

**EÖTVÖS LORÁND TUDOMÁNYEGYETEM
TERMÉSZETTUDOMÁNYI KAR**

**Földtudományi alapszak
Meteorológia szakirány**

SZAKDOLGOZAT



Töréspontok klimatológiai idősorokban

KÉSZÍTETTE:

Topál Dániel

Témavezető:

Hatvani István Gábor, Ph.D.

MTA CsFK Földtani és Geokémiai Intézet

Tanszéki konzulens:

Pieczka Ildikó, Ph.D.

ELTE TTK Meteorológiai Tanszék

Budapest, 2017

Dolgozatom ajánlom néhai Prof. Matyasovszky István emlékére.

Ábrák jegyzéke

1. ábra: Fehér zaj idősor A), és a hisztogramja, mely normális eloszlást mutat B).....	10
2. ábra: AR(1) idősor A), normális eloszlást jelző hisztogramja B), az autokorrelációs függvénye C), és a parciális autokorrelációs függvénye D)	10
3. ábra: Shift A), trend B), és variancia C), módosított fehér zaj idősorok és a shift D), trend E), és variancia F) módosított vörös zaj idősorok. A szorzó (m) 0,25, 0,5, 1 és 1,5 értékekkel	11
4. ábra: Szőlő hajtáshossz idősor A) és a CE módszer által talált TP-ok eloszlása a folytonos idősorban (1788-1998) B). A narancssárga vonalak a két TP-ot jelzik, a jobb oldali inverz skálán pedig az eloszlási gyakoriság szerepel.....	26
5. ábra: Grönland térképe az általam választott NGT (B16-30) jégfuratokkal.....	31
6. ábra: A $9 \delta^{18}\text{O}$ (‰) idősor hisztogramja és parciális autokorreláció függvénye.....	32
7. ábra: A detektált TP horizontok a B16-B30 furatokban 1471-1988 AD. időskálán: 1795-1805 horizont (kék szaggatott vonal); 1621-33 (sárga szaggatott vonal); vulkáni horizontok (piros karikák)	35

Táblázatok jegyzéke

1. táblázat: Az alkalmazott módosítások: a módosított érték (y) és az eredeti érték (x) mind fehér és vörös zaj esetekben, ahol m a módosítás fokát jelzi.....	11
2. táblázat: A kink point módszer által lokalizált töréspontok (adatpont száma az idősorban) a fehér és vörös zaj karakterisztikájú idősorokban; m a módosítás mértékére utal. Az idősor a 151. adatponttól kezdve került módosításra.....	15
3. táblázat: A CE módszer által jelzett TP-ok (az adatpont száma az idősorban) és a gyakoriságuk (%), amely arra utal, hogy a megtalált TP-ok hányszor fordultak elő a 100 futtatás során. Az elfogadási tartományon kívül eső eredményeket *-al jelöltem; m a módosítás mértékére utal. Az idősor a 151. adatponttól kezdve került módosításra.....	17
4. táblázat: A CPM módszer (Student, Bartlett, GLR tesztek) által jelzett TP-ok (adatpont száma) az AR(0) fehér zaj jellegű idősorban. Az elfogadási tartományon kívül eső eredményeket (± 10 adatpont a 150.-hez képest) *-al jelöltem. Az aláhúzott TP-ok a módosítatlan idősorban lettek megtalálva. Az idősort a 150. adatponttól kezdve módosítottam; m a módosítás fokára utal.....	20
5. táblázat: A CPM módszer (Student, Bartlett, GLR tesztek) által jelzett TP-ok (adatpont száma) az AR(1) vörös zaj jellegű idősorban. Az elfogadási tartományon kívül eső eredményeket (± 10 adatpont a 150.-hez képest) *-al jelöltem. Csak azok a TP-ok vannak feltüntetve, melyek a módosított idősorban lettek detektálva. Ebben az egyedüli esetben a vonal (-) azt jelenti, hogy az eredeti idősorokban talált töréspontokon kívül nem talált az adott teszt TP-ot. Az idősort a 150. adatponttól kezdve módosítottam; m a módosítás fokára utal.....	22
6. táblázat: A három TP detektáló módszer módosított idősorokon végzett teszteredményeinek összefoglaló táblázata	23
7. táblázat: A CPM és a CE módszerek által talált töréspontok, és az annak tulajdonítható évek a szőlő hajtáshossz idősorban. A több módszer alkalmazása során kimutatott töréspontokat színnel kiemeltem.....	26

Rövidítések jegyzéke

AR	Autoregresszív
ARIMA	Autoregressive Integrated Moving Average (Autoregresszív Integrált mozgó-átlag)
CE	Cross Entropy (kereszt entrópia)
CPM	Change Point Model (Töréspont modell)
CV	Coefficient of variation (relatív szórás)
GLR	Generalized Likelihood Ratio (Általánosított Likelihood Arány)
m	Módosítás mértéke
TP	Töréspont

Tartalom

Ábrák jegyzéke	2
Táblázatok jegyzéke.....	2
Rövidítések jegyzéke	3
Kivonat.....	7
1. Bevezetés.....	8
1.1. Célkitűzés	10
2. Anyag, módszertan és összehasonlító eredmények	11
2.1. Mesterséges idősorok	11
2.1.1. Nulladrendű autoregresszív idősor „fehér zaj”	11
2.1.2. Elsőrendű autoregresszív idősor „vörös zaj”	12
2.2. Létrehozott idősorok módosítása.....	13
2.3. A töréspont detektáló módszerek	14
2.3.1. Kink point módszer.....	14
2.3.2. Többszörös töréspont detektálás kereszt-entrópiás (CE) módszerrel	14
2.3.3. Szekvenciális töréspont detektálás a CPM módszerrel	15
2.3.4. Alkalmazott szoftverek	16
2.4. Teszt eredmények	16
2.4.1. Kink point módszer.....	16
2.4.1.1. AR(0) idősor: „fehér zaj”	17
2.4.1.2. AR(1) idősor: „vörös zaj”	18
2.4.2. CE módszer.....	18
2.4.2.1. AR(0) idősor: „fehér zaj”	19
2.4.2.2. AR(1) idősor: „vörös zaj”	19
2.4.3. CPM módszer	20
2.4.3.1. AR(0) idősor: „fehér zaj”	21
2.4.3.2. AR(1) idősor: „vörös zaj”	23
2.4.4. A teszteredmények összehasonlítása	24
3. A bemutatott TP detektáló programok alkalmazása valós klimatológiai idősorokon.....	26
3.1. Alkalmazás hőmérsékleti proxy szőlő hajtáshossz idősorra	26
3.1.1. Irodalmi áttekintés	26
3.1.2. Általán végzett vizsgálatok eredményei	27
3.1.3. Diskusszió	29
3.2. Töréspontok észak-grönlandi jégfuratokból származó évesített $\delta^{18}\text{O}$ idősorokban ...	30
3.2.1. Bevezetés	30
3.2.2. Anyag és módszer	31
3.2.3. Eredmények és diskusszió	33
3.2.4. Összefoglalás	36
4. Összefoglalás és kitekintés.....	37
Felhasznált irodalom.....	39

Függelék – a témavezetőtől kapott feladat

A kutatás célkitűzése (i) a különböző tudományterületekről származó idősorokban fellelhető hirtelen változások indikátorainak, ún. töréspontoknak a feltárása, és (ii) az elemzésükre használt módszerek összehasonlítása/fejlesztése volt annak érdekében, hogy (iii) az alkalmazott módszereket konkrét klimatológiai gyakorlatba ültessem át.

Témavezetőmtől elsőként a téma szakirodalmának áttanulmányozását kaptam feladatul, mely természetesen folyamatosan zajlott a kutatás több, mint két éves időtartama során. Megfogalmaztam a kutatási terv alapjait és három, nemrégiben (5 évnél nem régebben) publikált módszer összehasonlításán kezdtem el dolgozni. Témavezetőmmel folyamatosan konzultálva R-ben mesterségesen létrehoztam a módszerek tesztelésének alapjait biztosító nullad- és elsőrendű autoregresszív idősorokat. A szakirodalom alapján három alap töréspont típust különítettem el; átlag-, trend- és szórásváltozás típusokat. A létrehozott idősoraimba tehát e három töréspont típusnak megfelelő mesterséges módosításokat helyeztem, ezáltal a módszerek tesztelésének megfelelő alapot biztosítva.

Miután kiválasztottuk a kutatásunkhoz minden tekintetben megfelelő töréspont detektáló módszereket, elmélyültem azok módszertanában, illetve az R és Fortran programnyelveken íródott forráskódok működésének megértésében. Ezután a különböző programok teszt-idősorokon való futtatásukhoz szükséges forráskódok megírása következett.

A részfeladatok közül a legtöbb időt, majd 4 hónapot, a módszerek széleskörű tesztelése töltötte ki. 2015. május és augusztus között több tízezer iterációt végeztem a módszertesztelés során. Ennek részleteiről a dolgozat második fejezetében olvashatnak.

Kutatásom célja azonban nem pusztán három töréspont detektáló módszer összehasonlítása és kiértékelése volt (ii), hanem a tesztelések során kapott eredmények klimatológiai gyakorlatba való átültetése (iii). A módszerek tesztelése során ugyanis meggyőződtem arról, hogy egy adott módszer az aktuális idősorban bekövetkező milyen típusú és mértékű változás detektálására érzékeny, illetve arról is, hogy azt mekkora biztonsággal jelzi pontosan. Az idősorokban bekövetkező változások korántsem triviális jellege miatt a kutatás ezen fázisa kulcsfontosságú volt annak érdekében, hogy a dolgozat harmadik fejezetében bemutatott esettanulmányok során hiteles, és helyes

következtetéseket tudjak levonni az idősorokban bekövetkező változások folyamatáról és okairól.

A módszerek tesztelése után, a teszteredmények birtokában foghattam hozzá két klimatológiai esettanulmány elvégzéséhez, melyekkel a töréspont analízis igencsak fontos alkalmazhatóságát kívánom hangsúlyozni. Az egyik esettanulmány során történelmi jelentőségű hőmérséklet rekonstrukció ún. proxy idősorát vizsgáltam meg az abban előforduló töréspontok szempontjából. Különösen érdekes esettanulmány, hiszen kőszegi szőlő hajtáshossz, mint hőmérsékleti proxy idősorról van szó. Feladatomban a programok lefuttatása és a kapott eredmények kiértékelése, majd a következtetések levonása volt. Kutatásom eredményeit felhasználva közelebb kerültünk egy 200 éves időszakra vonatkozó tavaszi hőmérséklet rekonstrukció pontosításához.

A második esettanulmányban észak-grönlandi jégfuratokból származó jég/firn $\delta^{18}\text{O}$ idősorok töréspont analízisét végeztem el. Az általam bizonyos szempontok alapján kiválasztott 9 idősorban, melyek Grönland különböző területéről származtak, közös töréspont horizontokat kerestem, melyek alapján késő Holocén kori klimatikus eseményekre következtettem.

Jelen kutatás a Magyar Tudományos Akadémia Csillagászati és Földtudományi Kutatóközpontjának Földtani és Geokémiai Intézetének „2ka Paleoklima” Lendület kutatócsoportjában, illetve az Eötvös Loránd Tudományegyetem Meteorológiai Tanszékén valósult meg.

Kivonat

A környezeti jelenségeket leíró idősorok természetükből adódóan tartalmazhatnak különböző eredetű és fokú töréspontokat (TP), melyeket sokszor csak felületesen, vagy egyáltalán nem vesznek figyelembe. Az egyes idősorokban a töréspontok jelentkezhetnek „lépcsőszerűen” (ún. „shift”), vagy trend jellegű változások formájában, illetve megnyilvánulhatnak az adatok varianciájában is, sőt akár e három kombinációjaként. Vizsgálatukhoz a töréspont által kettéosztott idősor két oldalán elhelyezkedő adatszoportok statisztikáinak összehasonlításával közelíthetünk.

A dolgozatban nullad- és elsőrendű autoregresszív idősorokat generáltam előre meghatározott mértékű és jellegű töréspontokkal, majd ezeken hasonlítottam össze három korszerű, szabadon hozzáférhető töréspont analízáló módszert, melyeket rendre más típusú töréspontok detektálására fejlesztettek ki. A módszerek érzékenységének összehasonlítása megerősítette, hogy azok töréspont-detektálási hatékonysága nagyban függ a töréspontok fokától, típusától, illetve a számítás-módszertani háttértől.

Ezen tapasztalatok birtokában egy valós „hőmérsékleti proxy” idősor (kőszegi szőlő hajtáshossz) töréspontjainak analízisét is elvégeztem. Az elemzés során, az eddigi, irodalomban dokumentált töréspontoktól eltérő eredményeket kaptam, ami lehetőséget biztosít a korábbi hőmérséklet rekonstrukciók pontosítására. Egy másik klimatológiai alkalmazást mutatva grönlandi jégfuratokból származó jég/firn $\delta^{18}\text{O}$ idősorok töréspont vizsgálatát végeztem el, mely során a módszerek által talált töréspontokat sikerrel kapcsoltam szakirodalomból ismert klimatológiai eseményekhez.

Összességében a dolgozat (i) áttekintést nyújt három korszerű töréspont detektáló módszer hatékonyságáról és korlátairól, valamint (ii) azok klimatológiai alkalmazásával a megszerzett tapasztalatok hasznosíthatóságát mutatja be, ezzel (iii) megválaszolva az azokhoz kapcsolódó környezeti/szakmai kérdéseket.

1. Bevezetés

A természeti jelenségeket leíró idősorok nem ritkán rögzítenek olyan folyamatokat, melyeket leíró alapstatisztikák az idő előrehaladtával megváltoznak. Ezen változások háttere és mikéntje az idősoros adatelemzés alapvető problémái közé tartozik (*Hamilton, 1994*). Az említett struktúraváltások felderíthetők az idősorok töréspont analízisével, mely eljárás az idősorok sokféleségéből adódóan matematikailag nem egyértelmű. Az idősorokban előforduló törések figyelmen kívül hagyása könnyen vezethet a konvencionális idősor analízis eredményeinek félreértelmezéséhez (*Tsay, 1988*).

Az idősor analízissel foglalkozó szakirodalom bővelkedik olyan tanulmányokban, melyek célja azok egy-egy komponensének (pl. trend (*Hamed és Rao, 1998; Meehl et al., 2000*)) vizsgálata. A komponensekben található irregularitások (töréspontok) tanulmányozása is kiemelkedő jelentőségű, hiszen egy-egy idősor által leírt jelenség változásait nem lehet egyetlen lineáris trendvonallal jellemezni, a potenciálisan előforduló diszkontinuitások miatt (*Karl et al., 2000; Tomé és Miranda, 2004*). Manapság robbanásszerűen megnövekedett a töréspontok kimutatásával, illetve a kialakulásukhoz vezető folyamatok vizsgálatával foglalkozó kutatások száma (*Davis et al., 2006; McCarthy et al., 2007; He et al., 2008; Wang et al., 2009; Matyasovszky, 2011; Matyasovszky és Ljungqvist, 2012; Priyadarshana és Sofronov, 2015; Topál et al., 2016*).

