrmer és I. Zawadzki *Modelling of melting layer. Part I.: dynamics and microphysics*. The Journal of Atmospheric Sciences, 67, 14972-1508, 1999

Internetes hivatkozások

[1 - Amerikai Meteorológiai Szolgálat] http://www.weather.gov/rnk/Measure_Icing

[2 - Földművelésügyi Minisztérium] <http://www.kormany.hu/hu/foldmuvelesugyi-miniszterium/agrargazdasagert-felelos-allamtitkarsag/hirek/orszagossa-bovul-a-talajgeneratoros-jegeso-elharitasi-rendszer>