

SZÁMÍTÓGÉPES MODELL A LÉGKÖRI SZÉN-DIOXID-MENNYISÉG HOSSZÚ TÁVÚ VÁLTOZÁSAINAK VIZSGÁLATÁRA

Szakdolgozat
Földtudomány alapszak
Meteorológia szakirány



Készítette: Kelemen Fanni Dóra

Témavezető: Dr. Havasi Ágnes

Eötvös Loránd Tudományegyetem
Földrajz- és Földtudományi Intézet
Meteorológiai Tanszék

Budapest, 2009

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés.....	3
2. A modell.....	6
3. A numerikus vizsgálat.....	14
4. Az emissziós függvények.....	17
5. Az óceán szerepe és savasodása.....	30
6. Összefoglalás.....	34
7. Köszönetnyilvánítás.....	35
8. Irodalomjegyzék.....	36

1. Bevezetés

Az ipari forradalom óta az ember egyre jelentősebben beleavatkozik a környezetébe. Ezek közé a hatások közé tartozik az ember által kibocsátott szén-dioxid is. A légkörbe bekerülő szén-dioxid közvetve vagy közvetlenül számos, a természetben lezajló folyamatot befolyásol, például az üvegházhatás, vagy az óceánok kémhatásának megváltoztatása révén. A szén-dioxid koncentrációjának alakulása tehát fontos kérdés, amelynek megválaszolásában segítségünkre vannak a számítógépes modellek.

A szén-dioxid koncentrációja a Föld légkörében sokat változott a földtörténet során. Az élet kialakulásakor, tehát körülbelül három és fél milliárd éve a légkörnek mintegy 10%-át a szén-dioxid tette ki. Később az oxigént tűró illetve termelő szervezetek megjelenésével kialakult a légkör mai összetétele, amelyben a szén-dioxid, mennyiségét tekintve a változó gázok közé tartozik, és a légkörnek körülbelül 0,3%-át teszi ki. Viszonylag kis mennyisége ellenére a hatása, illetve a koncentrációjában történő változások hatása igen jelentős.

Az antarktisi jégfuratok elemzéséből tudjuk, hogy a légköri szén-dioxid koncentrációja több ezer évig nagyjából állandó volt, de az iparosodás elterjedésével, a 19. századtól kezdődően növekedésnek indult. A koncentráció értéke mára körülbelül 30%-kal nőtt meg az iparosodás előtti időszakban mérthez képest (Doney, 2006). Az ember által kibocsátott szén-dioxid főleg a fosszilis tüzelőanyagok elégetéséből származik, ilyen módon évente körülbelül 7 Pg szén kerül a légkörbe szén-dioxid formájában (IPCC, 2001).

A szén-dioxidnak két nagy nyelője van a természetben, az egyik a bioszféra, a másik pedig az óceán. Régebben voltak, akik úgy gondolták, hogy az ember által kibocsátott többlet szén-dioxidot el fogja nyelni az óceán, illetve felhasználja majd az egyre dúsuló növényzet. Ma már tudjuk, hogy a fosszilis tüzelőanyagok elégetése által kibocsátott szén-dioxidnak mintegy 40%-a a légkörben marad, a szén-dioxid koncentrációját növelve. A maradékot pedig nagyjából egyenlő arányban felveszi az óceán és a bioszféra. Miután a szén-dioxid fontos üvegházgáz, légköri koncentrációjának növekedése az üvegházhatás erősödésével jár, ami hatással van a Föld éghajlatára. A szén-dioxid légköri koncentrációjának növekedése tehát a globális klímaváltozás egyik fő okozója.

A szén-dioxid koncentrációjának növekedése nem csak a légkörben okoz problémát. Az óceánba beoldódó szén-dioxid változásokat okoz az óceán kémiájában, mégpedig csökkenti a tengervíz amúgy enyhén lúgos kémhatását, illetve megváltoztatja a karbonát- és bikarbonátionok egyensúlyát. Az óceán tehát elsavasodik, ami sok tengeri élőlényt veszélyeztet, például azáltal, hogy megnehezíti a kalcium-karbonát vázat kiválasztó élőlények számára a szilárd váz építését. Ez azért is problémát jelenthet a jövőben, mert ezek az élőlények kulcsfontosságúak a tengeri élővilág táplálékláncában.

A bioszféra által felvett szén-dioxidnak nincsenek ilyen fenyegető következményei, sőt a növényi vegetáció szempontjából pozitív változás a légköri szén-dioxid koncentrációjának a növekedése. A visszacsatolási mechanizmusok és a hosszú távú folyamatok vizsgálatánál azonban nem szabad figyelmen kívül hagyni a bioszférában elraktározott szén mennyiségét.

A szén-dioxid koncentrációjának vizsgálata és jövőbeli alakulásának modellezése tehát több okból is elengedhetetlen. Szakdolgozatom témája egy egyszerűsített globális szén-dioxid-modell, amely nagyban leegyszerűsíti ugyan a természetben lejátszódó folyamatokat, de segítségével többet megtudhatunk a gáz dinamikájáról.

A modell egy közönséges differenciálegyenlet-rendszer megoldásán alapul. A közönséges differenciálegyenlet-rendszer hét egymással összefüggő egyenletről áll. Minden egyenlet egy kiválasztott tározó szén-dioxid-koncentrációjának időbeli változását írja le. Az egyenletrendszer pontos megoldását nem tudjuk előállítani, ezért a modell numerikusan számítja ki az eredményeket.

A dolgozatomban először ismertetem a modell felépítését és működését, majd néhány mondatban bemutatom a modellel korábban elvégzett numerikus vizsgálataink eredményeit.

A modellben eredetileg négy különböző emissziós függvény szerepel, melyek a jövőben várható antropogén szén-dioxid-kibocsátás mértékét írják le. Bemutatom a modellben szereplő négy emissziós függvényt és a különböző futtatások eredményeit, majd a hosszabb távú változások vizsgálatának céljából lefuttatom a modellt hosszabb időintervallumra is. Ennél a hosszabb időintervallumnál kibővítem a modellt további öt emissziós függvényvel, melyeket egy másik hasonló, de kicsit bonyolultabb modellből veszek. A kétféle emissziós függvényből kiválasztok egyet-egyét, és összevetem a velük kapott eredményeket. Ezen kívül összehasonlítom még a két

modell által számított légköri szén-dioxid-koncentrációkat is, és megvizsgálom a különbségek lehetséges okait.

Végül megvizsgálom, hogy az óceánba beoldódó szén-dioxid miként hat az óceán kémhatására. Bemutatom, hogy a modell által végzett pH-számítások milyen eredményt adnak, és hogy ez miért fontos az óceáni élővilág szempontjából.

2. A modell

Az éghajlatkutatásban nagyon fontos szerepet töltenek be az éghajlati rendszer működését leíró számítógépes modellek, amelyek segítségével előrejelezhető, hogy a jövőben hogyan alakul majd bolygónk éghajlata. A Föld éghajlati rendszere viszont olyan komplex rendszer, amelynek a működését máig nem ismerjük tökéletesen. A teljes rendszer megértésének érdekében meg kell értenünk az egyes részfolyamatokat, amelyek későbbi összekapcsolásából áll majd össze az egész. Az egyik ilyen alrendszer a szén-dioxid gáz dinamikája, hiszen a szén-dioxid koncentrációjának változása kihat az éghajlati rendszer több elemére is, nevezetesen az atmoszférára, a bioszférára és a hidroszférára, ahol megváltoztat bizonyos környezeti paramétereket. Ezen részfolyamatok megértésében is segíthetnek nekünk a számítógépes modellek.

A szén-dioxid légköri koncentrációjának értékét ismerjük, és az elmúlt fél évszázad mérési eredményei alapján (Keeling, 2008) megállapítható, hogy a légkörben egyre több szén-dioxid halmozódik fel. A szén-dioxid koncentrációjának alakulása egy nagyon összetett, és általunk még nem teljesen megértett folyamat eredménye. Annyit azonban már tudunk a szén-dioxid szintjét meghatározó fizikai illetve kémiai folyamatokról, hogy egy egyszerűsített szén-dioxid-modellt készítsünk, azzal a céllal, hogy megtudjuk miként alakul majd a jövőben a szén-dioxid koncentrációja.

Munkám során egy ilyen egyszerűsített globális szén-dioxid-modellt vizsgáltam meg, amelynek segítségével jobban beleláthatunk a szén-dioxid körforgásába (Griffiths et al., 2008).

A modell szükség szerűen csak leegyszerűsítése azoknak a természetben lejátszódó fizikai, kémiai folyamatoknak, amelyek a szén-dioxid körforgásában részt vesznek, mégis segíthet a különböző jelenségek, illetve paraméterek hatásának vizsgálatában. Az egyik ilyen szükségszerű egyszerűsítés az, hogy a modell nem tartalmaz klímakomponenseket. Habár tudjuk, hogy a szén-dioxid a globális felmelegedés egyik okozója, ezt a folyamatot kvantitatívan még nem ismerjük eléggé. Így a modell csak a szén-dioxid dinamikájával foglalkozik és nem ad eredményeket arra nézve, hogy a megnövekedett szén-dioxid-koncentráció milyen változásokat okoz majd az olyan éghajlati paraméterekben, mint például a hőmérséklet. Ez az egyszerűsítés hibákkal jár, hisz így a modell nem veszi figyelembe azt a negatív visszacsatolási folyamatot,

miszerint az óceán – vizének melegedésével – egyre kevesebb szén-dioxidot lesz majd képes elnyelni.

A modell a koncentráció értékein kívül kiszámítja még, hogy a felső óceáni réteg kémhatása hogyan alakul, hiszen az óceán pH-ja szoros kapcsolatban van az óceánban lévő szén-dioxid mennyiségével. Tehát egy modellfuttatás eredményéül szén-dioxid-koncentráció illetve pH értékeket kapunk.

A modell egy úgynevezett dobozmodell, amit úgy kell érteni, hogy minden doboz egy jól átkevert rezervoárt jelent, így egyszerűen modellezhetjük a tározók közötti anyagáramot és a tározók anyagtartalmának a változását. A modellben a globális szén-dioxid rendszert hét tározó, azaz doboz reprezentálja, melyek a következők:

- felsőléggör (upper atmosphere-ua)
- alsóléggör (lower atmosphere-la)
- rövid életű élőlények (short lived biota-sb)
- hosszú életű élőlények (long lived biota-lb)
- felső óceáni réteg (ocean upper layer-ul)
- mély óceáni réteg (ocean deep layer-dl)
- tengeri élővilág (marine biosphere-mb).