Töréspontok bármely tudományterületről származó idősorban előfordulhatnak. Ezek határpontoknak tekinthetők az idősor két szomszédos része között, melyeket egymástól egy lépcsőszerű, kvázi állandónak tekinthető különbségi tényező (shift), vagy az adatok trendjében, illetve szórásában bekövetkező szignifikáns változás választhat el. Természetesen ezek tetszőleges kombinációja is előfordulhat, nem korlátozva ezzel a töréspont jellegét egyetlen típusra. Dolgozatomban három fajta töréspontot (TP) különböztetek meg: shift-, trendváltozás és szórásváltozás típusokat (*Topál et al., 2016*).

A töréspontok az idősort kettő vagy – többszörös törések során – több szegmensre osztják (*Priyadarshana és Sofronov, 2015*). Attól függően pedig, hogy a törések milyen időbeni eltolódással/lecsengéssel lépnek fel megkülönböztethetünk folytonos, vagy hirtelen töréspontokat. A folytonossal ellentétben hirtelennek tekinthető egy TP, mikor a rendszer egy olyan küszöbindexet lép át, ahonnan az idősor jellege alapvetően megváltozik relatíve kis idő leforgása alatt. E két típus közötti megkülönböztetés nem annyira kézenfekvő, mint az első olvasatra tűnhet, azonban közelíthető az idősorban levő

adott töréspont két oldalán elhelyezkedő adatok statisztikáinak (átlag, szórás, trendfüggvény stb.) összehasonlító vizsgálatával (*Matyasovszky és Ljungqvist, 2012*).

A TP analízis megfelelő eszköz lehet például a meteorológiai adatok homogenizálása során (*Lindau és Venema, 2013*). Számos módszer áll a kutatók rendelkezésére, melyek nagy része specifikusan adott töréspont-típusra lett kifejlesztve a legkülönbözőbb tudományterületeken. Ezek alkalmazási területei a gazdaságtudomány (*Jinwen és Jie, 2005; Ross, 2012*) vagy az orvostudományok, ahol konkrét példaként említhető a DNS szekvenciában bekövetkező változások vizsgálata, mely a rákkutatás számára nyújt jelentős segítséget (*Bakhshi et al., 1985; Jong et al., 2003*).

Az előző példák után, szakterületemhez közelebb kerülve meg kell jegyeznem, hogy a töréspontok felfedése jelentős fontossággal bír a környezeti/földtudományokban is, különösen a geofizikai, illetve éghajlati idősorok elemzése során. Az előbbi esetben a földrengéseket megelőző tranzienst elektromos jelek megkülönböztetése (szeizmikus aktivitás (*Varotsos és Lazaridou, 1991*)) a hasonló, közeli zajforrások által kibocsátott jelektől meghatározó jelentőségű (*Varotsos et al., 2008; Varotsos et al., 2009*). Mindemellett a geodéziában is érdekes a töréspontok vizsgálata, pl. a Globális Helymeghatározó Rendszerek (GPS) eltolódásainak meghatározására (*Williams, 2003; Gazeaux et al., 2013*).

A téma földtudományokban alkalmazott másik fontos célterülete a klimatológiai idősorok kiértékelése. Számatalan tanulmányt publikáltak, melyek a különböző időskálájú éghajlatváltozásokat az idősorokban található töréspontok szempontjából közelítik – függetlenül az idősorok mérési (*Shirvani, 2015*), vagy proxy jellegétől (*He et al., 2008; Matyasovszky, 2011; Matyasovszky és Ljungqvist, 2012; Haidu, 2014*).

Továbbá a műszeres meteorológiai adatrögzítés kezdete óta (*Manley, 1974*) problémát jelent annak eldöntése, hogy egy idősorban bekövetkező számszerű változás háttérben adattorzulás (akár inhomogenitás), vagy egy konkrét természeti ok áll (*Lindau és Venema, 2015*). Az előbbi eset a mérési módszer megváltozásához köthető elsősorban, hiszen az nyilvánvalóan befolyásolja a mérés eredményeit. Ahhoz, hogy az adatok összehasonlíthatóak legyenek és így hosszú távú következtetéseket vonhassunk le belőlük, elengedhetetlen, hogy ugyanolyan mérési elven és műszerekkel legyenek mérve. Mivel ez nem minden esetben valósítható meg, homogenizációs eljárásokat alkalmaznak a műszeráthelyezésből adódó torzulások, vagy a mérési módszerek megváltozásának következményeinek kiküszöbölésére. Nagy felelőtlenség lenne éghajlatváltozás félelmét kelteni mérési inhomogenitások miatt, melyek felfedésére szintén alkalmas a töréspont

analízis (Costa és Soares, 2009; Omumbo et al., 2011; Kuglitsch et al., 2012; Lindau és Venema, 2015). Az utóbbi esetben pedig valós jelenségek állnak a töréspontok mögött, pontosan ilyenekre mutatok példát a dolgozatban található esettanulmányok során (3. fejezet).

1.1. Célkitűzés

A töréspont detektáló módszerek számos tudományterületen elterjedtek, éppen ezért érdekes kérdésnek tartottam, hogy több különböző módszertan összehasonlítása milyen eredményekkel segíthet konkrét környezeti problémák megoldásának pontosabbá tételéhez.

Van példa olyan kutatásra, mely során konkrét módszerek összehasonlítása zajlott, pl. a Student t-teszt és a Mann-Whitney u-teszt összehasonlítása (Zimmerman, 1987), azonban kevesebb tanulmány foglalkozik a módszerek több, különböző szempontból való összehasonlításával (Wang és Zivot, 2000; Topál et al., 2015a;b; Topál et al., 2016; Topál et al., 2017). Ennek a hiányosságnak a felismerése motivált, hogy az alábbiakban bemutatott kutatást elvégezzem és (i) megkísérleljem a töréspont detektáló módszerek összehasonlítását egy új szemszögből, majd (ii) a szerzett tapasztalatokat valós idősorok vizsgálatánál kamatoztassam.

A dolgozatban különböző töréspont detektáló módszereket hasonlítottam össze mesterségesen generált, különböző fokú és eredetű töréspontokkal ellátott idősorokon. Egy trendanalízisen alapuló módszer (kink point analízis: Matyasovszky, 2011), egy módosított kereszt-entrópiás (CE: Priyadarshana és Sofronov, 2012a) módszer és egy töréspont detektáló csomag („CPM”: Hawkins et al., 2003; Ross et al. 2015) hatékonyságát hasonlítottam össze mesterséges, majd a tesztek eredményeit hasznosítva, valós környezettudományi idősorokon.

Feltételezhető volt, hogy a különböző számítási háttérű módszerek különbözőképpen reagálnak az eltérő fokú és eredetű töréspontokra, így a dolgozat reményeim szerint optimális kiindulópont lehet ahhoz, hogy egy adott problémára a legmegfelelőbb töréspont detektáló módszert választhassuk ki, vagy azokban az esetekben, amikor a töréspont jellegéről szeretnénk információt szerezni.

2. Anyag, módszertan és összehasonlító eredmények

Az alábbi fejezetben a következő vizsgálati lépéseket mutatom be: (i) a mesterséges idősorok létrehozása (2.1. fejezet), (ii) a töréspontok beillesztése a mesterséges idősorok meghatározott szakaszába (2.2. fejezet), (iii) az alkalmazott TP detektáló programok bemutatása (2.3. fejezet) és (iv) a különböző töréspont detektáló technikák érzékenységének tesztelése az eltérő típusú töréspontokra (2.4. fejezet).

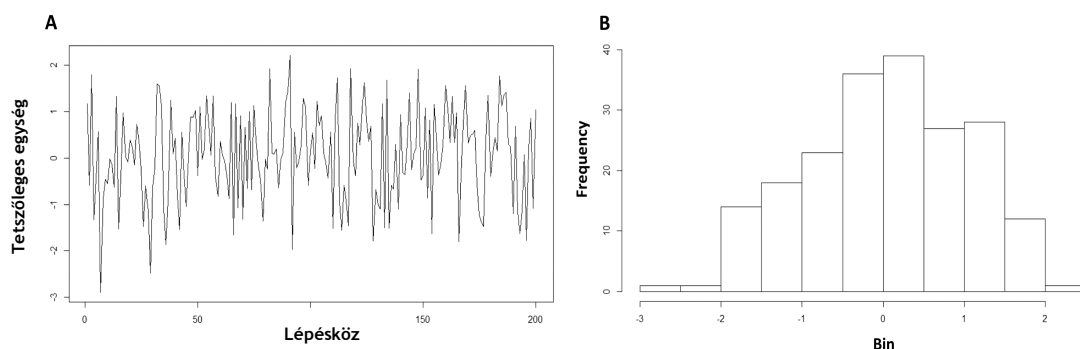
2.1. Mesterséges idősorok

A kutatás első lépéseként 200 adatpontból álló nullad- és elsőrendű autoregresszív (AR) idősorokat („fehér” AR(0) és „vörös” AR(1)) hoztam létre valódi klimatikus jelenségeket modellezvén. Ugyanis, a szakirodalom alapján a csapadékot fehér, míg a hőmérsékletet vörös zajként közelíthetjük, így e zajtípusok a valós környezeti elemek modellezése során gyakran előfordulnak a klimatológiában (*Pelletier és Turcotte, 1997; Vasseur és Yodzis, 2004; Franke et al., 2013*). A tesztelésre használt mesterséges idősorokat R-ben (*R Core Team, 2008*) hoztam létre a `stats` csomaggal, autoregresszív integrált mozgó-átlag modellt (ARIMA) használva, ahol a mag (`seed`) értéke minden idősor esetében 20 volt. Habár a kutatás jelenlegi fázisában „csak” az általános AR idősorokon vizsgáldtam, az ARIMA modell használatával megteremttem a lehetőséget, hogy a kutatás későbbre tervezett fázisaiban a periodikusságot is figyelembe vehessem, mint egy további tényezőt.

Annak ellenére, hogy a valós csapadék és hőmérsékleti folyamatok nem tisztán fehér és vörös zaj jellegűek – számos tényezőtől függően (*Vasseur és Yodzis, 2004*) – jelen dolgozatban, a felvetett kérdések megválaszolásához közelítésként mégis ezeket használtam. Az ilyen AR folyamatoknak további jelentősége van a tudományok számos területén, pl. a hidrogeológiában, ahol ezeket a faktoranalízis háttérváltozóinak (faktorok) keresésére használják (*Márkus et al., 1999; Kovács et al., 2015*), illetve a meteorológiában is (*Matyasovszky, 1986*).

2.1.1. Nulladrendű autoregresszív idősor „fehér zaj”

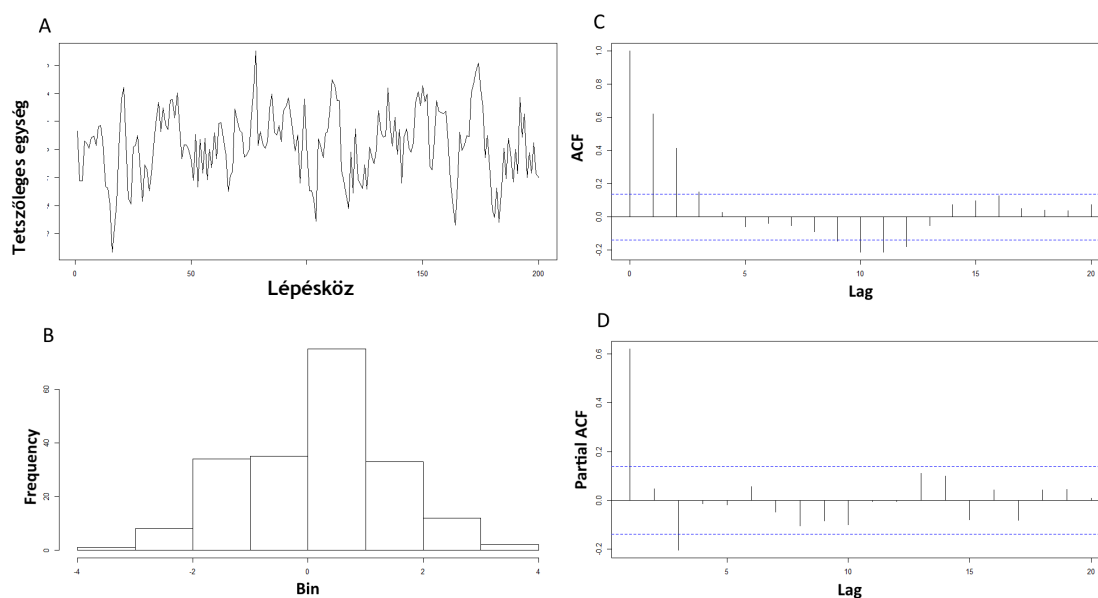
A nulladrendű autoregresszív idősor AR(0) „fehér zaj” létrehozásához az ARIMA (p,d,q) modell mindhárom rendjét zérusnak választottam (ARIMA(0,0,0), **1a. ábra**; részletekért ld. (*Box et al., 1994*)). Az idősor eloszlása normálisnak volt tekinthető ($\mu=0,047$; $\sigma=0,994$), ahogyan az az 1b. ábrán is látható.



1. ábra: Fehér zaj idősor A), és a histogramja, mely normális eloszlást mutat B)

2.1.2. Elsőrendű autoregresszív idősor „vörös zaj”

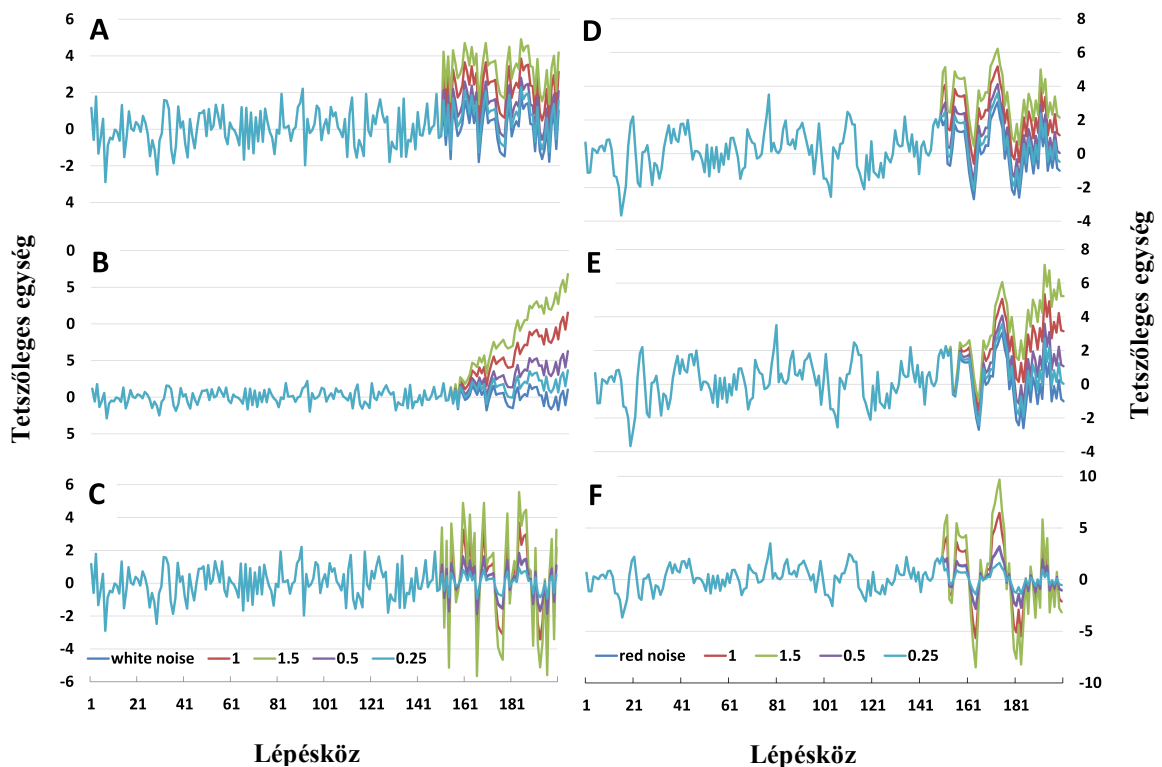
Elsőrendű autoregresszív AR(1) „vörös zaj” idősort is létrehoztam (2a. ábra), melynek eloszlása szintén normálisnak volt mondható: $\mu=0,151$, $\sigma=1,257$ (2b. ábra). A parciális autokorrelációs függvény (Akaike, 1974) kiszámításával meggyőződtem róla, hogy az idősor valóban elsőrendű autoregresszív folyamat (ARIMA(1,0,0), 2d. ábra), mely modell illesztésével pedig megállapítottam a létrehozott idősor paramétereit: $AR(1)=0,62$; $tengelymetszet=0,15$; $\sigma^2=0,97$; $\log\text{-likelihood}=280,55$; $AIC=567,11$.



2. ábra: AR(1) idősor A), normális eloszlást jelző histogramja B), az autokorrelációs függvénye C), és a parciális autokorrelációs függvénye D)

2.2. Létrehozott idősorok módosítása

Az idősorok utolsó 25%-át (a 151. adatponttól kezdve és azt is belevéve) a következő három transzformáció használatával módosítottam: (i) trend hozzáadása, (ii) egy konstans érték hozzáadása (shift) és (iii) a variancia módosítása (**3. ábra**). Annak érdekében, hogy a módosítások foka követhető és reprodukálható lehessen, a módosítások fokát a relatív szóráshoz (CV) rögzítettem. Így a CV többszörösei lettek a szorzók (m), melyek számszerűen meghatározzák az idősorok módosításának mértékét (**1. táblázat**).



3. ábra: Shift A), trend B), és variancia C), módosított fehér zaj idősorok és a shift D), trend E), és variancia F) módosított vörös zaj idősorok. A szorzó (m) 0,25, 0,5, 1 és 1,5 értékekkel

1. táblázat: Az alkalmazott módosítások: a módosított érték (y) és az eredeti érték (x) mind fehér és vörös zaj esetekben, ahol m a módosítás fokát jelzi, CV a relatív szórás

m	Trend, ahol $i=1, \dots, 50$	Shift	Variancia
1,5	$y=x+i*1,5*CV/100$	$y=x+CV/10*1,5$	$y=x*CV/10*1,5$
1	$y=x+i*CV/100$	$y=x+CV/10$	$y=x*CV/10$
0,5	$y=x+i*0,5*CV/100$	$y=x+CV/10*0,5$	$y=x*CV/10*0,5$
0,25	$y=x+i*0,25*CV/100$	$y=x+CV/10*0,25$	$y=x*CV/10*0,25$

2.3.A töréspont detektáló módszerek

Alapfeltételezésem szerint a különböző töréspont detektáló módszerek érzékenyebbek azokra a töréspont típusokra, mely típusú változások felderítésére tervezve lettek. A módszerek kiválasztásánál az alábbi három tényező játszott kulcsszerepet: (i) a három módszer lefedi a különböző módszertanok lényegi elemeit, (ii) mindhárom az utóbbi öt évben lett publikálva és (iii) szabadon elérhetőek.

Ezért három olyan módszert választottam, melyek különböző szempontból közelítik meg a töréspont keresés problémakörét. Az első módszer az idősorra illesztett trendfüggvény első deriváltjában bekövetkező változás lekövetésén (2.3.1. fejezet), a második egy módosított kereszt-entrópiás módszeren alapszik (CE, 2.3.2. fejezet), a harmadik pedig az idősor két szakasza között keresi a paraméterek eloszlásának egy vagy több hirtelen megváltozását (CPM, 2.3.3. rész).

2.3.1. Kink point módszer

A módszer „hirtelen” változások felderítésére lett kifejlesztve éghajlati idősorok elemzésére, melynek alapötlete a trend és a zaj különválasztása az idősorban. A trend a várható érték időbeni változását írja le, amely hirtelen törést szenved, amikor a trendfüggvény első deriváltjában diszkontinuitás lép fel. Ezért a módszer töréspontot („kink point”) jelez, amikor az első derivált függvény ugrást szenved. A keresztellenőrzés (cross-validation) segítségével dönthetünk a töréspontok helyéről és számáról (megkülönböztetve a folytonos trendfüggvényt attól, amelyben töréspont(ok) szerepel(nek)). A módszer alkalmas a trendfüggvényben bekövetkező változások detektálására (ld. *Matyasovszky, 2011; Matyasovszky és Ljungqvist, 2012*).

2.3.2. Többszörös töréspont detektálás kereszt-entrópiás (CE) módszerrel

A többszörös töréspont detektáló modell (Multiple Breakpoint Detection) – R-be épített „breakpoint” elnevezésű csomag (*Priyadarshana és Sofronov, 2012a; Priyadarshana és Sofronov, 2012b*) – alapjául egy módosított kereszt-entrópiás megközelítés szolgál (*Evans et al., 2011*), ami egy iteratív optimalizálási eljárás. A módszer egyelőre csak az adatok átlagában bekövetkező változások érzékelésére alkalmas, a variancia típusú töréseket nem ismeri még fel (*Priyadarshana és Sofronov, 2015*). Minden egyes iteráció során egy meghatározott elit mintát (ρ által definiálva) használ, a mintaeloszlás paramétereinek frissítésére. Az iteráció mindaddig folytatódik, amíg eléri a stop kritérium (ϵ) küszöbindexét (a részletekért ld. *Priyadarshana és*

Sofronov, 2015). A töréspontok helyei és száma módosított Bayesian Információs Kritérium (*Zhang és Siegmund, 2007*) segítségével kerül megállapításra. A dolgozatban a módszerteszek során a `CE.Normal` programfunkciót használtam `distyp=2` normál eloszlással, alkalmazkodva a létrehozott idősoraim eloszlásához. A próbafuttatások után a töréspontok számát 5 db-ban maximalizáltam ($N_{\max}=5$), a mintanagyság (M) alapbeállításként (200) a megfigyelések teljes számával lett egyenlő, illetve az elit minta nagysága 50, azaz $\rho=0,25$. Az összes egyéb paramétert az alapbeállításon hagytam. Megjegyzem, hogy megfigyelésem szerint a módszer nem tudja végrehajtani a számítási folyamatot, ha $N_{\max}>13,3\%$ -a az összes adatpontnak.

2.3.3. Szekvenciális töréspont detektálás a CPM módszerrel

A CPM csomag fejlesztését Hawkins et al. (2003) kezdték meg, majd Hawkins és Zamba (2005) fejlesztette a módszert olyan szintre, hogy az a normál eloszlású idősorok változóinak átlag és/vagy varianciában bekövetkező változásait is képes legyen felismerni, és hatékonyan jelezni. Számos CPM lett már kifejlesztve különböző eloszlású változók töréspontjainak felismerésére; paraméteres tesztekkel, shift vagy variancia típusú törésekre (*Hawkins és Zamba, 2005*), vagy nemparaméteres tesztekkel (*Ross et al., 2011*) egyéb töréspontok detektálására.

A számítások lényege, hogy pl. ha (X_1, \dots, X_n) független valószínűségi változók véges sora, ahol x_t , X_t -nek egy $t = i$ időpillanatbeli realizációja, akkor az adatok eloszlása eltérő a TP ($T = k$) előtt $\{X_1, \dots, X_k\}$ és után $\{X_{k+1}, \dots, X_n\}$. Ezt az eltérést lehet végül kimutatni egy kétmintás hipotézisvizsgálat során (*Shirvani, 2015*). Dolgozatombam az alábbi CPM-be beépített paraméteres tesztekkel használtam: Student-t tesztet az átlag típusú TP felismerésére (*Hawkins et al., 2003*); Bartlett-et a variancia típusú töréspontra (*Ross, 2015*) és az Általánosított Likelihood Arányt (GLR), melyet mindkét előbb említett TP detektálására fejlesztettek ki. (Ezen kívül a klimatológiai példák tárgyalásakor a Mann-Whitney nem-paraméteres CPM teszt is előkerült, ahol az idősorok eloszlása nem volt normális.) Ezek eredményeit hasonlítottam össze az eltérően módosított idősorokon. Az átlagos futási hosszt (ARL0) – (részletekért ld. (*Fu et al., 2002*)) – 200-ra állítottam, ami $\alpha=0,95$ -tel egyenértékű. A startup szekvenciát (S) 2, 8, 10 és 33 százalékra állítottam (ahol 10% egyezik meg az alapbeállítással, ami 20 adatpontot jelent itt), és a `processStream` függvényt használtam. S értéke meghatározott, ami az idősor adatainak egy bizonyos százalékára utal. Általánosságban, $S \leq 10\%$ esetén a módszer az egymástól független többszöri futtatások során is ugyanazokat a

töréspontokat találta, azonban sokkal hatékonyabban működött, amikor S értékét 33%-ra állítottam. A teszt eredmények között éppen ezért csak azon beállítások eredményei szerepelnek, ahol a módszer a leghatékonyabbnak bizonyult, pl. $S=33\%$ (további részletekért ld. *Hawkins és Zamba, 2005; Ross, 2015; Topál et al., 2016*).

2.3.4. Alkalmazott szoftverek

Az idősorok létrehozását, illetve a CE (*Priyadarshana és Sofronov, 2015*) és a CPM (*Ross, 2015*) módszereket illető számításokat – a `breakpoint` illetve a `cpm` csomagokat használva – R statisztikai programcsomag (*R Core Team, 2008*) segítségével végeztem. A kink point módszer pedig néhai prof. Matyasovszky István sajátkezűleg írt (*Matyasovszky, 2011*) Fortran (*Backus, 1978*) programja.

A módszerek tesztelésének ideje nagyjából fél év időtartamot ölelt fel. Egyrészt nagy számításigényű programokról van szó, másrészt pedig a tesztek óhatatlan velejárója volt, hogy adott esetben bizonyos mennyiségű futtatás eredményét látva kellett a programokon finomhangolást végezni, ezáltal, főleg a CE és CPM módszerek iterációinak száma a 10 000-hez közelít.

2.4. Teszt eredmények

Az eredmények megerősítették, hogy azokat a töréspontokat hatékonyabban találják meg az egyes programok, melyek felismerésére fejlesztőik eredetileg megalkották őket. Ez nem meglepő, azonban a következő bekezdésekben felhívom a figyelmet a módszerek korlátaira, illetve azok alkalmazhatóságának körére is az általam választott szempontok alapján.

A tesztek eredményeinek kiértékelésénél bevezettem egy ún. „elfogadási tartományt”. Ez a teljes idősor hossz $\pm 5\%$ -át jelenti, így azokat a beazonosított töréspontokat, melyek az általam beiktatott töréspontoktól ± 10 adatpontnál nagyobb távolságra kerültek megállapításra, nem tekintetem pontos eredményeknek. Tehát a „pontos” szót a következőkben az elfogadási tartományon belül megtalált töréspontok esetében használom, és erre értem.

2.4.1. Kink point módszer

Annak ellenére, hogy ez a módszer a trend típusú töréspontok detektálására lett kifejlesztve, a tesztek eredményei alapján megállapítható, hogy hatékonyan kimutatja a shift és variancia típusú változásokat is. A trend típusú változásokat általában felül-, míg a variancia típusúakat alulbecsli a módszer. A shift típusú mesterséges töréspontoknál

minden esetben dupla töréspontot jelzett a program, az egyetlen eredetileg illesztett TP környékén. Fontos megjegyezni, hogy az eredeti, AR folyamat által létrehozott, TP mentes idősorban nem jelzett törést függetlenül az AR folyamatok rendjétől.

2.4.1.1.AR(0) idősor: „fehér zaj”

A kink point módszer a trendmódosított AR(0) idősorban a szorzók (m) növelésével párhuzamosan növekvő hatékonysággal, kissé felülbecsülve találta meg a beillesztett töréspontokat (**2. táblázat**).

2. táblázat: A kink point módszer által lokalizált töréspontok (adatpont száma az idősorban) a fehér és vörös zaj karakterisztikájú idősorokban; m a módosítás mértékére utal. Az idősor a 151. adatponttól kezdve került módosításra.

m	AR(0)			AR(1)		
	Trend	Shift	Variancia	Trend	Shift	Variancia
1,5	152	148; 154	145	154	145, 158	145
1	154	148; 160	140	154	145, 158	145
0,5	154	140; 160	-	-	-	-
0,25	155	-	-	-	-	-

A shiftmódosított idősor esetében (**2. táblázat**) a módszer két, elfogadási tartományon belüli töréspontot talált (ha $m \geq 0,5$) mindhárom szorzó esetében ($m = 0,5; 1; 1,5$). A két TP között „rés”¹ azt jelzi, hogy a módszer az egyetlen beillesztett módosítást (az értékek adott szorzó szerinti 151. adatponttól kezdődő átlagbeli shift-jét) két, egymástól elkülönülő lépcsőszerű változásnak ítélte meg. Ez nem meglepő, hiszen a módszer alapvetően a trendfüggvény első deriváltjában fellépő diszkontinuitásokra érzékeny (Matyasovszky, 2011). Nyilvánvaló azonban, hogy minél kisebb az intervallum a két TP között, a módszer annál hatékonyabbnak tekinthető.