Mind a hét tározónak fontos szerepe van a szén-dioxid dinamikájában, mindamelltt viszonylag könnyű egy újabb tározót beépíteni, vagy egy régit kivenni a modellből. Tomizuka (2009) például egy nagyon hasonló szén-dioxid-modellt vizsgált, szintén hét tározóval, nála azonban a tározók a következők voltak: léggör, bioszféra, talaj, felszíni óceán, középső óceán, mélyóceán és az üledékek.

Minden tározóhoz egy koncentrációérték tartozik, amely az időben változik. Tehát a térbeli változékonyság a tározókon belül el van hanyagolva, azaz a modell teljes elkeveredést feltételez minden tározóban.

A koncentrációértékek tehát csak időben változnak, ezért a modell alapvető matematikai felépítése egy közönséges differenciálegyenlet-rendszer, amelynek egyetlen független változója az idő. A differenciálegyenlet-rendszerben az idő naptári években van mérve. A modell eredetileg úgy van beállítva, hogy 1850-től kezdődően számoljon 2100-ig, de ezek a paraméterek viszonylag egyszerűen megváltozathatóak, ahogyan azt később meg is tettük.

A modellben szereplő koncentrációértékek tehát a következők:

$c_{ul}(t)$	Felsőléggkör
$c_{la}(t)$	Alsóléggkör
$c_{sb}(t)$	Rövid életű élőlények
$c_{lb}(t)$	Hosszú életű élőlények
$c_{uk}(t)$	Felső óceáni réteg
$c_{dl}(t)$	Mély óceáni réteg
$c_{mb}(t)$	Tengeri élővilág

ahol t az időt jelöli, naptári évben.

A tározók sok mindenben különböznek egymástól, így a hozzájuk tartozó koncentrációértékek is igen széles skálán változnak. A koncentrációértékek közötti nagy különbségből adódó számolási nehézségeket úgy lehet kiköszörülni, hogy a koncentrációértékeket dimenziótlanítjuk, így az összes tározó koncentrációja egy közös skálára kerül. A dimenziótlanítást a következőképpen végezzük el:

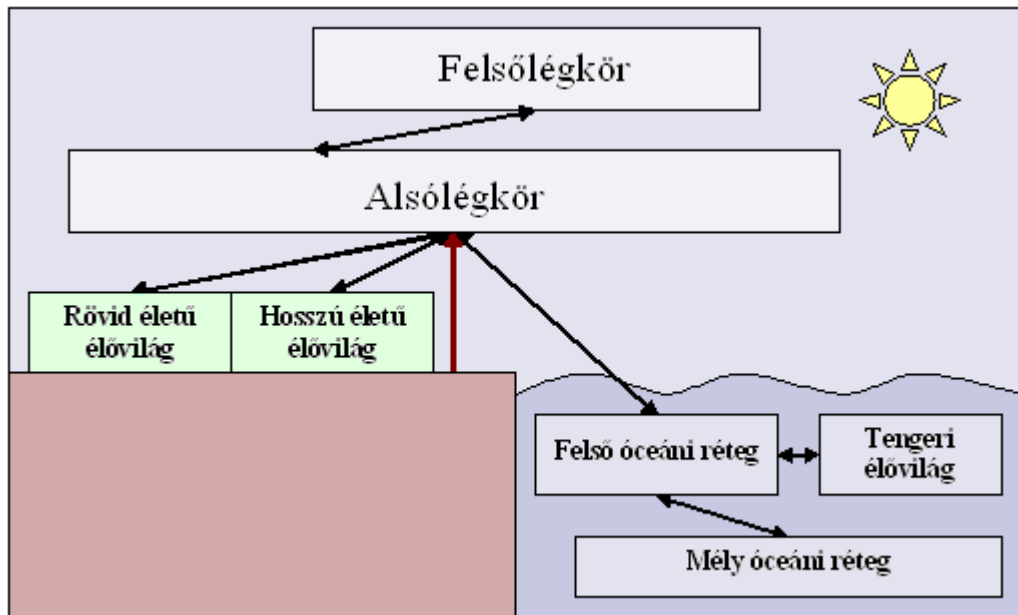
$$c(t) = \frac{c_{\text{dim}}(t) - c_{\text{dim}}(t = 1850)}{c_{\text{dim}}(t = 1850)}, \quad (1)$$

így tehát az összes tározóban a kezdeti, 1850-es érték lenullázódik, hiszen

$$c(t = 1850) = \frac{c_{\text{dim}}(t = 1850) - c_{\text{dim}}(t = 1850)}{c_{\text{dim}}(t = 1850)} = 0. \quad (2).$$

A modell eredményei tehát dimenziótlan koncentrációértékek lesznek, amiket persze vissza lehet alakítani dimenziós értékekké is, ehhez csak az kell, hogy ismerjük az adott tározó koncentrációjának értékét 1850-ben. A kezdeti időpontban tehát minden tározó koncentrációértéke nulla, és ha nem lenne semmilyen külső behatás, akkor ez az egyensúlyi állapot nem is változna. A probléma az antropogén szén-dioxid-kibocsátással kezdődik, ugyanis az ember ipari és egyéb tevékenységek során szén-dioxidot bocsát ki az alsóléggkörbe, ahonnan az átkeveredik az összes többi tározóba. Ezen folyamat által megbomlik a korábbi egyensúlyi állapot, és a tározókhöz rendelt koncentrációértékek nőni kezdenek.

A modell által megoldott közönséges differenciálegyenlet-rendszer hét egyenletből áll, azaz minden tározó koncentrációjának változását egy egyenlet írja le, ami összefügg a többi tározó egyenletével, mint ahogy a tározók is összefüggnek a természetben. A differenciálegyenletek az egyes tározók közötti kapcsolatokat, a szén-dioxid kicserélődési folyamatait írják le. Ezeket a folyamatokat szemlélteti az 1. ábra.



1. ábra. A dobozmodell tározói közötti kapcsolat.

A felsőléggör kizárólag az alsóléggörrel áll kapcsolatban. Ennél a két tározónál, amelyek jó közelítéssel tekinthetők a sztratoszférának és a troposzférának, a léggöröt a két elkülöníthető cirkulációs minta alapján osztották ketté. A legtöbb tározóval az alsóléggör van összeköttetésben, hiszen a felsőléggörön kívül még a szárazföldi vegetáció és az óceán felső rétege is kapcsolatban áll vele. Az ábrán a piros nyíl az antropogén szén-dioxid-kibocsátást jelöli, hiszen az ember az ipari és egyéb tevékenységek folytán közvetlenül az alsóléggörbe juttatja a szén-dioxidot. Az alsóléggörben lévő szén-dioxid nagy része a felső óceáni rétegbe kerül, innen a szén-dioxid átkerülhet a mély óceáni rétegbe illetve különféle formákban elraktározódhat a tengeri élőlények vázában is. A mély óceáni réteg óriási méretű tározó, ezáltal hosszú ideig képes sok szén-dioxidot elraktározni. A léggöri „többlet” szén-dioxid viszont csak a felső óceáni rétegen keresztül tud ide lekerülni, mégpedig egy igen lassú (az antropogén kibocsátásnál jóval lassabb) átkeverődési folyamat eredményeként.

Ezeket a kapcsolatokat és átkeverődési folyamatokat írjuk le kvantitatívan egy hét egyenletből álló közös differenciálegyenlet-rendszerrel, ahol $c_{\text{tározó}}$ jelenti az indexben szereplő tározó koncentrációját, t az időt, θ_{1-2} pedig az úgynevezett tartózkodási időt jelöli, vagyis azt az átlagos időt, amíg a szén-dioxid a 2-es jelzésű tározóból az 1-es jelzésűbe átkerül. Ez az egyenletrendszer a következőképpen írható fel:

$$\frac{dc_{ua}}{dt} = \frac{1}{\theta_{ua-la}}(c_{la} - c_{ua}) \quad (3)$$

$$\frac{dc_{la}}{dt} = \frac{1}{\theta_{la-ua}}(c_{ua} - c_{la}) + \frac{1}{\theta_{la-sb}}(c_{sb} - c_{la}) + \frac{1}{\theta_{la-lb}}(c_{lb} - c_{la}) + \frac{1}{\theta_{la-ul}}(c_{ul} - c_{la}) + Q_c(t) \quad (4)$$

$$\frac{dc_{sb}}{dt} = \frac{1}{\theta_{sb-la}}(c_{la} - c_{sb}) \quad (5)$$

$$\frac{dc_{lb}}{dt} = \frac{1}{\theta_{lb-la}}(c_{la} - c_{lb}) \quad (6)$$

$$\frac{dc_{ul}}{dt} = \frac{1}{\theta_{ul-la}}(c_{la} - c_{ul}) + \frac{1}{\theta_{ul-dl}}(c_{dl} - c_{ul}) + \frac{1}{\theta_{ul-mb}}(c_{mb} - c_{ul}) \quad (7)$$

$$\frac{dc_{dl}}{dt} = \frac{1}{\theta_{dl-ul}}(c_{ul} - c_{dl}) \quad (8)$$

$$\frac{dc_{mb}}{dt} = \frac{1}{\theta_{mb-ul}}(c_{ul} - c_{mb}) \quad (9)$$

$$Q_c(t) = c_1 e^{r_1 t} \quad (10)$$

ahol (10) az antropogén kibocsátást leíró exponenciális függvény. A modellben négy különböző mértékű kibocsátáshoz tartozó emissziós függvény van beprogramozva. A későbbiekben ezeket részletesen bemutatom, illetve megvizsgálom más, a programba általam beírt emissziós függvényeket is.

Az egyenletek tehát az egyes tározók koncentrációértékének az időbeli változásait írják le, a (3) egyenlet a felsőlégkörre, a (4) az alsólégkörre, az (5) a rövid életű élőlényekre, a (6) a hosszú életű élőlényekre, a (7) a felső óceáni rétegre, a (8) a mély óceáni rétegre, a (9) pedig a tengeri élővilágra vonatkozik.

A tározók közötti anyagáram mértékét általában igen nehéz pontosan meghatározni, a fluxusok számszerű becslése külön kutatások tárgyát képezi. Ebben a modellben viszont, ahogy az egyenletekből is látszik, a tározók közötti anyagáram le van

egyszerűsítve a tartózkodási idők (θ) reciprokára. Ez igen jelentős leegyszerűsítése a valóságnak, ami talán már hibának is tűnhet, de ebben az egyszerűsített modellben a cél érdekében elfogadjuk ezt az egyszerűsítést.