A variancia-módosított idősorban csak akkor jelzett törést a program, ha a relatív szórás legalább 100% mértékben módosítottam ($m = 1$).

Megfigyeléseim szerint a módszer hatékonysága nagyban függ az alkalmazott módosítás mértékétől (m); magasabb szorzók esetén egyértelműen pontosabb eredmények születtek függetlenül a módosítások típusától (**2. táblázat**).

¹ Két töréspont közötti adatpontok száma.

2.4.1.2. AR(1) idősor: „vörös zaj”

Az AR(1) idősorba illesztett töréspontokat általánosságban kisebb hatékonysággal fedezte fel a kink point analízis, mint az AR(0) esetében. Az egyetlen eset, amikor számszerűen hatékonyabbnak bizonyult a módszer az AR(1) esetén, az a varianciamódosított idősor $m = 1$ esetében fordult elő (TP=145; **2. táblázat**).

Az átlagbeli módosításokat szintén kettős törésként érzékelt a program, az általam beillesztett TP két eltérő oldalára jelzett egy-egy töréspontot. Azonban az intervallumok rendre nagyobbak bizonyultak, mint az előbbi, fehér zaj esetben.

A legfontosabb különbség az AR(0) és AR(1) idősorban lokalizált töréspontok között, hogy míg a fehér zaj karakterisztikájú idősor esetében az alacsonyabb fokú módosítások is ($m = 0,25$) észlelhetőek voltak a trend módosított idősoron, addig a vörös zaj esetében ez nem teljesült. Szintén észrevehető, hogy a variancia típusú módosításokat csak $m = 1$ szorzótól kezdve érzékelt töréspontnak a kink point analízis mind fehér, mind pedig vörös zaj esetén.

A módszer hatékonyságának összefoglalásaként elmondható, hogy a tesztek során a legjobb eredményeket a trendmódosított idősorokon tapasztaltam, habár a shift- és varianciamódosításokat is pontosan megtalálta a program, amennyiben a relatív varianciát legalább 100%-ban módosítottam.

2.4.2. CE módszer

A CE módszer, várakozásaim ellenére, nem adta vissza pontosan ugyanazokat az eredményeket (azaz nem ugyanott állapította meg a töréspontokat), ha ugyanazon az idősoron egymás után többször ugyanazzal a beállításokkal lefuttattam a programot. Mindez valószínűleg az eljárás sztochasztikus jellegének köszönhető (*Priyadarshana és Sofronov, 2015*). Ennek kiküszöbölésére e módszer alkalmazásakor a futtatások számát (m_r) 100, illetve 200-ra állítottam, és vizsgáltam a töréspontok előfordulásának gyakoriságát. A három leggyakrabban előforduló TP között nem mutatkozott különbség az $m_r=100$ illetve $m_r=200$ között, így a továbbiakban az $m_r=100$ eredményeit részletezem. Miután megállapítottam az előforduló töréspontok gyakoriságát, a jobb követhetőség érdekében csak a leggyakrabban előforduló töréspontok, illetve azok előfordulási gyakoriságát (%) mutatom be (**3. táblázat**).

3. táblázat: A CE módszer által jelzett TP-ok (az adatpont száma az idősorban) és a gyakoriságuk (%), amely arra utal, hogy a megtalált TP-ok hányszor fordultak elő a 100 futtatás során. Az elfogadási tartományon kívül eső eredményeket *-al jelöltem; m a módosítás mértékére utal. Az idősor a 151. adatponttól kezdve került módosításra.

m	AR(0)			AR(1)		
	Trend	Shift	Variancia	Trend	Shift	Variancia
1,5	158 (10%)	150 (45%)	-	146 (39%)	147 (22%)	-
1	158 (16%)	150 (47%)	-	146 (47%)	146 (57%)	-
0,5	158 (32%)	150 (82%)	-	147 (100%)	147 (100%)	-
0,25	154 (41%)	144 (100%)	-	- (62%)	- (61%)	-

Itt jegyzem meg, hogy a módszer fejlesztői szerint sem képes a CE.Normal programfunkció variancia típusú töréspontok felfedésére (*Priyadarshana és Sofronov, 2012a*), melynek ismeretében nem meglepő, hogy nem találtam töréspontot a variancia típusú módosított idősoraimban a CE módszert alkalmazva (**3. táblázat**).

Összességében, az AR(0) idősor trend típusú módosításait a módszer túlbecsülte, míg az AR(1) idősorba illesztett trend- és shiftmódosításokat alulbecsülte. Fontos megjegyezni, hogy a kink point analízishez hasonlóan itt sem találtam az eredeti, módosítatlan AR idősorokban töréspontot.

2.4.2.1.AR(0) idősor: „fehér zaj”

A trend-módosított fehér zaj jellegű idősor esetében, a CE módszer segítségével talált töréspontok eloszlásának maximumát az általam beiktatott TP „után” (felülbecslés) tapasztaltam, azonban még az elfogadási tartományon belül (**3. táblázat**).

A shift típusú módosítások detektálását ennél a módszernél pontosabbnak tapasztaltam, mint a trend típusúakat. A legjobb eredményeket (a legpontosabb futtatás: TP=150, legnagyobb előfordulási gyakoriság 82%; **3. táblázat**) akkor kaptam, ha a létrehozott idősor átlagát 50%-al megemeltem a beillesztett TP által, amikor is a módosítást tökéletesen pontosan eltalálta. $m = 0,25$ esetben a beillesztett töréspontot alulbecsülte a módszer (**3. táblázat**).

2.4.2.2.AR(1) idősor: „vörös zaj”

Az AR(1) idősorban mind a trend, mind pedig a shift típusú módosításokat pontosan jelezte a módszer, és a megtalált töréspontok gyakorisága is magas volt, habár minden esetben alulbecslést tapasztaltam (**3. táblázat**). $m = 0,5$ esetben mind a shift- mind pedig a trendmódosított idősorban ugyanazt a töréspontot (TP=147) találtam, ami minden egyes futtatás során ugyanannak bizonyult (eloszlási gyakoriság: 100%), mindemellett m

= 0,25 esetén az esetek 62 illetve 61%-ában nem jelzett töréspontot a módszer (**3. táblázat**). A maradék esetben (38%, 39%) nagy mértékben „félrelőtt” a program és a 34. adatpontra állapította meg a TP-ot.

A CE módszerről összefoglalásként elmondható, hogy (i) a jelen dolgozatban tesztelt programfunkció (CE.Normal) nem képes kezelni a variancia típusú módosításokat, (ii) legpontosabban a fehér zaj idősorba illesztett shift típusú változásokat detektálta és (iii) a trendmódosításokat fehér zaj jellegű idősor esetében felül, míg a vörös zaj esetében alulbecsülte a módszer. Továbbá, a leggyakrabban előforduló töréspontok eloszlási gyakoriságai a módosítás fokának növelésével párhuzamosan csökkenő tendenciát mutattak (iv), azonban pontos eredményeket szolgáltatva, és (v) a legpontosabb eredményeket abban az esetben tapasztaltam, ha a módosítás foka 50% ($m = 0,5$) volt.

Az AR(1) karakterisztikájú idősorok esetében a trendmódosításokat hatékonyabban ismerte fel a módszer, mint az AR(0) esetében, ezzel szemben az átlagbeli módosítások detektálását az AR(0) idősoron tapasztaltam pontosabbnak.

2.4.3. CPM módszer

Mindhárom normális eloszlású idősorokra alkalmazható teszt funkciót alkalmaztam (Student, Bartlett, GLR) az általam módosított idősorokon.

A *startup* szekvenciát 2; 8; 10%-ra (10% megegyezik az alapbeállítással, 20 adatpont), illetve 33%-ra állítottam; $S=10\%$ alatt minden esetben ugyanazok az eredmények születtek, azonban a legpontosabb eredményeket akkor kaptam, ha S értékét 33-ra állítottam (így a legtöbb esetben csak egyetlen pontosnak tekinthető TP-ot detektált a program).

Fontos kiemelnem, hogy a CPM az eredeti, nem módosított idősorokban is talált töréspontot, ezért további vizsgálatoknak vettem alá a módszert annak érdekében, hogy megtudjam, hogy az eredeti idősorokban talált TP-ok mennyiben származhatnak a módszer érzékenységéből. Ezért újabb 1000 db normáleloszlású AR(0) és AR(1) jellegű idősort hoztam létre. Azt találtam, hogy az AR(0) esetében a Student és Bartlett tesztek az esetek 33 százalékában, amíg a GLR teszt az esetek kb. 40 százalékában nem talált töréspontot az idősorokban. Az AR(1) idősorokat tekintve majdnem minden esetben az eredeti idősorok is tartalmaztak töréspontokat. Csupán a Bartlett teszt adott olyan

eredményeket (az esetek alig több mint 3%-ában), amikor törésmentes volt a létrehozott idősor.

Ez a jelenség feltételezhetően köszönhető, (i) a CPM módszer érzékenységének, valamint (ii) annak, hogy a módszer az általam alkalmazottaktól kissé eltérő jellegű adatokra lett kifejlesztve (*Hawkins és Zamba, 2005*), így ez nem tekinthető a módszer „gyengeségének”. Valós környezeti folyamatok idősorain történő alkalmazása során azonban, kellő figyelemmel kell lenni az eredmények kiértékelésekor.

Mindezen tényektől eltekintve, a CPM módszer pontossága valójában tesztelhető az általam létrehozott idősorokon, ugyanis azon töréspontokat, melyeket a módszer a módosíthatatlan idősorokban megtalált, utána szisztematikusan jelezte a módosított idősorokban is, ezáltal megkönnyítve az elkülönítését a két TP típusnak; azoknak, amelyek az eredeti idősorok velejárói, illetve azok, amelyeket én illesztettem az idősorokba. Azonban csak azokban az esetekben értékeltem az eredményeket, amikor az eredeti idősorokban megtalált töréspontok az általam alkalmazott elfogadási tartományon kívül estek, így elkerülve, hogy azok befolyásolják a módszer értékelésének folyamatát.

A következő fejezetben a módszer hatékonyságának vizsgálata során arra a két kérdésre kerestem a választ, hogy (i) a különböző tesztek megtalálták-e a beillesztett töréspontokat, illetve (ii) hogyan módosította a módszer pontosságát a módosítás fokának (m) változtatása.

Az AR(0) jellegű idősorban nem találtam töréspontot az elfogadási tartományon belül, azonban az AR(1) idősorban a Bartlett teszt a kezdeti futtatások során TP-ot jelzett a 156. adatpontra (amely a 150. sorba beillesztett törésponthoz elegendően közel van, hogy befolyásolja az eredményeket). Ezért a következőkben a vörös zaj jellegű idősor esetében a Bartlett teszt kiértékelésétől eltekintek az objektivitás megőrzésének érdekében.

2.4.3.1. AR(0) idősor: „fehér zaj”

A trend típusú módosításokat illetően a Student és GLR tesztek ugyanazokat a töréspontokat találták meg az AR(0) idősorban a módosítás fokától (m) függetlenül $S=33\%$ beállítással. Még a legkisebb alkalmazott szorzó esetében ($m = 0,25$) is az elfogadási tartományon belüli, felülbecsült eredményeket kaptam. Nem meglepően, a Bartlett teszt csak akkor jelzett töréspontot, amennyiben az idősort legalább 50% mértékben módosítottam. Ezen esetekben azonban az elfogadási tartományon belüli TP mellé egy hibás, teljesen kilógó TP is társult (**4. táblázat**). Ha $S \leq 10\%$ -ra állítottam, a

trendmódosításokat nem találta meg pontosan a módszer, és az eredményül kapott töréspontok össze-vissza változtak mindhárom módszer esetében a futtatások során. Úgy tűnik, hogy $S \leq 10\%$ esetében a módszer a mesterségesen beillesztett töréspontot graduális változásként (lépcsőszerűnek) érzékelte a 150. adatpont körül.

4. táblázat: A CPM módszer (Student, Bartlett, GLR tesztek) által jelzett TP-ok (adatpont száma) az AR(0) fehér zaj jellegű idősorban. Az elfogadási tartományon kívül eső eredményeket (± 10 adatpont a 150.-hez képest) *-al jelöltem. Az aláhúzott TP-ok a módosítatlan idősorban lettek megtalálva. Az idősort a 150. adatponttól kezdve módosítottam; m a módosítás fokára utal.

m	Trend			Shift			Variansia		
	Student	Bartlett	GLR	Student	Bartlett	GLR	Student	Bartlett	GLR
1,5	154	127*; 152	154	150	127*; 166*	150	154	150	150
1	154	127*; 147	154	150	127*	150	159	150	147
0,5	154	109*; 174*	154	150	<u>46*; 48*</u>	150	-	-	-
0,25	159	109*	159	154	<u>46*; 48*</u>	154	-	154	154

A shift típusú módosításokat mind a Student, mint pedig a GLR tesztek pontosan megtalálták függetlenül a módosítás fokától (**4. táblázat**). Azonban, minél kisebb volt m értéke, annál pontatlanabbak voltak a teszteredmények, ahogyan azt az előzőekben már láttuk (ld. 2.4.1. fejezet).

A Bartlett teszt lefutásával a shift módosított AR(0) idősoron nem kaptam használható eredményeket, mivel az összes töréspontot az elfogadási intervallumon kívül lokalizálta a program, plusz még két olyan töréspontot is talált, melyek az eredeti, módosítatlan idősorokban is szerepeltek már (**4. táblázat**).

Fontos megjegyezni, hogy a variancia típusú módosításokat minden esetben pontosan megtalálta mind a Bartlett, mind pedig a GLR teszt, függetlenül a módosítás fokától, kivéve $m = 0,5$ esetben, amikor nem talált töréspontot az idősorban egyik teszt sem. Ez kifejezetten érdekes, hiszen $m \geq 0,5$ esetben a töréspontokat teljesen pontosan eltalálta a Bartlett, és $m = 0,25$ esetben is pontosnak bizonyult, mégsem talált TP-ot $m = 0,5$ esetben. Ez a furcsaság többszöri, alapos ellenőrzés után is változatlanul fennállt.

Összefoglalásként elmondható, hogy a Student teszt a shift, a Bartlett teszt pedig a variancia típusú módosítások felderítésére volt a leghatékonyabb. A GLR teszt sikeresen kombinálja az előző két módszer előnyeit, és mind a shift- mind pedig a varianciamódosítások lokalizálásában eredményesnek bizonyult. A Student teszt éppúgy

alkalmas volt az idősor átlag statisztikájában bekövetkező változások (shift és trend típusú módosítás) lokalizálására, mint a GLR teszt. A leghatékonyabbnak minden módszer $S=33\%$ beállítással bizonyult.

2.4.3.2. AR(1) idősor: „vörös zaj”

Az AR(1) karakterisztikájú idősorokba illesztett módosítások megállapítása sokkal komplikáltabbnak bizonyult a CPM módszerrel, mint az előző AR(0) esetben. Ahogyan azt a fejezet bevezetésében már említettem, voltak esetek, amikor még az eredeti, nem módosított idősorban is talált töréspontot a módszer. Sajnos a Bartlett teszt alkalmazásánál az eredeti idősorban az általam választott elfogadási tartományon belül is találtam töréspontot (a 150. adatpont ± 10 adatpont távolságán belül), így ezeket a teszteredményeket nem tárgyalom (**5. táblázat**). Mindezek ellenére sem gondoltam helyesnek ebben az egy esetben a mesterséges TP az idősor egy olyan szakaszába való áthelyezését, ahol nem talált a teszt a módosítatlan változatban töréspontot, vagy az elfogadási tartomány esetleges szűkítését, hiszen a többi módszerhez való hasonlításnak alapja, hogy egységes szempontok alapján vizsgálódjak az objektivitás megőrzése érdekében.

A Student és GLR tesztek egyike sem talált töréspontot az elfogadási tartományon belül a trendmódosított AR(1) idősorban. Ezzel szemben a shift típusú módosításokat $m = 0,5$ felett pontosan megtalálták, a 146. adatpontra téve a TP-ot (**5. táblázat**).

A variancia típusú töréspontok felderítésében csak a GLR teszt adott használható eredményt, ha $m \geq 1$ volt; a legpontosabb eredményt is itt kaptam (TP=149; $m = 1,5$; **5. táblázat**). A Student teszt egy-egy töréspontot talált $m = 1$ és $1,5$ esetben is, az elfogadási tartományon épphogy csak kívül (**5. táblázat**).

5. táblázat: A CPM módszer (Student, Bartlett, GLR tesztek) által jelzett TP-ok (adatpont száma) az AR(1) vörös zaj jellegű idősorban. Az elfogadási tartományon kívül eső eredményeket (± 10 adatpont a 150.-hez képest) *-al jelöltem. Csak azok a TP-ok vannak feltüntetve, melyek a módosított idősorban lettek detektálva. Ebben az egyedüli esetben a vonal (-) azt jelenti, hogy az eredeti idősorokban talált töréspontokon kívül nem talált az adott teszt TP-ot. Az idősort a 150. adatponttól kezdve módosítottam; m a módosítás fokára utal.

m	Trend		Shift		Variancia	
	Student	GLR	Student	GLR	Student	GLR
1,5	130*;168*	130*;168*	146	146	161*	149
1	130*;168*	130*;168*	146	146	161*	146
0,5	-	-	146	146	-	-
0,25	-	-	130*;178*	-	114*;129*;176*	126*;178*

Összességében a CPM módszerről elmondható, hogy a shift típusú módosításokat a Student és GLR tesztek lokalizálták a leghatékonyabban, míg a Bartlett (az AR(0) idősorra vonatkozólag) a variancia típusú változások felderítésére volt alkalmas.

AR(0) esetben, a GLR módszer sikeresen kombinálja a másik két teszt előnyeit, azonban kiemelném, hogy önmagában egy GLR teszt lefuttatása nem jelent megoldást amennyiben a TP típusára vagyunk kíváncsiak, hiszen azáltal, hogy mind a shift, mind pedig a variancia típusú töréseket felderíti, megnehezíti a különböző eredetű töréspontok közötti megkülönböztetést. Így véleményem szerint, minél specifikusabb egy módszer, annál hatékonyabban alkalmazható környezettudományi idősorok analíziséhez, amennyiben vizsgálódásunk tárgya az idősorokban bekövetkező változások eredete.

2.4.4. A teszteredmények összehasonlítása

A teszteredmények részleteit a következő szempontok alapján hasonlítottam össze: (i/a) a módszerek reakciója a különböző típusú módosításokra, illetve (i/b) a módosítás mértékére (m) a pontosság, továbbá a CE módszer esetén az előforduló töréspontok gyakoriságának szempontjából. Ezeken felül pedig, hogy (ii) a módszerek jeleztek-e töréspontot az eredeti módosítatlan idősorokban (**6. táblázat**).

Itt ismét fontos megemlíteni, hogy az idősorok a 151. adatponttól kezdve, és azt is beleértve kerültek módosításra, ennek ellenére egyik futtatás során sem kaptam olyan eredményt, mely éppen a 151. adatpontra rakta volna a törést. Ezzel szemben a 150. adatpontra kaptam eredményeket, úgy tűnik tehát, hogy az alkalmazott módszerek az idősorban az utolsó olyan adatpontot jelzik töréspontként, amely az idősorban található törés előtt található.

6. táblázat: A három TP detektáló módszer módosított idősorokon végzett teszteredményeinek összefoglaló táblázata. (A sorszínezésnek nincs jelentősége.)

		Kink	CE	CPM
AR(0) „fehér zaj”	(i/a)	Csökkenő pontossági sorrendben: trend, shift és variancia típusú módosításokat detektálta leghatékonyabban.	Legpontosabban a trend, majd a shift módosításokat detektálta (a módszer jelenleg nem képes kezelni a variancia típusú változásokat)	A Student és GLR tesztek legpontosabban a shift-, majd pedig a varianciamódosításokat érzékelték. A varianciamódosításokra pontosabbnak bizonyult a Bartlett, mind a GLR.
	(i/b)	A pontosság növekedett m növelésével.	Várakozással ellentétben növekvő m esetén pontatlanabb eredmények születtek.	A pontosság növekedett m növelésével.
	(ii)	Nincs	Nincs	Limitált
AR(1) „vörös zaj”	(i/a)	Nincs különösebb különbség a különböző módosítás típusok között.		Trendmódosításokra nem adott használható eredményt. Shift típus esetén a Student és GLR tesztek hasonló hatékonysággal működtek, míg a varianciamódosításokat a GLR teszt kezelte a leghatékonyabban.
	(i/b)	$m \geq 1$, nem figyelhető meg számottevő különbség	$m \geq 0.5$, nincs különösebb változás a pontosság, illetve a „gyakoriság” között	-
	(ii)	Nincs	Nincs	Minden teszt jelzett töréspontokat minden esetben.

3. A bemutatott TP detektáló programok alkalmazása valós klimatológiai idősorokon

Az alábbi fejezetben az eddigiekben részletezett, és letesztelt módszerek alkalmazását mutatom be két klimatológiai vonatkozású esettanulmányban.

A kőszegi szőlő hajtáshosszon (3.1. fejezet), mint hőmérsékleti proxy idősoron végzett vizsgálatom történelmi hőmérséklet rekonstrukciókhoz nyújthat további segítséget. A második esettanulmányban pedig az Arktisz késő Holocén kori éghajlatingadozásainak kimutatására mutatok példát grönlandi jégfuratokból származó jég/firn $\delta^{18}\text{O}$ idősorok töréspont vizsgálata által.

3.1. Alkalmazás hőmérsékleti proxy szőlő hajtáshossz idősorra

3.1.1. Irodalmi áttekintés

A fenológiai ciklikus életfolyamatok üteme közeli kapcsolatba hozható az éghajlat ingadozásaival (*Vliet és Schwartz, 2002*), ami miatt egyre fontosabbá válik, hogy objektíven határozzuk meg az ezen idősorokban bekövetkező változások eredetét és annak típusait. Ezáltal különbséget tehetünk a valójában az éghajlat ingadozásai által indikált töréspontok, illetve más TP-ok (akár inhomogenitás) között. Ez kimondottan hangsúlyos lépés mielőtt bármiféle következtetéseket vonnánk le a klíma megváltozásának kérdésében.

Az 1740-óta vezetett kőszegi „Szőlő Jövésnek Könyve” (*Bariska, 1979*) egyedülálló gyűjteménye a szőlőhajtások Szent György napon (történelmi okokra visszavezethetően egy nappal később, mint az angolszász területeken: április 24-én) mért hosszáról. A szőlő hajtáshosszak és a kora tavaszi hőmérsékleti értékek közötti lehetséges kapcsolatot már több mint fél évszázada feltételezik (*Berkes, 1942*). A hajtáshossz idősort *Střeštík és Verő (2000)* 1998-ig frissítették, illetve budapesti havi átlaghőmérsékleti értékekkel kalibrálták. Az idősor teljes hosszára vonatkozóan, a legjobb korreláció a március-április időszak hőmérsékleti értékeivel mutatkozott ($r=0,405$), ezáltal az idősor hőmérsékleti proxiként alkalmazható. *Střeštík és Verő (2000)* voltak az elsők, akik kvantitív rekonstrukciót végeztek ezen a történelmi fenológiai idősoron, azonban munkájuk több hiányossággal terhelt (ld. *Kern et al., 2016*), melyekre itt ki szeretnék térni.

Střeštík és Verő (2000) leírta, hogy éles kontrasztba állítható az idősor két része a 20. század elején az idősor varianciájában bekövetkező csökkenés miatt. Megpróbálták

eltávolítani az inhomogenitásnak látszó jelenséget azért, hogy az idősor varianciáját mesterségesen megnövelték a 20. század fordulójától kezdve. Eljárásuk azonban precízebb lehetett volna, ha a töréspontot kimutatva próbálnak az idősoron homogenizálást végezni.

A szóban forgó idősort nemrég *Parisi et al. (2014)* is megvizsgálta – leszűkítve az analízist kizárólag a Burgundi szőlőágakra (amelynek oka jelen dolgozat tárgykörén túlmutat) – és három töréspontot állapítottak meg (1780; 1820; 1929) egy többszörös TP detektáló módszer, az ún. Bai és Perron TP teszt (*Bai és Perron, 1998*) alkalmazásával. Ezen töréspontok a szerzők értelmezése szerint a földművelésben bekövetkező változás, vagy a szőlőfajta megváltozására utalhatnak. Mindezek fényében különösképpen érdekesnek találtam a problémakört, és mindhárom feljebb említett, és letesztelt TP detektáló módszert lefuttattam az idősoron.

3.1.2. Általam végzett vizsgálatok eredményei

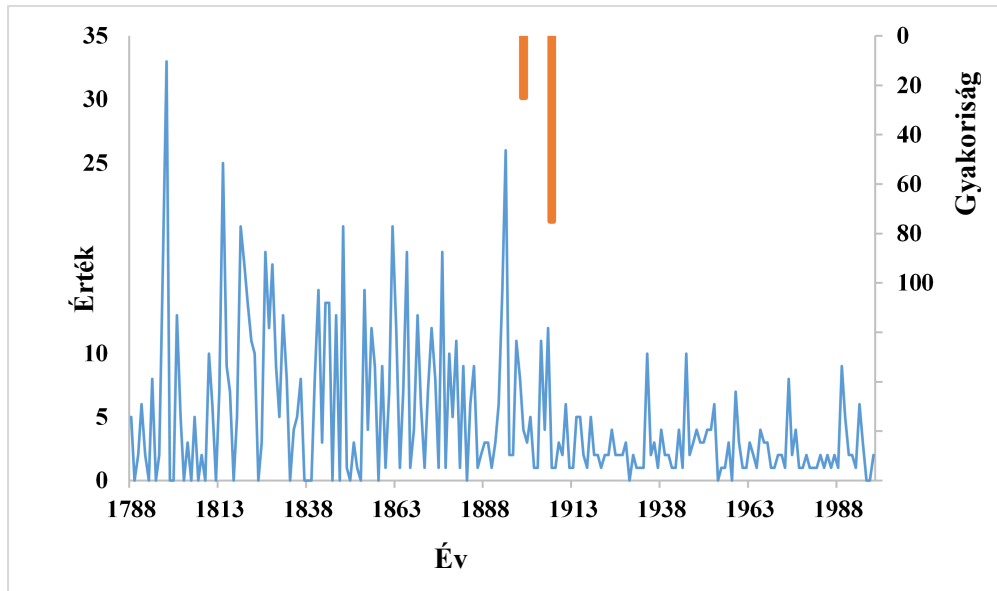
A vizsgálathoz a *Štřeštík & Verő (2000)* által publikált idősor folytonos részét (1788-1998) használtam. Bár szabad szemmel is látszik az idősor közepénél bekövetkező relatíve hirtelen változás (**4. ábra**), célom az volt, hogy miután a különböző töréspont detektáló programok alkalmazhatóságát, illetve az azokból kapható eredmények értelmezésének lehetőségeit már megvizsgáltam, elemzéseimmel hozzájáruljak a proximi idősor pontosabbá tételéhez.

A kink point módszer nem jelzett törést az idősorban, ezzel megerősítve azt a feltételezést, hogy a változás nem az idősor trendfüggvényében történt. Ez a hipotézis tovább igazolható a másik kettő TP detektáló módszer alkalmazásával, hiszen azokat más típusú, shift- vagy variancia-módosulások felderítésére fejlesztettek ki. Erről a módszertanok tesztjei során korábban már meggyőződtem (ld. 2.4. fejezet).

A CE módszert 100 alkalommal futtattam le az idősoron a 2.3.2. fejezetben leírt beállításokkal. A futások eredménye alapján az a következtetés vonható le, hogy nagy bizonyossággal egyetlen töréspont található az idősorban, mely valószínűleg 1907, ugyanis a 100 futtatás 75%-ában a 120. adatpont (amely a korábban említett ok miatt a töréspontot megelőző évre utal; ld. 2.4.4. fejezet), míg a maradék 25%-ban a 112. adatpont utánra (1899) jelzett törést a módszer (**4. ábra**).

A CPM módszer használata során mindhárom feljebb részletezett funkciót, illetve egy negyedik, nem-parametrikus TP detektáló programot (Mann-Whitney (MW); shift típusú változások felderítésére) is alkalmaztam. Mindezek számos töréspontot adtak

eredményül, azonban csak kettő olyan TP-ot kaptam, melyek több módszer eredményei között is szerepelnek: 119/120 és 201, amely 1906/7 és 1988 éveknek feleltethető meg (7. táblázat).



4. ábra: Szőlő hajtáshossz idősor és a CE módszer által talált TP-ok eloszlása a folytonos idősorban (1788-1998). A narancssárga vonalak a két TP-ot jelzik, a jobb oldali inverz skálán pedig az eloszlási gyakoriság szerepel.

7. táblázat: A CPM és a CE módszerek által talált töréspontok, és az annak tulajdonítható évek a szőlő hajtáshossz idősorban. A több módszer alkalmazása során is kimutatott töréspontokat kiemeltem.