A tartózkodási idők értéke a következőképp alakul:

$$\theta_{la-ua} \text{ (a felsőlégkörből az alsólégkörbe)} = 5 \text{ év}$$

$$\theta_{ua-la} \text{ (az alsólégkörből a felsőlégkörbe)} = 5 \text{ év}$$

$$\theta_{la-sb} \text{ (rövid életű élőlényekből az alsólégkörbe)} = 1 \text{ év}$$

$$\theta_{sb-la} \text{ (az alsólégkörből a rövid életű élőlényekbe)} = 1 \text{ év}$$

$$\theta_{la-lb} \text{ (hosszú életű élőlényekből az alsólégkörbe)} = 100 \text{ év}$$

$$\theta_{lb-la} \text{ (az alsólégkörből a hosszú életű élőlényekbe)} = 100 \text{ év}$$

$$\theta_{la-ul} \text{ (felső óceáni rétegből az alsólégkörbe)} = 30 \text{ év}$$

$$\theta_{ul-la} \text{ (az alsólégkörből a felső óceáni rétegbe)} = 30 \text{ év}$$

$$\theta_{ul-mb} \text{ (a tengeri élővilágból az óceán felső rétegébe)} = 10 \text{ év}$$

$$\theta_{mb-ul} \text{ (az óceán felső rétegből a tengeri élővilágba)} = 10 \text{ év}$$

$$\theta_{dl-ul} \text{ (az óceán felső rétegből a mély óceáni rétegbe)} = 1000 \text{ év}$$

$$\theta_{ul-dl} \text{ (a mély óceáni rétegből a felső óceáni rétegbe)} = 100 \text{ év}$$

Ezek az értékek főként intuitív becslések alapján lettek meghatározva, ezért megvizsgálták, hogy az értékek megváltoztatása hogyan hat a modell kimenő értékeire. Az eredmény az volt, hogy az elsődleges modelleredmények nem érzékenyek az átlagos tartózkodási idők értékeinek kis változtatására. A becslések alapját a tározók milyensége határozta meg, így például az alsólégkörből a rövid életű élőlényekbe kerülő szén-dioxid tartózkodási ideje csak egy év, hiszen ezek az élőlények döntően mezőgazdasági növények, amelyek élettartama is egy év körül van. Az alsólégkörből a hosszú életű élőlényekbe kerülő szén-dioxid tartózkodási ideje száz év, hiszen itt fákról van szó, amelyek körülbelül száz évig élnek.

A tartózkodási időknek nem kell szükségszerűen megegyezniük a forrásnál és a nyelőnél. Így van ez a két óceáni réteg esetében is, ahol a mélyóceánra vonatkozó tartózkodási idő ezer év, a felső óceáni rétegre vonatkozó viszont csak száz év. Ez azért van így, mert a mély óceáni réteg egy sokkal nagyobb, és a felszíni rétegnél

kevésbé mozgalmasságú tározó, amely ezáltal akár ezer évig is raktározza az oda bekerült szén-dioxidot.

A tartózkodási idők, miután csak becsléseken alapulnak, bizonyos elgondolások alapján megváltoztathatók, így például, ha azzal a feltételezéssel élünk, hogy az esőerdők intenzív kitermelése a jövőben is folytatódik, ezzel csökkentve a fák, azaz a hosszú életű élőlények élettartamát, azzal a bennük elraktározott szén-dioxid tartózkodási ideje is lerövidülne. Ekkor θ_{lb-la} értékét, tehát azt az időt, ameddig az alsólégkörből származó szén-dioxid a hosszú életű élőlényekben elraktározódik, az eredeti száz évnél jóval alacsonyabb értékre kellene módosítanunk.

A tartózkodási idők értékei között igen nagy különbségek fedezhetőek fel, hiszen a legkisebb érték egy év, a legnagyobb pedig ezer év. Ez által a közönséges differenciálegyenlet-rendszer együtthatómátrixának sajátértékei közt több nagyságrendbeli különbség lesz, ami azt jelzi, hogy az egyenletrendszer enyhén merev, stiff. A stiff rendszerek a numerikus megoldó módszer körültekintő megválasztását igénylik, ezért a modell alkotói egy, a stiff differenciálegyenletek megoldására kifejlesztett numerikus módszert alkalmaztak.

A modell Matlab programban van megírva, és futtatni is ott lehet. A Matlab egy speciális programrendszer, illetve egy programozási nyelv, amely numerikus számítások elvégzésére alkalmas (<http://hu.wikipedia.org/wiki/Matlab>). A Matlab szó egy mozaikszó, jelentése „matrix laboratory”. Ez is kifejezi, hogy a Matlab egy olyan programrendszer, amely vektorokkal, mátrixokkal illetve többdimenziós tömbökkel elvégzendő műveletekre lett kifejlesztve. Ez azért előnyös, mert a program által megoldott, a modellben szereplő közönséges differenciálegyenlet-rendszer felírható a következő alakban:

$$\underline{y}'(t) = \underline{A}\underline{y}(t) + \underline{B}(t). \quad (11).$$

Itt $\underline{y}(t)$ egy, az időtől függő hét elemű vektor, amelynek elemei az egyes tározókhöz tartozó koncentrációértékek. Az $\underline{y}'(t)$ pedig az $\underline{y}(t)$ időbeli deriváltja, tehát elemei a koncentrációértékek időbeli deriváltjaival lesznek egyenlők, ami éppen a (3)-(9) egyenletek bal oldalát jelenti. \underline{A} egy hétszer hetes mátrix, ami a megfelelő együtthatókat, azaz a tartózkodási idők reciprokait tartalmazza. $\underline{B}(t)$ pedig egy szintén időfüggő hét elemű vektor, amelynek hat eleme nullával egyenlő, az egyetlen nemnulla eleme pedig az alsólégkör egyenletéhez tartozó, az antropogén kibocsátást

leíró emissziós függvénnyel egyenlő. Mivel a fenti egyenleteket nem tudjuk pontosan megoldani, az eredményeket a program numerikusan számítja ki.

A modellt úgy tudjuk futtatni, hogy a Matlabban meghívjuk a főprogramot egy olyan könyvtárból, amely a főprogram mellett tartalmazza a szükséges szubrutinokat is. Külön szubrutinban van beprogramozva a közönséges differenciálegyenlet-rendszer, az emissziós függvények, és ismét külön szubrutin végzi el az óceán kémiájával kapcsolatos számításokat, amelyek eredményei közt szerepel többek között az óceán pH-jának értéke is. A főprogram először deklarálja, hogy milyen időintervallumon, és milyen lépésközzel dolgozzon a program, majd egy, a Matlabba beépített differenciálegyenlet-megoldó szubrutin segítségével kiszámítja az egyes időlépcsőkre a hét tározó koncentrációértékeit. Ez a numerikus megoldómódszer az ode15s, ami egy implicit numerikus módszer. Ez azért jó, mert stiff problémákra az implicit módszerek stabilabbak az explicit módszereknél. Az explicit módszerek is használhatóak a probléma megoldására, de általában csak nagyon kis időlépcső mellett adnak ugyanolyan pontosságú eredményt, mint egy implicit módszer.

Miután a program befejezte a számításokat, az eredményeket függvényekként jeleníti meg. Ábrázolja az idő függvényében a szén-dioxid-koncentráció dimenziótlan értékeit az alsólégkörben, a felső és a mély óceáni rétegben, illetve az óceán pH-jának alakulását. Végül az alsólégkörre kapott dimenziótlan értékekből kiszámítja a ppm-beli megfelelőjüket, és a négy különböző emissziós függvényre kapott eredményeket egy közös ábrán rajzolja ki.

3. A numerikus vizsgálat

A modell alapját képező közönséges differenciálegyenlet-rendszer pontos megoldását az egyenletek bonyolultsága miatt nem tudjuk előállítani, így az eredményeket numerikus módszerrel kell kiszámítani.

Korábbi tudományos diákköri dolgozatunkban Brajnovits Brigittával (Brajnovits és Kelemen, 2009) megvizsgáltuk a modell viselkedését numerikus szempontból, ezt szeretném ebben a fejezetben röviden összefoglalni.

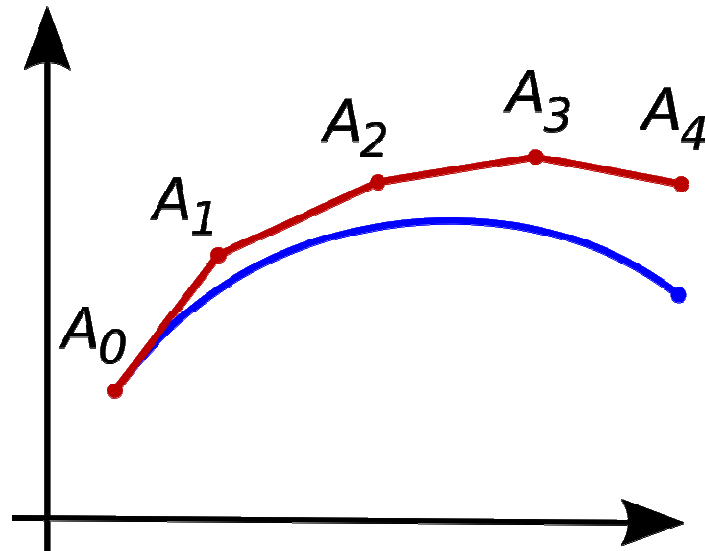
Az előző fejezetben már volt róla szó, hogy a modell alapját képező differenciálegyenletek enyhén merev, stiff rendszert alkotnak. A stiffness egyik jelzője, hogy a differenciálegyenlet-rendszer együtthatómátrixának sajátértékei közt nagyon kicsi és nagyon nagy számok is vannak. Ezen kívül a stiff rendszereknek az a tulajdonsága, hogy az explicit numerikus megoldó módszerek, az implicitekkel szemben, csak nagyon kis lépésköz (időlépcső) esetén tudnak stabil eredményt adni.

A modell különböző időskálákon végbemenő folyamatokat ír le, így a modellt meghatározó egyenletek együtthatói között az ezeket az időskálákat meghatározó tartózkodási idők reciprokai találhatóak meg. Innét erednek az együtthatómátrix elemei, és így a sajátértékei közti nagyságrendbeli eltérés is. A sajátértékek közti különbség, azaz a stiffness ennél a rendszernél nem túlságosan nagy, csak négy nagyságrendnyi, ezért kíváncsiak voltunk, hogy milyen eredményeket adna a modell, ha egy explicit megoldó módszerrel oldanánk meg a differenciálegyenlet-rendszert.

Munkánk során három, az eredetitől eltérő numerikus módszert vizsgáltunk meg, és összehasonlítottuk az eredményeiket. A programban eredetileg szereplő numerikus módszert, amely kiválóan alkalmazható stiff feladatok megoldására, nagy pontossága miatt referenciamegoldásként használtuk az általunk választott numerikus módszerek hibáinak kiszámításánál. Az általunk a modellbe beprogramozott három numerikus módszer az explicit Euler-, az implicit Euler- és a középponti módszer volt.