		CPM		CE
MW	GLR	Bartlett	Student	
	25	14	119 (1906)	112 (25%)
	45	55	201 (1988)	120 (1907) (75%)
119 (1906)	98	57		
	104	98		
	126	104		
	128	126		
	151	128		
	153	146		
	155	167		
	173	169		
	175	189		
	189	191		
	191	201 (1988)		
	201 (1988)			

3.1.3. Diszkusszió

Érdekes módon egyik általam detektált TP (a CE és CPM módszerek alkalmazásával) sem egyezik a *Parisi et al. (2014)* által publikáltakkal, amely kétségeket vet fel a szerzők következtetéseivel kapcsolatban. Megjegyezném azonban, hogy az általuk használt idősor valamelyest különbözött az általam alkalmazottól, ugyanis *Parisi et al. (2014)* a „Szőlő Jövésnek Könyve” alapján újralibrálták az idősort, míg én a *Střeštk & Verő (2000)* által publikált idősor folytonos részét (1788-1998) használtam.

Mindazonáltal a kőszegi szőlő hajtáshossz idősorban általam felfedezett, a 20. század fordulóját jellemző TP-ok egyezést mutatnak korábbi feltételezésekkel (*Střeštk és Verő, 2000*). Az 1899-re megállapított TP pontosan egyezik a Kőszeg környéki a *phylloxera* szőlőbetegség azon a területen először dokumentált megjelenésével, amelynek következtében a szőlőfajok teljes áttelepítése, szőlőfajta váltás történt (*Bariska, 2001*). A szőlőfajta újbóli elterjedése azonban időt igényelt, így az 1908-ra megállapított második, jóval dominánsabb (a futtatások 75%-a ezt jelezte) töréspont után az idősor nem tekinthető tovább homogénnek.

Eredményeim további alkalmazhatóságát jelzi, hogy egy friss tanulmányban (*Kern et al., 2016*) a CPM által 1906, illetve a CE módszer által 1907-re jelzett TP után az idősort nem vették figyelembe a tavaszi hőmérséklet-rekonstrukciók szempontjából a fennálló inhomogenitás miatt.

A mesterséges idősorokon végzett tesztek eredményei alapján (**6. táblázat**) elmondható, hogy az 1906/07 évben bekövetkező törés shift, míg az 1988 évre megállapított, variancia típusú lehet, azonban ez utóbbi kiértékelését az idősor véges hossza (1998) megnehezíti.

3.2. Töréspontok észak-grönlandi jégfuratokból származó évesített $\delta^{18}\text{O}$ idősorokban

3.2.1. Bevezetés

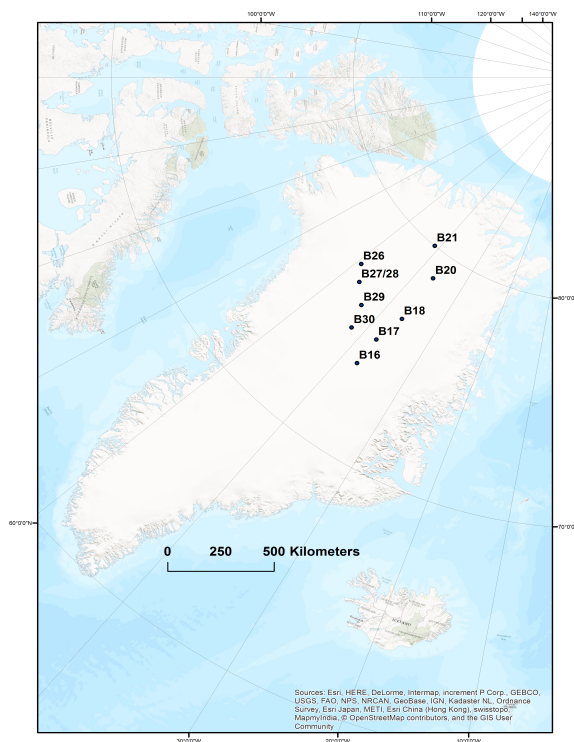
Az utóbbi néhány évtizedben az Arktisz területén jelentős felmelegedést tapasztaltunk, melynek üteme meghaladja az északi félgömb melegedésének mértékét (Alexeev et al., 2005; Bekryaev et al., 2010; Cohen et al., 2014). Annak érdekében, hogy a jelenleg zajló változásokat történelmi kontextusba emelhessük, illetve, hogy az éghajlat természetes változékonyságáról tisztább képet kaphassunk, a hosszútávú éghajlati idősorok elemzése elengedhetetlen (Steffensen et al., 2008). Miután az arktiszi műszeres hőmérsékleti mérések csak viszonylag rövid idő óta állnak rendelkezésre (Cappelen et al., 2011), a műszeres mérések által lefedett időszak kibővítésére ún. proxy idősorok segítségéhez kell nyúlnunk. Az egyik legelterjedtebb hőmérsékleti proxy az oxigén stabilizotópos összetételének vizsgálata (Dansgaard, 1964). A jégfuratok vitathatatlan előnye a többi paleohőmérsékletet közelítő módszerrel szemben, hogy a csapadék (számos fizikai-kémiai jellemzőjével egyetemben) közvetlenül őrződik meg a jégretegekben. A firnképződés, hómetamorfózis során buborékok alakulnak ki a jégben, amelyekben a légkör „egy darabja” is fagyos csapdába záródik.

A szakirodalom bővelkedik olyan tanulmányokban melyekben Grönland múltbeli hőmérsékleti értékeinek rekonstrukciójához jégfuratokat használnak (pl. Crowley et al., 1993; Dansgaard et al., 1985; Lean et al., 1995), azonban különböző területekről származó jégfuratokból számított $\delta^{18}\text{O}$ idősorok összehasonlításával már kevesebb kutatás foglalkozik (pl. Weissbach et al., 2016; Topál et al., 2017). Egy nemrégiben publikált tanulmány nyomán (Weissbach et al., 2016) kilenc különböző, Észak-Grönland körülbelül 1000 km² területéről származó – a North Greenland Traverse (NGT) kampány keretében fűrt – jégfuratból származtatott jég/firn $\delta^{18}\text{O}$ (‰) idősor töréspont analízisét végeztem el. Az adatok „különlegessége”, hogy egységesen lettek újra-korolva, így egy kiemelten megbízható és egységes adathalmazzal dolgozhattam a régióból. Kutatásom során a 9 jég/firn furatban közös töréspont horizontokat – olyan töréspontokat, melyek bizonyos elfogadási tartományon belül ugyanott kerültek megállapításra – kerestem, melyeket aztán ismert klimatológiai eseményekhez kapcsoltam.

3.2.2. Anyag és módszer

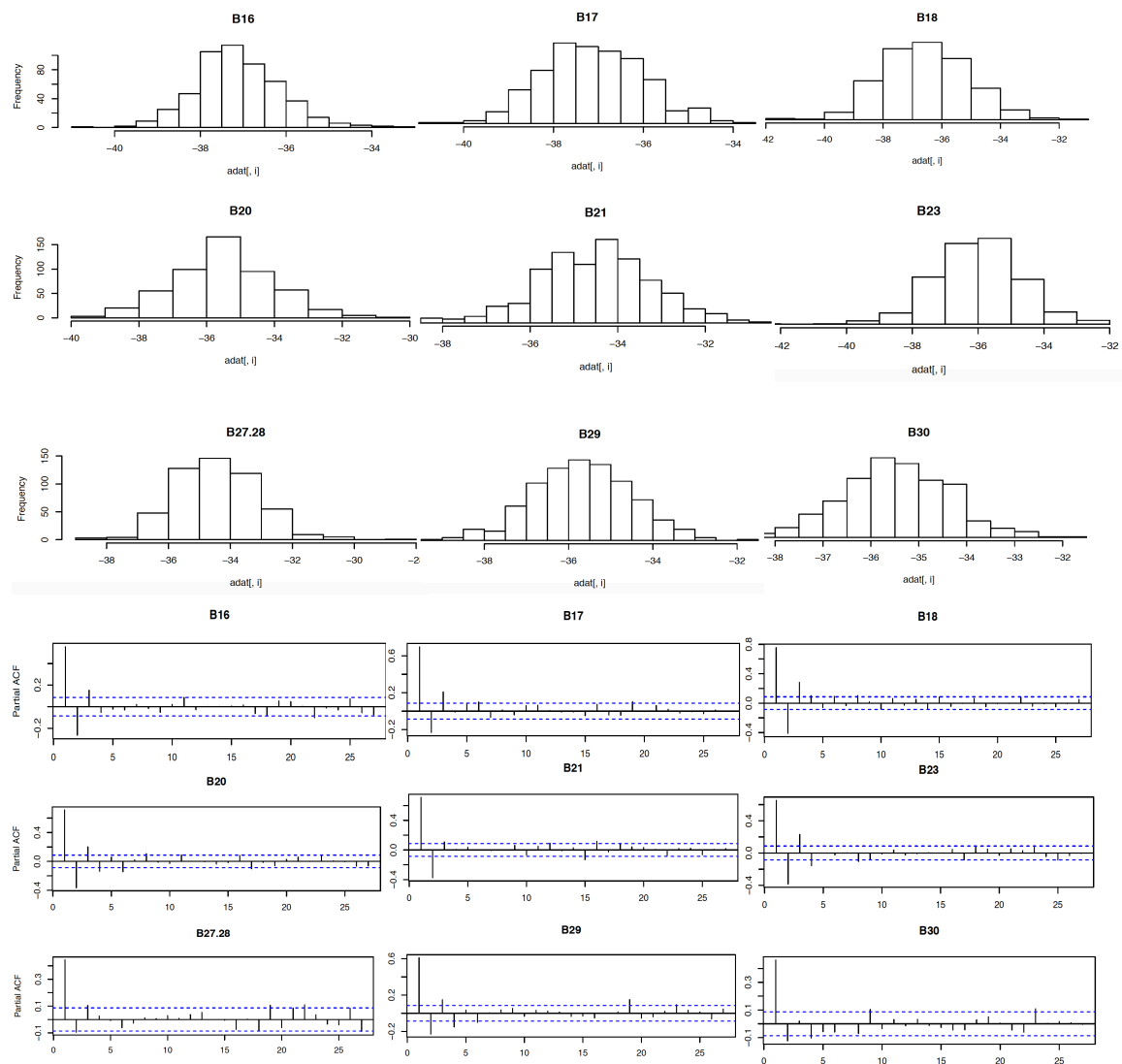
Az NGT furatok évesített jég/firn $\delta^{18}\text{O}$ (‰) idősoraira a következők miatt esett a választásom: (i) Észak-Grönland a sziget legkevesbé ismert, és tanulmányozott része, (ii) az NGT furatokból nyert $\delta^{18}\text{O}$ idősorokban a késő Holocén klímaváltozásai szembetűnőbbek, mint a Grönland középső vagy déli részéről származó furatok esetében (Fischer *et al.*, 1998) és (iii) az NGT furatokat nemrégiben Weissbach *et al.* (2016) együttesen újra kalibrálta (korábban az idősorok külön-külön lettek évesítve), ezzel biztosítva a furatok jobb összehasonlíthatóságát (5. ábra).

A korábbiakban bemutatott töréspont detektáló programok futtatása szempontjából lényeges, hogy a kiválasztott idősorok azonos hosszúságúak legyenek, így az NGT furatokban leghosszabban átfedő periódust, 1471-1988 AD időszakot választottam elemzéseimhez. Ez vizsgálataim 9 jégfuratra korlátozta (B16, B17, B18, B20, B21, B23, B27/28, B29, B30). Fontos megjegyezni, hogy egyelőre a különálló idősorokon vizsgáltam, nem foglalkoztam egyesített idősorokkal. A különböző jégfuratokból származó $\delta^{18}\text{O}$ idősorokat szokás ugyanis egyesíteni („stacked data”) annak érdekében, hogy az idősorok jel-zaj aránya jobb legyen. Az egyesítés előtt azonban, kiemelten fontos az egyes különálló idősorokban előforduló struktúraváltások felderítése.



5. ábra: Grönland térképe az általam választott NGT (B16-30) jégfuratokkal

A 2. fejezetben részletesen bemutatott TP detektáló programok közül a CE és a CPM módszereket alkalmaztam jelen esettanulmány elkészítése során. A CE módszer futtatásakor az adataim folytonos volta mellett a CE.Normal.MeanVar programfunkciót használtam a csonkolt normális eloszlású adatokra (`distyp=2`). A 6. ábrán a különböző furatokból származó $\delta^{18}\text{O}$ idősorok eloszlásai, illetve azok parciális autokorreláció függvényei láthatóak. Idősoraim szinte kivétel nélkül normális eloszlású, AR(1) folyamatnak voltak tekinthetőek. A CE módszer további beállításai a következők voltak: $N_{\max}=5$, $M=200$, $\rho=0,25$ (elit mintanagyság száma: 129).



6. ábra: A 9 $\delta^{18}\text{O}$ (‰) idősor hisztogramjai (felső panel) és parciális autokorreláció függvényei (alsó panel)

A CPM módszer alkalmazása során az átlagos futási hossz az alapbeállítás maradt ($ARL_0=200$; $\alpha=0,95$), míg a startup szekvenciát (S) a 2. fejezetben részletezett okok miatt az idősorok hosszának 33%-ára állítottam, valamint szintén a `processStream` függvényt használtam. Az idősorok eloszlását figyelembe véve a Student, a Bartlett és a GLR paraméteres tesztek mellett a nem-paraméteres Mann-Whitney U-tesztet is alkalmaztam.

Annak érdekében, hogy a 9 furatban közös töréspont horizontokat állapíthassak meg, bevezettem egy 10 év hosszúságú elfogadási tartományt, amelyet az egyes furatok évesítése során fellépő korolási hiba (*Weissbach et al., 2016*) és a CE/CPM módszerek tesztelése során látott bizonytalanságok függvényében állapítottam meg. Látva, hogy a furatok kivétel nélkül AR(1)-hez közeli (6. ábra), az egyes módszerek adott zajtípusra vonatkozó bizonytalanságait (2. fejezet) a furatok korolási hibáival kombináltam. Ezen tartományon (10 év) belül megtalált töréspontokat tehát ugyanazon klimatikus eseményhez kapcsolhattam (*Topál et al., 2017*).

3.2.3. Eredmények és diszkusszió

A jég/firn $\delta^{18}\text{O}$ idősorokban talált töréspontok közül azokat fogom bemutatni, melyek közösen jelentek meg a különböző jégfuratokban és köthetőek voltak egy-egy korábban megállapított „klimatikus eseményhez”, mint pl. a 19. század eleji lehülés, vagy a Kis-Jégkorszak (*Fischer et al., 1998, Weissbach et al., 2016*). A módszerek számos töréspontot találtak a 9 idősorban, azonban kutatásom jelenlegi fázisában csak három horizontot vizsgáltam. A CE módszer 2. fejezetben említett sztochasztikus jellegéből adódóan, jelen esettanulmány során csak azokat a TP-eket vettem figyelembe, melyeket a sorozatos futtatások alkalmával legalább az esetek 50%-ában jelzett a módszer. Nem térek ki azonban a két alkalmazott módszer közötti különbségekre a megtalált töréspontok terén, ennek diszkussziója a jövő feladata.

3.2.3.1. Az 1795–1825-ös lehülés

Az említett módszerek lefuttatásával az egyik leginkább szembetűnő egyezés a Grönland különböző területéről származó jégfuratok jég/firn $\delta^{18}\text{O}$ idősoraiban talált töréspontok között az 1795–1805 TP horizont volt. Ezen horizontot 7 furatban sikeresen azonosítottam (B16: 1796, 1810; B17: 1801; B18: 1795/97, 1802; B20: 1797; B21: 1805; B23: 1794, 1802/3; B29: 1796/98, 1805; 7. ábra). Szintén említésre méltó, hogy az 1805-ös TP a B21-es furatban az összes alkalmazott teszt által detektálható volt. A bevezetett

elfogadási tartományt szem előtt tartva feltételezhető, hogy ugyanazon 10 éves időszakon belül talált töréspontok ugyanahhoz a klímaeseményhez kapcsolhatók, így az 1795-1805 között jelzett töréspontokat mind egy, a 19. század elején kezdődő klimatikus lehüléshez kötöttem. Ezt a klímaeseményt korábbi tanulmányok szintén jelezték (pl. *Fischer et al., 1998*), azonban Észak-Grönland ilyen átfogó területéről származó idősorokban egyöntetűen még nem került kimutatásra. Fischer és munkatársainak (*Fischer et al., 1998*) felvetését – miszerint az 1815-ben az egész Föld klímáját meghatározó méretű vulkánkitörés (Tambora) nem okozhatott az általuk vizsgált jégfuratok (B18, B21, B29) $\delta^{18}\text{O}$ idősoraiban felfedezett mértékű lehülést – jelen tanulmányom megerősíteni látszik. E szerint a lehülés már a 19. század elején megkezdődött, melyet tovább erősített a Tambora kitörése, mely a $\delta^{18}\text{O}$ értékekben körülbelül 1‰-es visszaesést, és mintegy 1,5 °C lehülést eredményezett Grönland területén (*Fischer et al., 1998*). Mindezek ellenére, a felvetett hipotézis további vizsgálódást igényel, beleértve az idősorok periodikus komponens analízisét, illetve a furatok „stackelését”.

3.2.3.2. Kis-Jégkorszak (?)

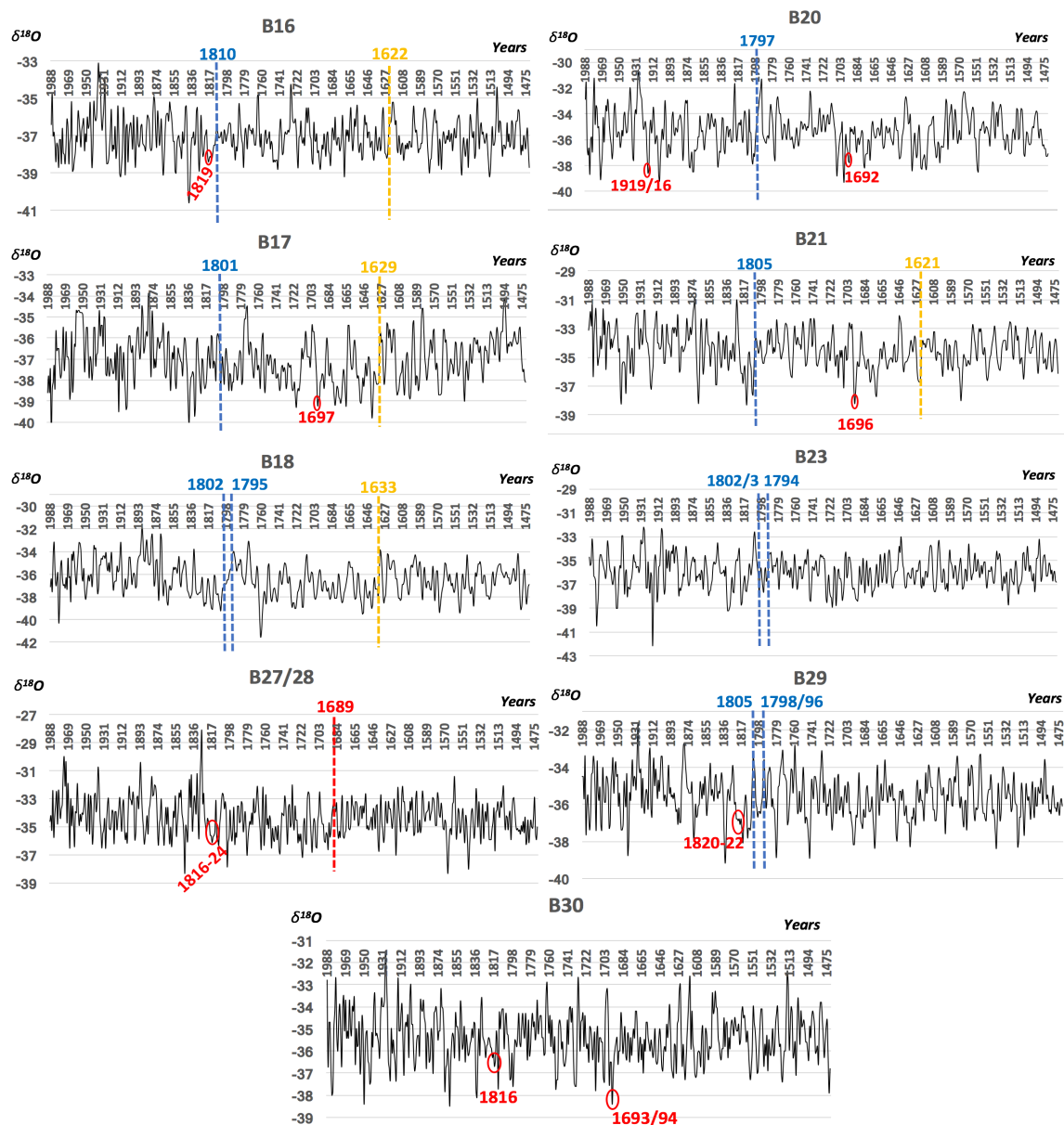
További közös töréspontokat találtam az 1621–1633 közti időszakra vonatkozóan 4 db furatban (B16: 1622, B17: 1629, B18: 1633, B21: 1621; **7. ábra**). Ezen töréspontok szintén egy lehülési periódust jeleznek, melyeket a Kis-Jégkorszakhoz kapcsolódó lehülés felerősödéséhez kapcsoltam Fischer és munkatársainak korábbi közleménye alapján (*Fischer et al., 1998*). Azonban, ennek megerősítése vagy megcáfolása további részletes vizsgálatokat tesz szükségessé (ld. *Topál et al., 2017*).

3.2.3.3. Vulkánkitörésekhez köthető TP horizontok

A vulkánkitörésekből származó nyomanyagok (pl. a nem tengerisó eredetű SO_4^{2-}) elsődleges szerepet töltenek be a jégfuratok szinkronizálásában. A nyomanyag profilokban fellelhető SO_4^{2-} csúcsok a vulkáni horizontok kijelölését segítik, melyek aztán mintegy kapcsolópontokként megkönnyítik a különböző jégfuratok szinkronizálását (*Sigl et al., 2015*).

Számos olyan töréspontot találtam a kiválasztott kilenc jégfurat jég/firn $\delta^{18}\text{O}$ idősoraiban, melyeket egyszeri, rövid, késő Holocén kori lehülési periódusokhoz kapcsolhattam (**7. ábra**). Töréspontokat detektáltam: (i) 1816-24 időszak környékén 4 furatban egységesen (B16, B27/28, B29, B30), (ii) a B20 furatban (TP=1916/19) és (iii) az 1692-96 időszakra vonatkozóan 3 furatban (B20: 1692, B21: 1696, B30: 1693).

Érdekes módon azon vulkáni horizontok (azaz a szulfátszcúcsok alapján megállapított időpontok a $\delta^{18}\text{O}$ idősorokban) közül, melyeket Weissbach és munkatársai (*Weissbach et al., 2016*) a szóban forgó NGT furatok szinkronizálásához használtak, néhány esetben egybeesnek az általam megállapított töréspontokkal: (i) az 1816-24 közötti töréspontok az 1815-ös Tambora kitöréshez (szulfát csúcs: 1816), (ii) az 1916/19 töréspontok a Katmai 1912-es kitöréséhez, míg (iii) az 1692-96-os TP horizont az 1694-es Hekla kitöréséhez kapcsolható.



7. ábra: A detektált TP horizontok a B16-B30 furatokban 1471-1988 AD. időskálán: 1795-1805 horizont (kék szaggatott vonal); 1621-33 (sárga szaggatott vonal); vulkáni horizontok (piros karikák)

3.2.4. Összefoglalás

Az észak-grönlandi jégfuratokból származó jég/firn $\delta^{18}\text{O}$ idősoraiban talált töréspontokat sikeresen kötöttem a szakirodalomban ismert klimatikus eseményekhez. Ezzel a töréspont analízis egy lehetséges alkalmazási módjára mutattam példát. A jégfuratok töréspont vizsgálatával közelebb kerülhetünk a sokszor csak szemre, vagy különböző trendillesztésekkel megállapított struktúraváltások, múltbeli klímaváltozások objektívebbé tételére.

Éghajlati rendszerünk múltjának mind pontosabb ismerete elengedhetetlen annak érdekében, hogy a jövőnköt illető kérdésekre releváns választ adhassunk. Különösképp gondolok itt sarki területeink intenzív változásaira, melynek történelmi kontextusának kérdése igencsak megosztja a tudományos világot.

4. Összefoglalás és kitekintés

A dolgozatban három töréspont detektáló program hatékonyságát hasonlítottam össze először az általam létrehozott mesterséges AR idősorokon a számtalan tesztfuttatás során, melyek segítségével a módszerek alapvető különbségei detektálhatóvá váltak. A tesztfutások eredményei alapján a töréspontok megtalálásának hatékonysága nagyban függ a mesterségesen behelyezett módosítások mértékétől, illetve a számítás-módszertani háttértől.

A három módszer közötti legfontosabb különbségek a tesztelések során: (i) a kink point és a CE módszerek nem találtak töréspontot az eredeti, módosítatlan AR idősorokban, míg a CPM-re ez nem volt igaz, (ii) az AR(0) idősorba illesztett töréspontokat nagyobb hatékonysággal lokalizálták a módszerek és (iii) azok pontosságában leginkább az $m \geq 0,5$ -től tapasztaltam szignifikáns növekedést.

A bemutatott esettanulmányokban sikeresen hasznosítottam a módszertani elemzések eredményeit: a kőszegi szőlő hajtáshossz, mint hőmérsékleti proxy idősor pontosítására, illetve észak-grönlandi jégfuratokban közösen megjelenő töréspontok megkeresésére mutattam példát.

Arra a tényre, hogy a bemutatott módszerek csak egy, a módosítás mértékét jellemző bizonyos – különböző módszerek esetében más és más – küszöbindextől (m) kezdve érzékelik töréspontként az idősorban bekövetkező változást, a valós idősorokon való alkalmazásukkor is tekintettel kell lennünk. A töréspontok detektálása céljából egy adott valós idősoron lefuttatott különböző programok eltérő eredményei csak a dolgozatom első részében bemutatott módszertani elemzések fényében értelmezhetőek, így ezekre a jövőbeni gyakorlati alkalmazásoknál is célszerű támaszkodni.

A három eltérő számítás-módszertani háttérű program (kink point, CE, CPM) párhuzamos és ismételt alkalmazásával az idősorokban feltételezhető töréspontok detektálásán túl, azok típusára is következtethetünk, mivel a bemutatott módszerek különbözőképpen érzékenyek az eltérő típusú töréspontokra.

Az idősor analízis gyorsan fejlődő és rendkívül aktív tudományterület, mely számtalan további kihívást tartogat még. Az ezekkel való megbirkózás alapja nemcsak a szisztematikus adatgyűjtés és az állapotfelmérésen alapuló kutatások, hanem az elemző módszerek folyamatos fejlesztése, melyek lehetővé teszik, hogy a jövőben új felismerésekkel gazdagíthassuk tudásunkat.

Köszönetnyilvánítás

Szeretném megköszönni elsősorban témavezetőmnek, Hatvani Istvánnak a témába való bevezetésemet, illetve munkám folyamatos és fáradhatatlan koordinálását, valamint hálás vagyok konzulenseimnek, Pieczka Ildikónak és kiváltképpen a hirtelen elhunyt Matyasovszky Istvánnak, akik nélkül a kutatás nem valósulhatott volna meg.