Az explicit Euler-módszer egy elsőrendű megoldómódszer, amely a három közül a legkevésbé stabil. A módszer működésének megértéséhez először tekintsünk egy közönséges differenciálegyenletet, ahol $y(t)$ a keresett függvény. Az n -edik időrétegen (t_n) ismert az y_n approximációja. A (t_n, y_n) rendezett párból úgy kapjuk

meg y_{n+1} -et, hogy a (t_n, y_n) ponton átmenő megoldásgörbe érintője mentén lépünk a (t_{n+1}, y_{n+1}) pontba, itt az időlépcső (h) hossza értelem szerűen $h = t_{n+1} - t_n$.



2. ábra. Az explicit-Euler módszer működése.

A 2. ábrán látható egy, az explicit Euler-módszerrel számított eredmény, itt a kék görbe jelöli a pontos megoldást, a piros vonal pedig a közelítő megoldást. Érthető módon, ha több lépésben végezzük el a közelítést, azaz az időlépcsőt lerövidítjük, akkor a numerikus megoldás is közelebb kerül a pontos megoldáshoz. Tehát minél rövidebb az időlépcső, a megoldás annál pontosabb, de az időlépcső rövidítésével a szükséges számítások mennyisége megnő, amit a számítógépek véges kapacitása miatt szintén figyelembe kell venni.

Az implicit Euler-módszer elve nagyon hasonlít az explicit Euler-módszeréhez, itt azonban a (t_{n+1}, y_{n+1}) pontból haladunk az érintő mentén vissza a (t_n, y_n) pontba. Mivel az n -edik időlépcső elején y_{n+1} még nem ismert, ezért egy implicit egyenletet kell megoldani. Az implicit Euler-módszerre készített ábra a 2. ábrához hasonló lenne, azonban most a numerikus megoldás a pontos megoldás alatt haladna.

A középponti módszer az előbbi két módszer egyesítésén alapul, itt 0,5-es szorzóval súlyozva vesszük figyelembe mindkét módszer megoldóképletét. Ez a módszer már másodrendű, így az előző kettőnél pontosabban közelíti a megoldást, és az implicit módszernek köszönhetően viszonylag stabil is.

A modellt úgy állítottuk be, hogy a numerikus integrálás során a számított értékeket tízévenként jelenítse meg, és az n paraméter azt jelölte, hogy a program hányat lépjen egy ilyen tíz éves időintervallum alatt. Tehát az időlépcső hosszát úgy kaphatjuk meg, ha a tíz évet elosztjuk n értékével. Lefutattuk a modellt $n = 10, 20, 40, 80$ és 160 -ra, itt értelemszerűen az $n = 10$ -es beállításnál a leghosszabb és $n = 160$ -nál a legrövidebb az időlépcső.

Az első futtatásnál, $n = 10$ -nél, tehát ahol a modell évenként csupán egyet lép, az explicit Euler-módszer instabilnak bizonyult, míg az implicit Euler- és a középponti módszer viszonylag jól közelítette a referenciamegoldást. A következő lépésben felére csökkentettük az időlépcső hosszát ($n = 20$), ekkor már az explicit Euler-módszer is megfelelően működött. Természetesen a legpontosabb eredményeket az $n = 160$ -as futtatásnál kaptuk.

A hibák vizsgálata azt mutatta, hogy a legjobban a középponti módszer alkalmazható a probléma megoldására, ugyanis a hibája mindvégig legalább két nagyságrenddel kisebb volt az explicit és az implicit Euler-módszer hibájánál. Ezen kívül még azért is jobb eredményeket adott a középponti módszer, mert ez a módszer már másodrendű, ezért az időlépcső finomításával nagyobb mértékben csökkent a hibája, mint a másik két módszernek.

Összehasonlítottuk a módszerek hibáit három tározóra, mégpedig az alsólégkörre, valamint a felső és a mély óceáni rétegre. Azt az érdekes eredményt kaptuk, hogy a mély óceáni rétegre mindhárom módszer pontosabb. Ennek az lehet az oka, hogy a mély óceáni rétegben eleve nagyon kis koncentrációértékekkel dolgozunk, illetve az, hogy az erre a tározóra felírt egyenlet egyszerűbb a másik két tározó egyenleténél.

Összességében tehát elmondhatjuk, hogy mivel a differenciálegyenlet-rendszer csak enyhén stiff, így már viszonylag nagy lépésköz esetén is használható az explicit Euler-módszer, de a feladatot a három általunk vizsgált módszer közül a legjobban a másodrendű középponti módszer oldja meg.

4. Az emisszós függvények

Emissziós függvényeken olyan függvényeket értünk, amelyek az idő függvényében megadják, hogy milyen mértékű az antropogén szén-dioxid emisszió. A modellben az időintervallum elején az összes tározó koncentrációértéke nullával egyenlő (a dimenziótlanítás miatt), így a tározók koncentrációértéke csak az antropogén szén-dioxid kibocsátás miatt nő az alsólégkörben, illetve az átkeveredés folytán a többi tározóban. Minthogy az emissziós függvény vezérli a szénkörforgást, roppant fontos szerepet tölt be a modellben.

A modellbe eredetileg négy, hasonló alakú, de eltérő mértékkel növekvő emissziós függvény van beprogramozva. A függvényeket a következő képlet írja le:

$$Q_c(t) = c_1 e^{r_1(t-1850)} \quad (12)$$

ahol t az 1850-től 2100-ig terjedő időintervallumot futja be. A (12) egyenletben c_1 egy állandó, amelynek értéke ($c_1 = 4,4 \cdot 10^{-3}$) úgy van megválasztva, hogy a 2007-re előrejelzett alsólégköri szén-dioxid-koncentráció megegyezzen a mért, 384 ppm-es értékkel. Az r_1 együttható két részből tevődik össze. Az egyik része $r_{1b} = 0,01$, ami 1850-től 2010-ig egyenlő r_1 -gyel mind a négy emissziós scenárióra. 2010-től 2100-ig r_1 különvált a négy emissziós függvényénél, értékét a következő lineáris interpolációval kapjuk meg:

$$r_1 = r_{1b} + r_{1c} \frac{t - 2010}{2100 - 2010} \quad (13)$$

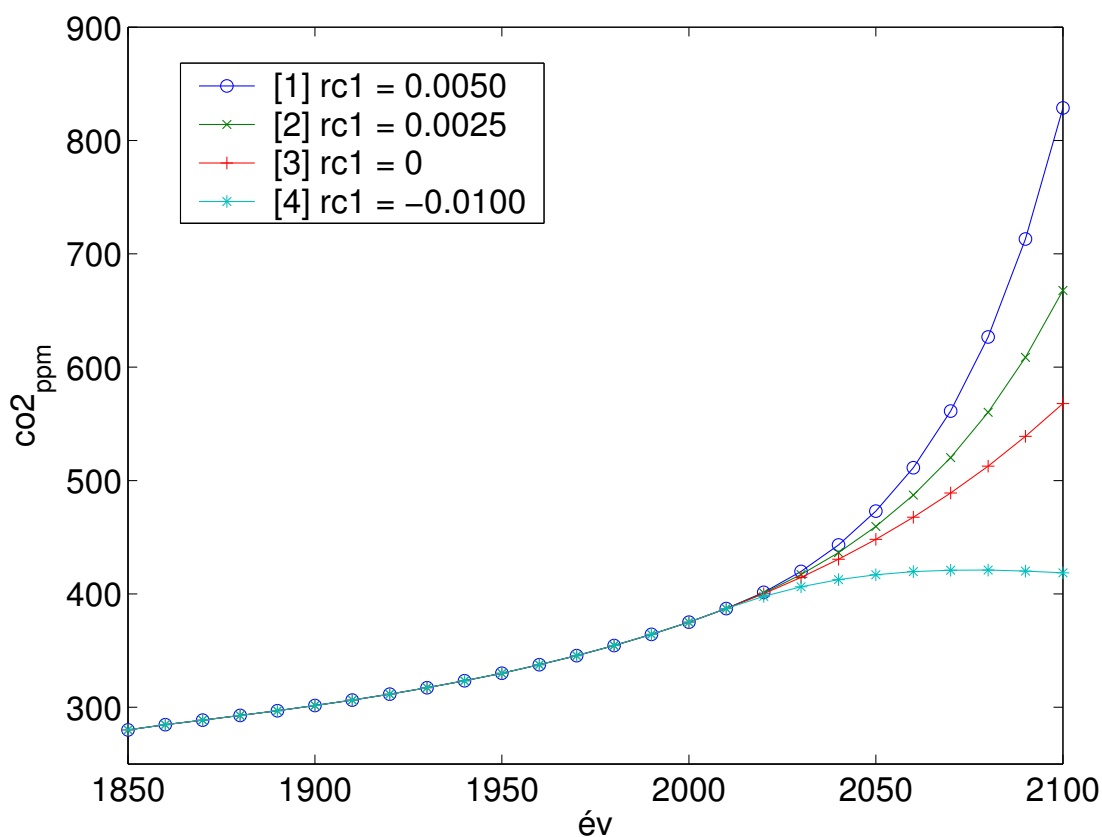
ahol az egyes esetekre

- $r_{1c} = 0,0050$ [1]
- $r_{1c} = 0,0025$ [2]
- $r_{1c} = 0,0000$ [3]
- $r_{1c} = 0,0050$ [4].

Az [1] esetben tehát r_1 értéke a 2010-es 0,01-ről 2100-ra $0,01 + 0,0050 = 0,015$ -re nő, ami a szén-dioxid-kibocsátás mértékének a 2010-es értékhez képesti, 50%-os növekedését jelenti. A [2] esetben r_1 25%-kal lesz nagyobb, azaz a negyedével nő meg a szén-dioxid-kibocsátás mértéke, így 2100-ban 0,0125-del lesz egyenlő. A [3] esetben nem nő tovább az antropogén szén-dioxid-kibocsátás mértéke, tehát r_1 végig

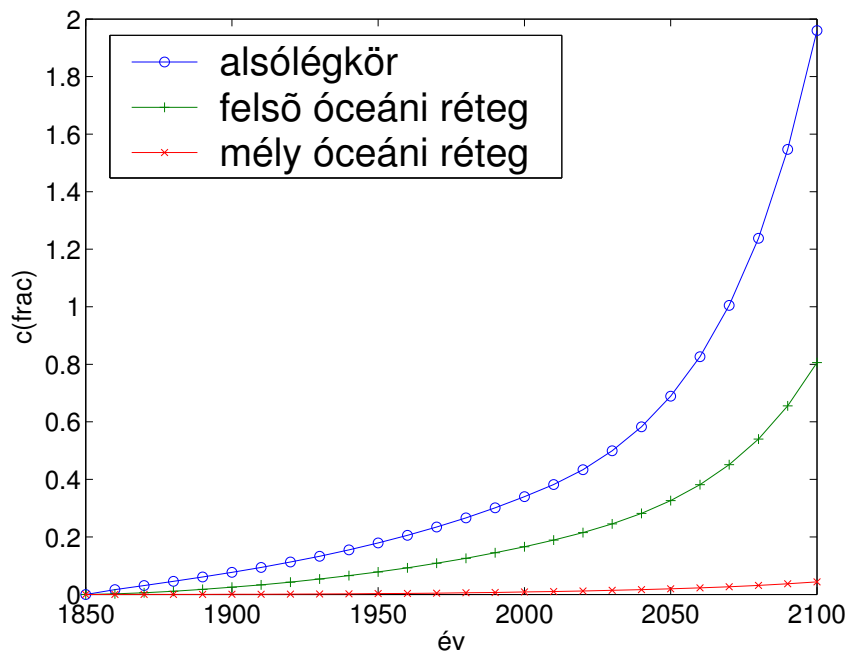
0,01 marad. A [4] esetben viszont 2010-től folyamatosan csökken a szén-dioxid-emisszió mértéke egészen 2100-ig, amikor r_1 értéke eléri a nullát. Ez nem azt jelenti, hogy teljesen megszűnik az antropogén emisszió, hanem azt, hogy beáll egy konstans értékre. Ez az eset úgy valósulhatna meg, ha a fosszilis tüzelőanyagokból nyert energiát valamilyen más energiatermelő forrásból tudnánk előállítani.

A modell egyedül az alsólégkör koncentrációértékeit számítja vissza dimenziós alakba, ezeket az eredményeket ábrázolja a 3. ábra. Ezen az ábrán jól látszik az emissziós függvények hatása, hiszen az antropogén szén-dioxid először az alsólégkörbe kerül be, így itt befolyásolja legjobban a tározó koncentrációértékét.



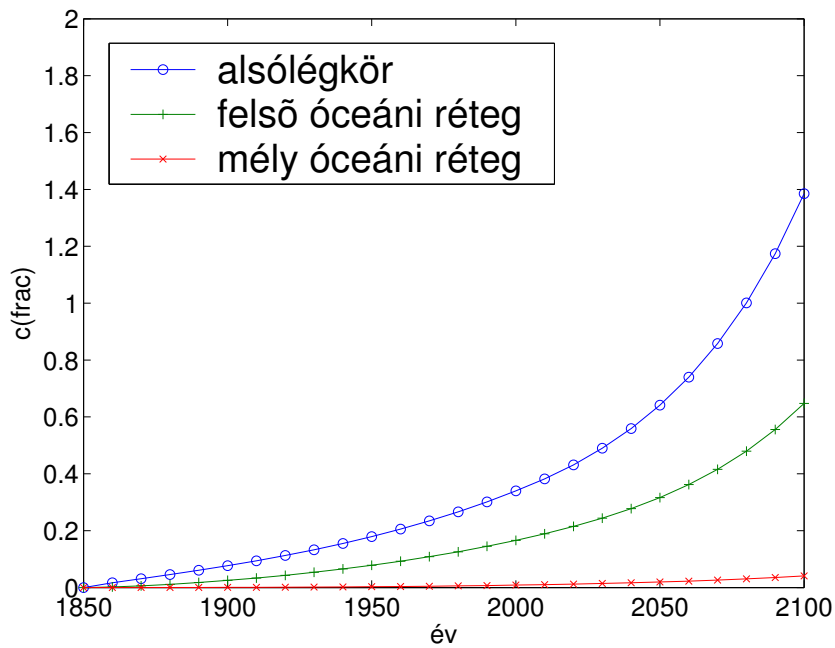
3. ábra. A négy emissziós függvényre kapott alsólégköri koncentrációértékek 2100-ig.

Nézzük meg, hogy az emissziós függvények hatására hogyan változott meg más tározók koncentrációja. A következő négy ábrán a négy emissziós függvényre kapott modelleredmények láthatók három tározóra, ezek az alsólégkör, a felső óceáni réteg és a mély óceáni réteg. A vízszintes tengelyen az idő szerepel 1850-től 2100-ig, a függőleges tengelyen pedig a dimenziótlan koncentráció olvasható le.



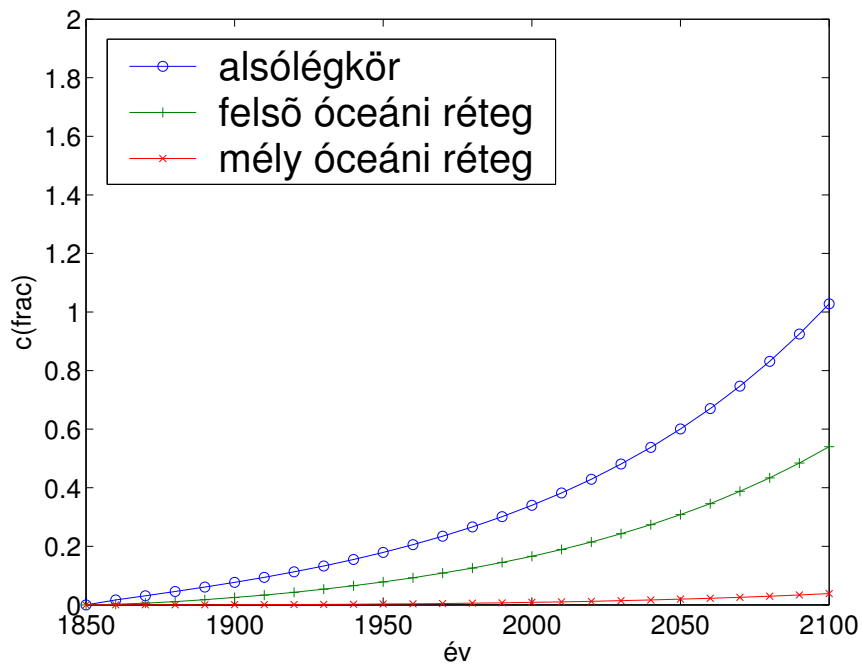
4. ábra. A szén-dioxid koncentrációk előrejelzése az [1] emissziós függvényre.

A 4. ábrán tehát az [1] emissziós függvényre kapott eredmények szerepelnek, ez az az emissziós függvény, amely szerint a 2010-es szén-dioxid-kibocsátás mértéke 2100-ra a másfélszeresére nő. Az emissziós függvény alakját jól követi az alsólégkör koncentrációjának alakulása. A felső óceáni rétegben már mérsékelt a növekedés, hiszen az átkeveredéshez idő kell. A mély óceáni rétegben pedig csak kissé emelkedett meg a koncentráció, hiszen az ide lejutó szén-dioxidnak először a felszíni rétegbe kell bekerülnie, majd onnan egy viszonylag lassú folyamat eredményeként tud lejutni a mély rétegbe. Az alsólégkörben ennek az emissziós függvénynek az esetében 828,7 ppm lenne a szén-dioxid koncentrációja. Ez az eredmény hasonlít az IPCC (2000) A2-es emisszió scenáriójának eredményére, ami 2100-ra 850 ppm-es koncentráció értéket jelez előre.



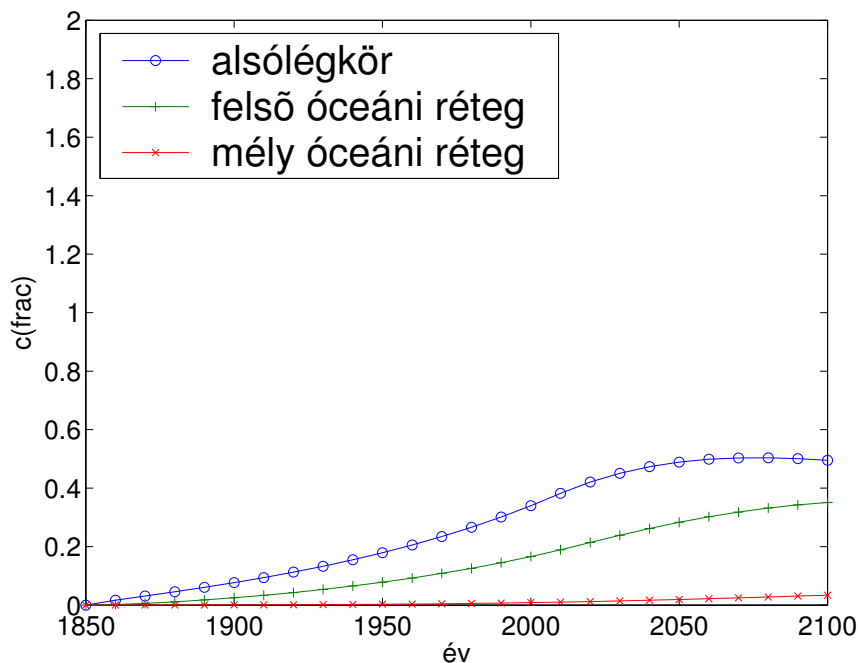
5. ábra. A szén-dioxid-koncentrációk előrejelzése a [2] emissziós függvényre.

Az 5. ábrán a mérsékelt növekedésű [2] emissziós függvény eredménye látható. Itt az alsólégkör szén-dioxid-koncentrációja 2100-ban 667,8 ppm, ami szintén hasonlít az IPCC egyik scenáriójának eredményére, mégpedig a B2-es scenárióra, amely esetén 625 ppm lenne 2100-ban a szén-dioxid légköri koncentrációja.



6. ábra. A szén-dioxid-koncentrációk előrejelzése a [3] emissziós függvényre.

A 6. ábrán a [3] eset eredményei láthatók. Ebben az esetben az egész időszak alatt ugyanolyan mértékű antropogén szén-dioxid-kibocsátást feltételezünk, azaz itt nem változik az exponenciális tag kitevőjének együtthatója. Ekkor 2100-ra 567,9 ppm-re nőne a szén-dioxid koncentrációja.