Felhasznált irodalom

- Akaike H., 1974, A new look at the statistical model identification, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19 (6): 716–723, doi:10.1109/TAC.1974.1100705, MR 0423716.
- Alexeev, V.A., Langen, P.L., Bates, J.R., 2005, Polar amplification of surface warming on an aquaplanet in ‘ghost forcing’ experiments without sea ice feedbacks, *Climate Dynamics*, 24, 7, 655-666.
- Backus J., 1978, The history of Fortran I, II, and III, *History of programming languages I*. ACM
- Bai J., Perron P., 1998, Estimating and testing linear models with multiple structural changes, *Econometrica*, 47–78
- Bakhshi A., Jensen J.P., Goldman P., Wright J.J., McBride O.W., Epstein A.L. et al., 1985, Cloning the chromosomal breakpoint of t(14;18) human lymphomas: clustering around JH on chromosome 14 and near a transcriptional unit on 18, *Cell*, Vol. 41, 899-906 doi: 10.1016/S0092-8674(85)80070-2
- Bariska I., 2001, A kőszegi bor, Escort 96 BT, Sopron
- Bariska I., Szőlő Jövésnek Könyve és élő hagyománya, 1979, – In: Honismeret, 5-6.sz. 96-100.
- Bekryaev R.V., Polyakov I.V., Alexeev V.A., 2010, Role of Polar amplification in long-term surface air temperature variations and modern Arctic warming, *J. Clim.*, 23, 14, 3888-3906.
- Berkes Z., 1942, Éghajlatingadozások tükröződése a kőszegi szőlőhajtások hosszában / Spiegelung der Klimaschwankungen in dem Längenwachstum der Weinreben-Triebe in Kőszeg, Magyar Királyi Országos Meteorológiai és Földmágnasségi Intézet, Budapest, Hungary (in Hungarian and German)
- Box G.E.P., Jenkins G.M., Reinsel G.C., 1994, *Time Series Analysis, Forecasting and Control*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Cohen J., Screen J.A., Furtado J.C., Barlow M., Whittleston D., Coumou D., Francis J., Dethloff K., Entekhabi D., Overland J., Jones J., 2014, Recent Arctic amplification and extreme mid-latitude weather, *Nature Geoscience*, 7, 637-637.
- Costa A.C., Soares A., 2009, Homogenization of climate data: review and new perspectives using geostatistics, *Mathematical Geosciences*, Vol. 41, 3, 291-305.
- Crowley, T.J., T.A. Crute and I.N.R. Smith (1993): Reassessment of Crete (Greenland) ice core acidity/volcanism link to climate change, *Geophys. Res. Lett.*, 20, 209-212.
- Dansgaard W., 1964, Stable isotope in precipitation, *Tellus*, 16, 436-468.
- Dansgaard W., H. B. Clausen, N. Gundenstrup, S.J. Johansen and C. Rygner, 1985, Dating and climatic interpretation of two deep Greenland ice cores, in *Greenland ice core: Geophysics, Geochemistry and the Environment*, edited by C.C. Langway, H. Oeschger and W. Dansgaard, American Geophysical Union
- Davis R.A., Lee T.C.M., Rodriguez-Yam G.A., 2006, Structural break estimation for nonstationary time series models, *Journal of the American Statistical Association*, Vol.101, No. 473, Theory and Methods, DOI: 10.1198/016214505000000745
- Evans G.E., Sofronov G., Keith J.M., Kroese D.P., 2011, Identifying change-points in biological sequences via the cross-entropy method, *Annals of Operation Research*, Vol. 189, 1, 155–165.
- Fischer, H. et al., (1998): Little Ice Age clearly recorded in northern Greenland ice cores, *Geophys. Res. Lett.*, 25, 1749–1752.
- Franke J., Frank D., Raible C.C., Esper J., Brönnimann S., 2013, Spectral biases in tree-ring climate proxies, *Nature Climate Change*, 3, 360-364.

- Fu J.C., Spiring F.A., Xie H., 2002, On the average run lengths of quality control schemes using a Markov chain approach, *Statistics & Probability Letters*, 56, 369–380.
- Gazeaux J., Williams S., King M., Bos M., Dach R., Deo M., Moore A.W., Ostini L., Petrie E., Roggero M., Teferle F.N., Olivares G., Webb F.H., 2013, Detecting offsets in GPS time series: first results from the detection of offsets in GPS experiment, *J. Geophys. Res. Solid Earth*, 118(5), 2397-2407, doi:10.1002/jgrb.50152.
- Haidu I., 2014, A stochastic vision of the paleoclimate. Modeling and predictability. In: Late Pleistocene and Holocene Climatic Variability in the Carpathian-Balkan Region, Stefan cel Mare University Press
- Hamed K.H., Rao A.R., 1998, A modified Mann-Kendall trend test for autocorrelated data, *J. Hydrology*, 204, 182-196, DOI: 0022-1694/98/\$19.00
- Hamilton, J.D., 1994, Time series analysis (Vol. 2). Princeton: Princeton University Press
- Hawkins D.M., Qiu P., Kang C.W., 2003, The Change-point Model for Statistical Process Control, *J. Quality Technology*, 35(4), 355-366.
- Hawkins D.M., Zamba K.D., 2005, A Change-Point Model for a Shift in Variance, *J. Quality Technology*, 37(1), 21-31.
- Hawkins D.M., Zamba K.D., 2005, Statistical Process Control for Shifts in Mean or Variance Using a Change-point Formulation, *Technometrics*, 47(2), 164-173.
- He W.P., Feng G.L., Wu Q., Wan S.Q., Chou J.F., 2008, A new method for abrupt change detection in dynamic structures, *Nonlin. Processes Geophys.*, 15, 601-606.
- Jinwen Z., Jie M., 2005, Measurement for the breakpoints and transition functions for monetary policy operation of China's Center Bank, *Economic Research Journal*, 12.
- Jong K., Marchiori E., Vaart A.V.D., Ylstra B., Weiss M., Meijer G., 2003, Chromosomal breakpoint detection in human cancer, Applications of evolutionary computing lecture notes in Computer Science, Vol. 2611, 54-65.
- Karl T. R., Knight R. W., and Baker B., 2000, The record breaking global temperatures of 1997 and 1998: Evidence for an increase in the rate of global warming?, *Geophys. Res. Lett.*, 27(5), 719– 722.
- Kern Z., Németh A., Gulyás M.H., Popa I., Levanič T., Hatvani I.G., 2016, Natural proxy records of temperature- and hydroclimate variability with annual resolution from the Northern Balkan-Carpathian region for the past millennium - review & recalibration, *Quaternary International*, 415: 109-125.
- Kovács J., Márkus L., Szalai J., Kovács I.S., 2015, Detection and evaluation of changes induced by the diversion of River Danube in the territorial appearance of latent effects governing shallow-groundwater fluctuations, *J. Hydrology*, 520(0): 314–325.
- Kuglitsch F.G., Auchmann R., Bleisch R., Brönnimann S., Martius O., Stewart M., 2012, Break detection of annual Swiss temperature series, *J. Geophys. Res.*, Vol. 117, D13105, doi:10.1029/2012JD017729
- Lean, J., J. Beer R. and Bradley (1995): Reconstruction of solar irradiance since 1610: Implications for climate change, *Geophys. Res. Lett.*, 22, 3195-3198.
- Lindau R., Venema V., 2013, On the multiple breakpoint problem and the number of significant breaks in homogenization of climate records, *Időjárás* (Quarterly Journal of the Hungarian Meteorological Service), 117, 1, 1-34.
- Lindau R., Venema V., 2015, The uncertainty of break positions detected by homogenization algorithms in climate records, *Int. J. Climatol.*, DOI: 10.1002/joc.4366

- Manley G., 1974, Central England Temperatures: Monthly means 1659 to 1973., *Q.J.R. Meteorol. Soc.*, 100 (425) 389-405.
- Márkus L., Berke O., Kovács J., Urfer W., 1999, Spatial Prediction of the Intensity of Latent Effects Governing Hydrogeological Phenomens, *Environmetrics*, 10(5): 633–654.
- Matyasovszky I., 1986, Meteorológiai idősorok modellezése ARMA folyamatok segítségével, Doktori értekezés, Eötvös Loránd Tudományegyetem, Meteorológiai Tanszék, Budapest
- Matyasovszky I., 2011, Detecting abrupt climate changes on different time scales, *Theor. Appl. Climatol.*, 105, 445-454.
- Matyasovszky I., Ljungqvist F.C., 2012, Abrupt temperature changes during the last 1,500 years, *Theor. Appl. Climatol.*, 112, 215-225.
- McCarthy M.P., Titchner H.A., Thorne P.W., Tett S.F.B., Haimberger L., Parker D.E., 2007 Assessing bias and uncertainty in the HadAT-Adjusted radiosonde climate record, *J. Climate*, 21, 817-832, DOI: <http://dx.doi.org/10.1175/2007JCLI1733.1>
- Meehl G.A., Karl T., Easterling D.R., Changon S., Pielke R. Jr., Chagnon D., et al. 2000, An introduction to trends in extreme weather and climate events: observations, socioeconomic impacts, terrestrial ecological impacts, and model projections, *Bulletin of the American Meteorological Society*
- Omumbo J.A., Lyon B., Waweru S.M., Connor S.J., Thomson M.C., 2011, Raised temperatures over the Kericho tea estates: revisiting the climate in the East African highlands malaria debate, *Malaria Journal*, 10:12 URL: <http://www.malariajournal.com/content/10/1/12>
- Parisi S.G., Antoniazzi M.M., Cola G., Lovat L. et al., 2014, Spring thermal resources for grapevine in Kőszeg (Hungary) deduced from a very long pictorial time series (1740–2009), *Climatic Change*, 126, 443–454, doi: 10.1007/s10584-014-1220-2
- Pelletier J.D., Turcotte D.L., 1997, Long-range persistence in climatological and hydrological time series: analysis, modelling and application to drought hazard assessment, *J. Hydrology*, 203, 198-208
- Priyadarshana W.J.R.M., Sofronov G., 2012a, A Modified Cross- Entropy Method for Detecting Multiple Change-Points in DNA Count Data, In Proc. of the IEEE Conference on Evolutionary Computation (CEC), 1020-1027, DOI: 10.1109/CEC.2012.6256470.
- Priyadarshana W.J.R.M., Sofronov G., 2012b, The Cross-Entropy Method and Multiple Change-Points Detection in Zero-Inflated DNA read count data, In: Y. T. Gu, S. C. Saha (Eds.) The 4th International Conference on Computational Methods (ICCM2012), 1-8, ISBN 978-1-921897-54-2.
- Priyadarshana W.J.R.M., Sofronov G., 2015, Multiple Breakpoints Detection in array CGH Data via the Cross-Entropy Method, *IEEE/ACM Transactions on Computational Biology and Bioinformatics*, 12(2), 487-498. doi:10.1109/TCBB.2014.2361639, ISSN: 1545-5963.
- R Core Team, 2008, R: A Language and Environment for Statistical Computing, R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, ISBN 3-900051-07-0, URL <http://www.R-project.org>
- Ross G.J., 2012, Modelling financial volatility in the presence of abrupt changes, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 392(2), 350-360.
- Ross G.J., 2015, Parametric and Nonparametric Sequential Change Detection in R: The cpm Package, *Journal of Statistical Software*
- Ross, G.J., Tasoulis, D.K., Adams N.M., 2011, Nonparametric Monitoring of Data Streams for Changes in Location and Scale, *Technometrics*, 53(4), 379-389.

- Shirvani A., 2015, Change point analysis of mean annual air temperature in Iran, *Atmospheric Research*, 160, 91-98.
- Steffensen, J.P. et al. (2008): High-resolution Greenland ice core shows abrupt climate change happens in few years, *Science*, 321, 680-684.
- Střeščík J. Veró J., 2000, Reconstruction of the spring temperatures in the 18th century based on the measured lengths of grapevine sprouts, *Időjárás*, 104, 123-136.
- Tomé A.R., Miranda P.M.A., 2004, Piecewise linear fitting and trend changing points of climate parameters, *Geophys. Res. Lett.*, Vol. 31, L02207, doi: 10.1029/2003GL019100
- Topál D., Hatvani I.G., Kern Z., 2017, Detecting breakpoints in annual $\delta^{18}\text{O}$ ice core records from North Greenland, In: Hatvani I.G., Tanos P., Cvetkovic M., Fodor F., (szerk.): 20th HU and 9th HR-HU Geomathematical Congress „Geomathematics in multidisciplinary science – The new frontier?”, Pécs, Reginal Committee of the Hungarian Academy of Sciences, pp. 20-27, ISBN: 978-963-8221-65-0 Konferencia helye, ideje: Pécs, Magyarország, 2017.05.11-13.,
- Topál D., Hatvani I.G., Matyasovszky I., Kern Z., 2015a, Break-point detection algorithms tested on artificial time series, In: Horváth J., Cvetković M., Hatvani I.G. (szerk.): 7th CR-HU and 18th HU Geomathematical Congress: "The Geomathematical Models: The Mirrors of Geological Reality or Science Fictions?". Konferencia helye, ideje: Mórahalom, Magyarország, 2015.05.21-23. Magyarhoni Földtani Társulat, pp. 147-154, ISBN:978-963-8221-58-2
- Topál D., Hatvani I.G., Matyasovszky I., Molnár S., Kern Z., 2015b, Comparison of breakpoint detection methods - implications for environmental time series analyses, In: Magó László, Kurják Zoltán (szerk.), IV. Synergy International Conference - Engineering, Agriculture and Green Industry Innovation: Book of Abstracts, 103 p. Gödöllő, Szent István University, p. 26. ISBN:978-963-269-505-1
- Topál D., Matyasovszky I., Kern Z., Hatvani I.G., 2016, Detecting breakpoints in artificially modified and real-life time series using three state-of-the-art methods, *Open Geosci.*, 8:78–98, DOI: 10.1515/geo-2016-0009
- Tsay R.S., 1988, Outliers, level shifts, and variance changes in time series, *J. Forecasting*, 7, 1-20.
- Varotsos P., Lazaridou M., 1991, Latest aspects of earthquake prediction in Greece based on seismic electric signals, *Tectonophysics*, 188, 3-4, pp. 321-347.
- Varotsos P.A., Sarlis N.V., Skordas E.S., 2003, Long-range correlations in the electric signals that precede rupture: further investigations, *Phys. Rev. E*, 67, 021109, <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevE.67.021109>
- Varotsos P.A., Sarlis N.V., Skordas E.S., 2009, Detrended fluctuation analysis of the magnetic and electric field variations that precede rupture, *Chaos*, 19, 023114, <http://dx.doi.org/10.1063/1.3130931>
- Varotsos P.A., Sarlis N.V., Skordas E.S., Lazaridou M.S., 2008, Fluctuations, under time reversal, of the natural time and the entropy distinguish similar looking electric signals of different dynamics, *J. Appl. Phys.*, 103, 014906, <http://dx.doi.org/10.1063/1.2827363>
- Vasseur D.A., Yodzis P., 2004, The color of environmental noise, *Ecology*, 85(4), 1146-1152.
- Vliet V.A.J.H., Schwartz M.D., 2002, Phenology and climate: the timing of life cycle events as indicators of climatic variability and change, *Int. J. Climatol.*, 22 (14), 1713-1714.
- Wang G., Xia J., Chen J., 2009, Quantification of effects of climate variations and human activities on runoff by a monthly water balance model: A case study of the Chaobai

- River basin in northern China, *Water Resour. Res.*, 45, W00A11, DOI:10.1029/2007WR006768
- Wang J., Zivot E., 2000, A Bayesian time series model of multiple structural changes in level, trend and variance, *Journal of Business & Economics Statistics*, 18, 3, DOI: 10.1080/07350015.2000.10524878
- Weissbach S., Wegner A., Opel T., Oerter H., Vinther B.M., and Kipfstuhl S., 2016, Spatial and temporal oxygen isotope variability in northern Greenland – implications for a new climate record over the past millennium, *Clim. Past.*, 12, 171-188.
- Williams S. D. P., 2003, Offsets in Global Positioning System time series, *J. Geophys. Res.*, 108(B6), 2310, doi:10.1029/2002JB002156
- Zhang N.R., Siegmund D.O., 2007, A modified Bayes information criterion with applications to the analysis of comparative genomic hybridization data, *Biometrics*, 63, 22-32.
- Zimmerman D.W., 1987, Comparative power of Student T test and Mann-Whitney U test for unequal sample sizes and variances, *The Journal of Experimental Education*, 55:3, 171-174, DOI: 10.1080/00220973.1987.10806451