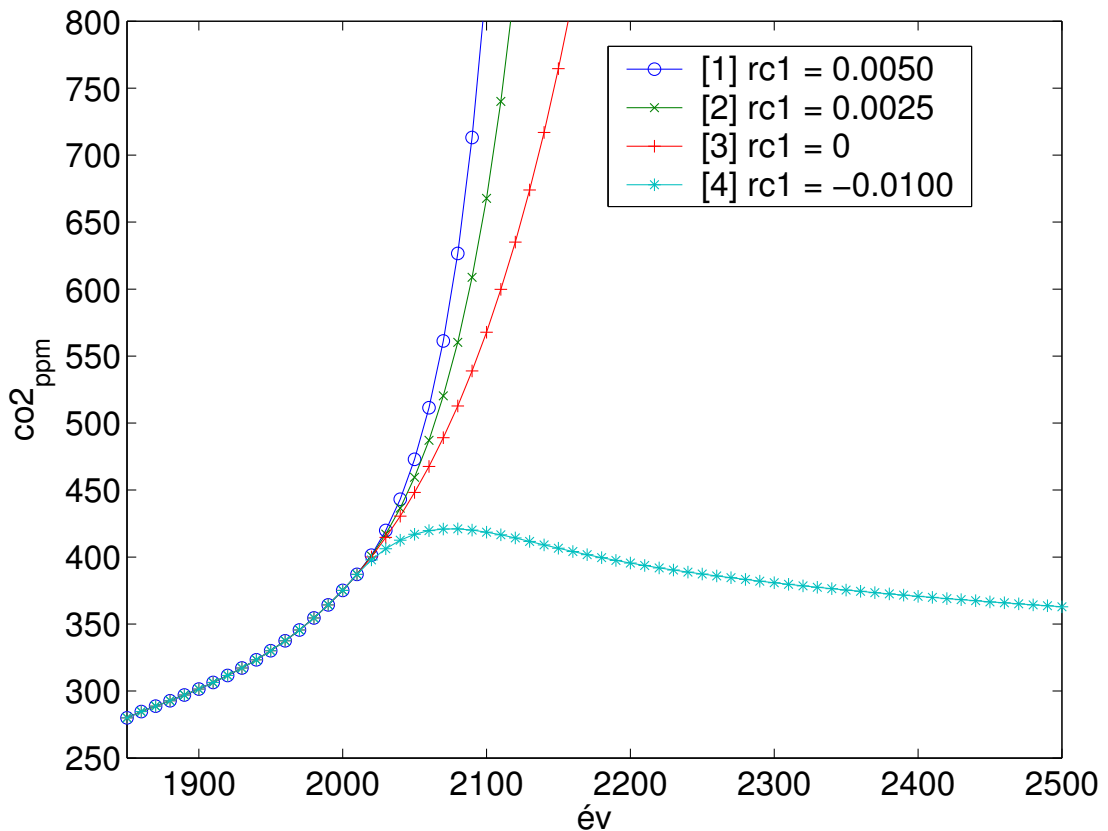


7. ábra. A szén-dioxid-koncentrációk előrejelzése a [4] emissziós függvényre.

A 7. ábrán a legoptimistább emissziós függvény eredményei láthatók. Ebben az esetben 2010-től 2100-ig, habár továbbra is egy exponenciális függvény írja le a emissziót, az exponenciális tag együtthatója folyamatosan lecsökken egészen nullára, ami a kibocsátás jelentős csökkenését jelenti. Ennek a csökkenésnek a hatása jól látszik az ábrán az alsólégkör illetve a felső óceáni réteg koncentrációin. A mély óceáni rétegben a tározó nagy tehetetlensége miatt nem érződik a csökkentés hatása. Valójában ezen az időskálán mind a négy forgatókönyvre ugyanolyan eredményeket kaptunk a mélyóceánban. Ez is jelzi, hogy milyen lassan reagál a mélyóceán a változásokra, és habár lassan változik meg a koncentrációja, de hosszú időre, hiszen az oda bekerült szén-dioxid akár ezer évig is ott marad, így igen sokáig van hatással a mély óceáni rétegre.

Kibővítettük a modell futásának időtartamát 650 évre, így 1850-től 2500-ig számol. Ezzel két célunk volt: egyrészt a hosszú távú változások vizsgálata, főleg az óceáni rétegekben, másrészt az, hogy le tudjuk futtatni a modellt azokkal az új emissziós

függvényekkel, amelyeket a modellbe beprogramoztunk, és amelyek 2000-től 2500-ig futnak.



7. ábra A négy emissziós függvényre kapott alsólégköri koncentráció értékek 2500-ig.

A 7. ábrán látható, hogy milyen eredményeket ad a modell az alsólégkörben a négy emissziós függvényre, ha meghosszabbítjuk a futtatás időtartamát 2500-ig. Az [1], [2] és [3] emissziós függvények továbbra is exponenciálisan nőnek, így értékük túlon belül nagy számokat vesz fel, olyanokat, amelyek biztosan nem reálisak, így ezekkel az emissziós függvényekkel a továbbiakban nem foglalkozunk. A [4] emissziós függvény eredményei viszont igen érdekesen alakulnak. Ebben az esetben 2100-tól kezdve az antropogén szén-dioxid-kibocsátás beáll egy nagyon kis, konstans értékre, és ennek eredményeként az alsólégkörben a szén-dioxid koncentrációja lassan csökkenni kezd. Ezt az magyarázza, hogy az átkeveredés folytán több szén-dioxid kerül át más tározókba, mint amennyi az antropogén kibocsátás értéke, így a szén-dioxid nem halmozódik fel az alsólégkörben, hanem koncentrációja lassan csökkenni kezd.

Mint már említettem, kibővítettük a modellt új emissziós függvényekkel, amelyeket a Caldeira és Wickett (2005) által használt óceáni általános cirkulációs modellből vettünk ki. Caldeira és Wickett a Lawrence Livermore National Laboratory (LLNL) óceáni általános cirkulációs modelljének egy változatát használta, három típusú futtatásra. Az első típusnál a szén-dioxid-emisszió értéke van megadva, és ebből számítja ki a modell a légköri szén-dioxid koncentrációját. A második eset az elsőnek éppen a fordítottja, azaz a légköri szén-dioxid-koncentráció értéke van előírva, és ebből számítják ki, hogy ezekben a rögzített koncentrációjú esetekben milyen mértékű szén-dioxid-emisszió a megengedett. A harmadik típusú futtatásnál pedig meg van adva az emissziós függvény és a rögzített szén-dioxid-koncentráció is. Ekkor a modell azt számítja ki, hogy mekkora mennyiségű többlet szén-dioxid került a légkörbe, amit részben vagy teljes egészében a mély óceáni rétegekbe lehetne „pumpálni”. A továbbiakban, mi csak az első, ún. „logisztikai” emissziós függvényekkel kapcsolatos típussal foglalkozunk.

A Caldeira és Wickett-féle logisztikai emissziós függvények azt írják le, hogy a következő néhány évszázadban, pontosabban 2500-ig összesen mennyi szén-dioxidot fogunk a légkörbe kibocsátani, és ez alapján alakítják ki a szén-dioxid-emisszió görbéit. A logisztikai emissziós függvényeket a következő levezetés alapján kapjuk meg.

Jelölje $F(t)$ az 1750-től t ideig kibocsátott teljes szén-dioxid mennyiségét PgC-ben, $E(t)$ pedig az egységnyi idő alatt kibocsátott szén-dioxid mennyiségét. Ezek alapján tehát

$$E(t) = \frac{dF(t)}{dt} \quad (14)$$

és

$$F(t) = \int_{1750}^t E(t') dt' \quad (15).$$

$E(t)$ -ről feltesszük, hogy arányos a t ideig kibocsátott összmennyiséggel, és a készletek kimerítésének mértékével csökken. Az emissziós függvényeket meghatározó teljes kibocsátott szén-dioxid mennyiséget ($totc$) megkapjuk, ha $E(t)$ -t integráljuk 2000-től 2500-ig, tehát

$$totc = \int_{2000}^{2500} E(t)dt = F(2500) - F(2000) . \quad (16).$$

$F(t)$ -re felírhatjuk a következő (17)(18) Cauchy-feladatot:

$$\frac{dF(t)}{dt} = aF(t)[F(2500) - F(t)] \quad (17)$$

$$F(2000) = 270 \quad (18)$$

ahol a egy arányossági tényező, amit ki tudunk fejezni, hiszen tudjuk, hogy

$$E(2000) = \frac{dF}{dt}(2000) = 6,8 \frac{\text{PgC}}{\text{év}} \quad (19)$$

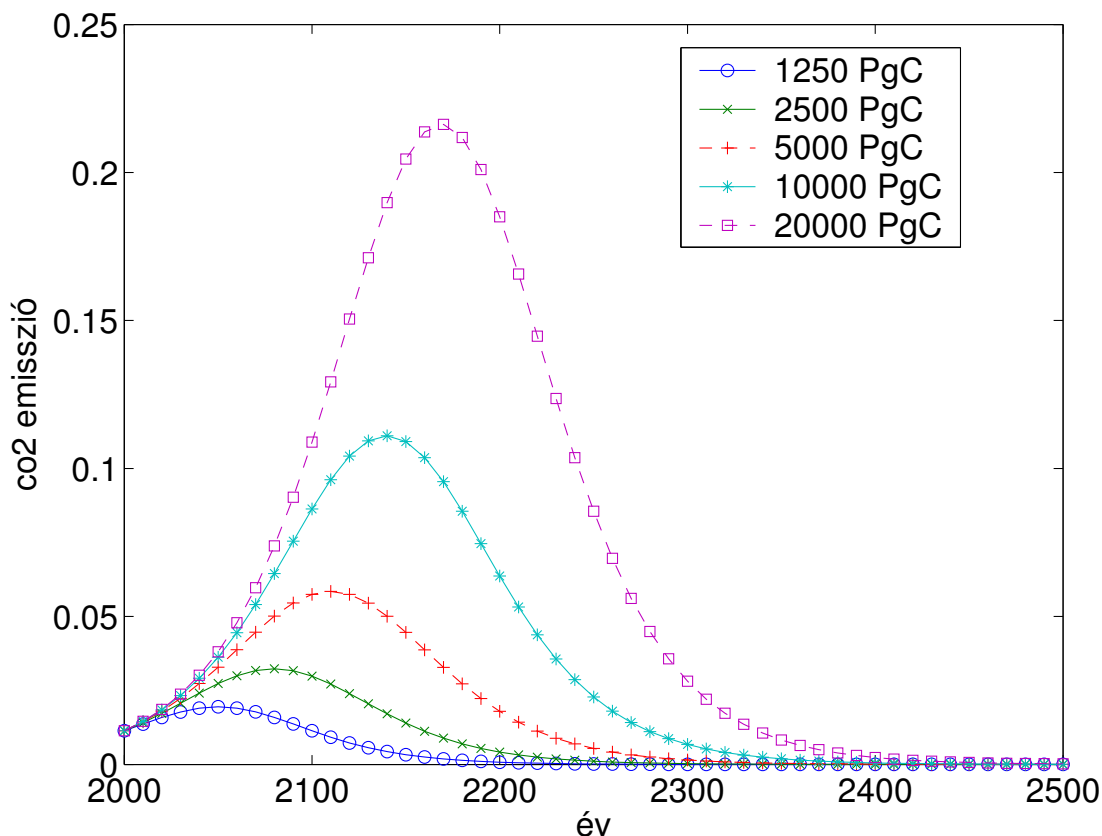
és így

$$6,8 = aF(2000)(F(2500) - F(2000)) = a \cdot 270 \cdot totc , \quad (20)$$

ahonnan

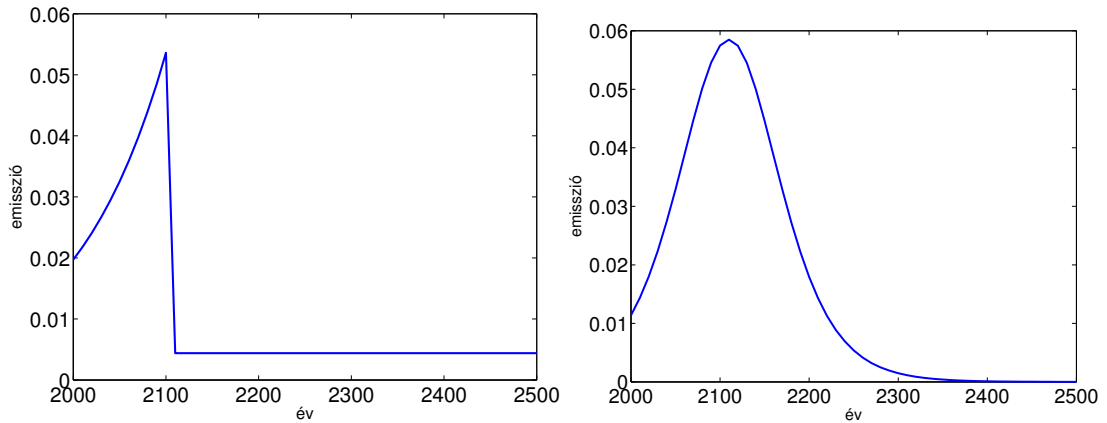
$$a = \frac{6,8}{totc \cdot 270} . \quad (21).$$

Az IPCC (2001) úgy becsüli, hogy a globálisan kitermelhető fosszilis tüzelőanyagok mennyisége nagyjából 5000 PgC (=18 300 PgCO₂) , ezért az ezen összeghez tartozó emissziós függvényt tekintjük az alap emissziós függvénynek. Elképzelhető, hogy a jövőben a technikai és a gazdasági fejlődésnek köszönhetően a valóban kitermelhető fosszilis tüzelőanyagok mennyisége 10 000 PgC-re nő, ezért a modellben szerepel egy 10 000 PgC összkibocsátású emisszió függvény. A kontinentális shelfeken lévő metán-hidrátok a becslések szerint szintén 10 000 PgC-t tartalmaznak, amit ha hozzáadunk az előzőhöz, akkor egy 20 000 PgC összkibocsátású emissziós függvényhez jutunk. Azonban az is elképzelhető, hogy a környezettudatosabb viselkedés hatására csökken a fosszilis tüzelőanyagok felhasználásának mértéke, így a rendelkezésre álló tartalékokat nem használjuk fel teljes egészében. Ezért belekerült a modellbe egy 2500 PgC és egy 1250 PgC összkibocsátású emissziós függvény is. A 8. ábrán ezeknek az emissziós függvényeknek az alakja és egymáshoz való viszonya van ábrázolva. Jól látható, hogy a függvények formája megegyezik, csak az értékek nagysága különbözik.



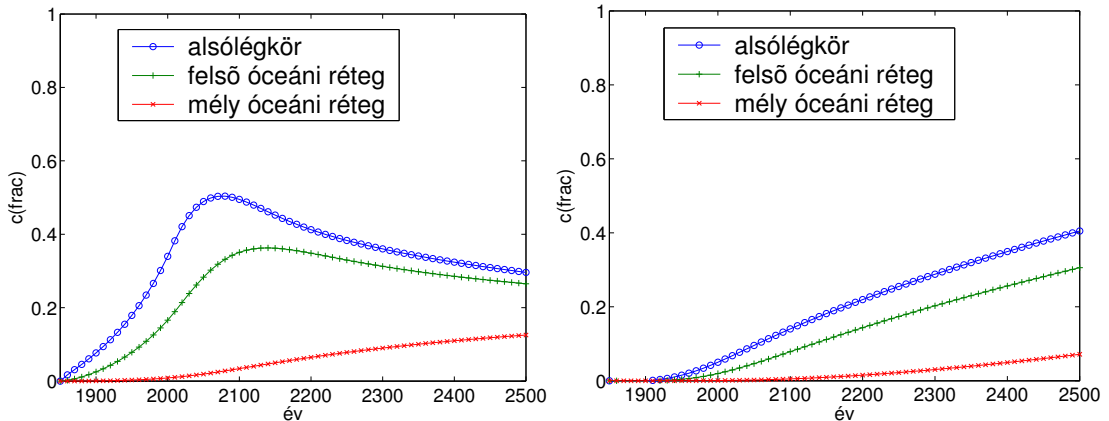
8. ábra. A logisztikai emissziós függvények dimenziótlán értékei.

Összehasonlításképp nézzük meg, hogy milyen eredményeket ad a modell az eredeti emissziós függvények közül a [4] emissziós függvényre, illetve az utólag beprogramozott logisztikai emissziós függvények közül az 5000 PgC összkibocsátására. A 9. ábrán látható a két emissziós függvény dimenziótlán alakja. A függvények hasonlítanak abban, hogy mindkettő 2100 körül veszi fel a maximumát, és ráadásul még a maximum értékek között is csak pár ezrednyi eltérés van. A maximum elérése után a [4] emissziós függvény rögtön, az 5000 PgC összkibocsátású pedig fokozatosan csökken le. Habár ránézésre úgy tűnik, hogy a [4] emissziós függvény által összesen kibocsátott szén-dioxid mennyisége – azaz a függvény integrálja – kisebb, mint a másiké, mégis a számításaink alapján a [4] emisszió függvényhez tartozó integrál értéke nagyobb, mint az 5000 PgC összkibocsátású logisztikai emissziós függvényhez tartozó integrálé.



9. ábra. A [4] és az 5000 PgC összkibocsátású emissziós függvények dimenziótlan alakjai.

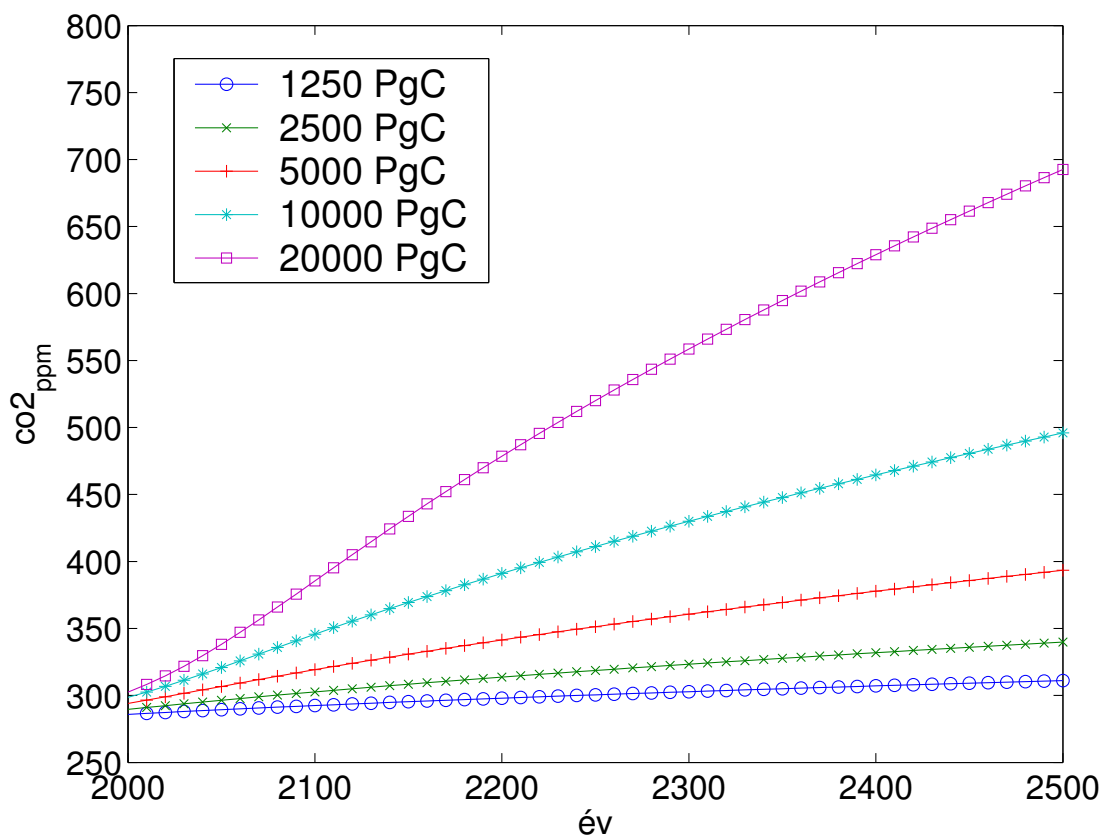
A függvények közötti különbség az eredményeiknél is szembetűnő.



10. ábra. A [4] és az 5000 PgC összkibocsátású emissziós függvénnyel kapott dimenziótlan koncentrációk az alsólégkörre, a felszíni és a mély óceáni rétegre.

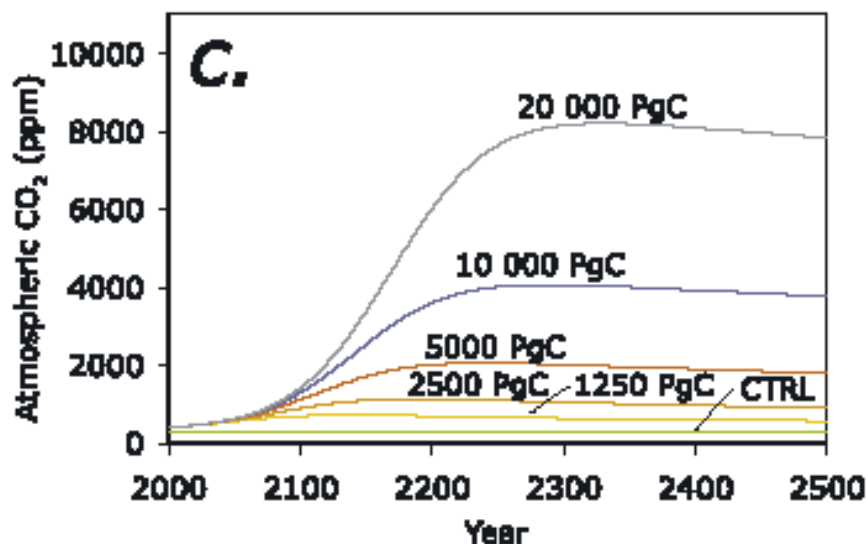
Habár a [4] emissziós függvény estében több szén-dioxid kerül a rendszerbe, a 2100 utáni drasztikus emissziócsökkenésnek köszönhetően 2500-ban 362,9 ppm a szén-dioxid alsó légköri koncentrációja, míg a másik esetben ez az érték 30 ppm-mel magasabb. A [4] esetben viszont több a kibocsátott szén-dioxid mennyisége, és ez nem tűnik el nyomtalanul: ha megnézzük a mély óceáni réteg koncentrációértékét, láthatjuk, hogy nagyobb, mint a logisztikai emisszió függvény esetében. Tehát a szén-dioxid nagy része lejut a mély óceáni rétegbe, és ott halmozódik fel.

A 8. ábrán látható logisztikai emissziós függvényekkel futtatva a modellt, a 11. ábrán látható eredményeket kaptuk. Jól látszik, hogy az antropogén kibocsátás hatására a szén-dioxid-koncentráció folyamatosan nő az alsólégkörben.



11. ábra. Az öt logisztikai emissziós függvényre kapott alsólégköri koncentrációértékek.

Hasonlítsuk össze a mi modellünk eredményeit a Caldeira és Wickett által használt LLNL óceánmodell eredményeivel, amelyeket a 12. ábra mutat be.



12.ábra. A Caldeira és Wickett féle LLNL óceánmodell eredményei az öt logisztikai emisszós függvényre. Forrás: Caldeira és Wickett, 2005.

A két modell eredményei között a legnagyobb különbség az, hogy az LLNL modell eredményei majdnem egy nagyságrenddel nagyobbak, mint a mi modellünk eredményei. Ezen kívül az LLNL modell szerint a szén-dioxid-koncentráció a kibocsátás ütemével egyezően nő, majd az emisszió visszaesésekor egy nagyon enyhe csökkenésbe kezd, míg az általunk használt modell szerint a szén-dioxid felhalmozódása a légkörben folyamatos ezen emissziós függvények mellett. A különbségek abból adódnak, hogy habár a két modell abban megegyezik, hogy mindkettő számít szén-dioxid-koncentrációt, mégpedig úgy hogy közben a változó klímával nem foglalkozik, de a két modell közben másra fektetik a hangsúlyt.

A LLNL modell egy óceáni általános cirkulációs modell, amely vertikálisan 24 szintre osztja az óceánt. Ez lehetővé teszi, hogy részletesen leírja az óceán kémiai illetve keveredési folyamatait, mint például a légkör és az óceán közötti szén-dioxid-cserét, ami az általunk használt modellben egyetlen paraméterre, a tartózkodási időre van leegyszerűsítve. Az LLNL modell felépítése az általunk használt modellénél bonyolultabb. Az LLNL modell ugyanis például néhány fokos horizontális felbontású, enyhén simított, de valós topográfiával dolgozik, míg az általunk használt modell az összes tározóban teljes elkeveredést feltételez, így elhanyagolja a lokális eltéréseket. Ezen kívül az LLNL modell a légkör és az óceán közti fluxus kiszámításánál figyelembe veszi a szél szerepét, és más felszíni kényszereket is, amelyeket havi átlagos klimatológiai értékekből számít ki lineáris interpolációval.

Az LLNL modell a légköri szén-dioxid-koncentráció értékét az emisszió, és az óceán és a légkör közötti szén-dioxid-fluxus mérlegéből számítja ki, a következő egyenlet alapján.

$$M_{atm} \frac{dc_{atm}}{dt} = F_{atm} - F_{ocean} \quad (22)$$

A (22) egyenletben M_{atm} a légkör moláris tömege, c_{atm} a légkör szén-dioxid koncentrációja, F_{atm} jelöli az emissziót, F_{ocean} pedig a légkör és az óceán közötti szén-dioxid-fluxust. Az emissziós függvények megadják F_{atm} értékét, az óceánmodell kiszámítja az F_{ocean} tagot, és a (22) egyenlet alapján előrejelzi a légkör szén-dioxid koncentrációját. Az általunk használt modell, habár a légkör és az óceán közti átkeveredést leegyszerűsíti, a légkör szén-dioxid koncentrációját egy, a (22) egyenletnél jóval bonyolultabb, közösleges differenciálegyenlet rendszer (3)-(9) megoldásával számítja ki.

Az LLNL modell nem veszi figyelembe, hogy a légkör felszínközeli rétegéből a szén-dioxid átkerülhet a felsőlégkörbe, ezzel csökkentve a troposféra szén-dioxid-koncentrációját. A másik igen fontos tározó, amelyet az LLNL modell nem vesz figyelembe, a bioszféra, amely a szén-dioxidnak az óceán mellett a másik legnagyobb nyelője. Az LLNL modell ugyanis egy teljesen semleges bioszférával dolgozik, így nem számol a nagy mennyiségű szén-dioxiddal, amit a szárazföldi vegetáció felvesz. Ezeknek a tározóknak a figyelembevételével az LLNL modell eredményeiben a szén-dioxid légköri koncentrációja jelentősen csökkenne.

A két modell közül egyik sem tekinthető pontosnak, hiszen mindkettő számos egyszerűsítést tartalmaz, és miután az általunk vizsgált modell inkább a légkörrel, az LLNL modell pedig inkább az óceánnal kapcsolatos folyamatokra helyezi a hangsúlyt, ezért eredményeik sem teljesen összehasonlíthatók. Azt azonban elmondhatjuk, hogy a két modell alkalmas kvalitatív következtetések levonására, ezáltal segítenek a szén-dioxid dinamikájával kapcsolatos folyamatok jelentőségének megértésében.

5. Az óceán szerepe és savasodása

A fosszilis tüzelőanyagok égetésével a légkörbe kerülő szén-dioxidnak körülbelül az egyharmadát az óceán nyeli el, ezáltal az óceán a szén-dioxid egyik legnagyobb nyelője. Az óceánba bekerülő szén-dioxid kémiai folyamatokon megy keresztül, és így megváltoztatja az óceán kémiját, többek között a pH-ját is. Ezek a változások olyan környezetet hoznak létre, amely az óceánban élő élőlények jelentős részének nem kedvező.

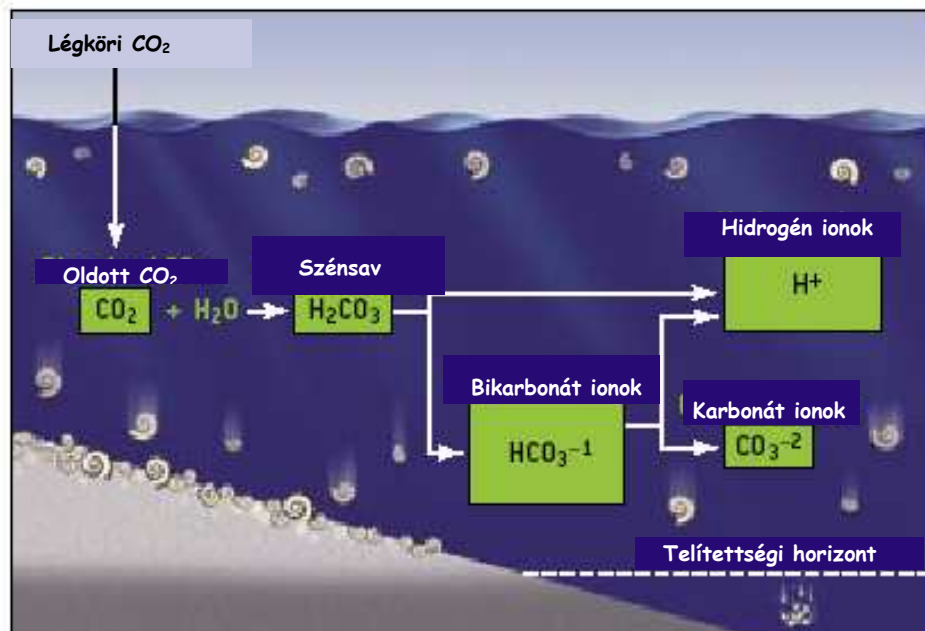
Az óceán a szén-dioxid egyik legfontosabb nyelője. Már a korábbi vizsgálatainknál láthattuk, hogy milyen nagy hatással van a légköri szén-dioxid-koncentrációra az óceán rétegei által elnyelt szén-dioxid. A mély óceáni réteg ráadásul igen hosszú ideig képes tárolni az oda lekerült szén-dioxidot, így logikus gondolatnak tűnik, hogy a légkörben felgyülemlett szén-dioxid egy részét a mély óceáni rétegekbe „pumpálva”, ott raktározzuk el. A légköri szén-dioxid-mennyiség ilyen módon való csökkentésének hatásait modellezték (Caldeira és Wickett, 2005), és arra a következtetésre jutottak, hogy ez sem járható út. Ugyanis a mély óceáni rétegekbe bepumpált szén-dioxid által annyira beleavatkoznánk az óceán kémijába, hogy az legalább akkora problémát okozna, mint a klímaváltozás.

A tengervíz kémhatása eredetileg, területileg eltérően 8 és 8,3 között volt (Doney, 2006), azaz az óceán enyhén lúgos, de az általa elnyelt szén-dioxid hatására a pH-ja csökken. Már most kimutatható, hogy az óceánok felszíni vizeinek pH-ja 0,1-del alacsonyabb a korábban mértnél, azaz az óceán savasodik. Az óceánban tehát a környezeti változások vizsgálatakor nem csak a szén-dioxid koncentrációját szükséges kiszámítani, hanem az azzal szorosan összefüggő pH-t is. Ezért az általunk vizsgált modell végez számításokat az óceán kémhatásának jövőbeli alakulásáról is.

A pH a vízben lévő hidrogénion koncentrációjával ($[H^+]$) függ össze, hiszen

$$pH = -\lg[H^+]. \quad (23).$$

A (23) egyenlet alapján a pH csökkenése tehát a hidrogénion koncentrációjának növekedését jelenti. A 13. ábrán láthatjuk, hogy milyen reakciók folytán nő az óceánban a hidrogénion mennyisége.



13. ábra. A szén-dioxid oldódása az óceánban. Forrás: Doney, 2006.

Első lépésben az óceánba beoldódó szén-dioxid a vízzel szénsavat képez:
 $CO_2 + H_2O \leftrightarrow H_2CO_3$, (24)

majd, mivel a szénsav gyenge sav, disszociál, bikarbonát- és hidrogénionokra:



A bikarbonátion szintén disszociál, mégpedig karbonát- és hidrogénionokra:



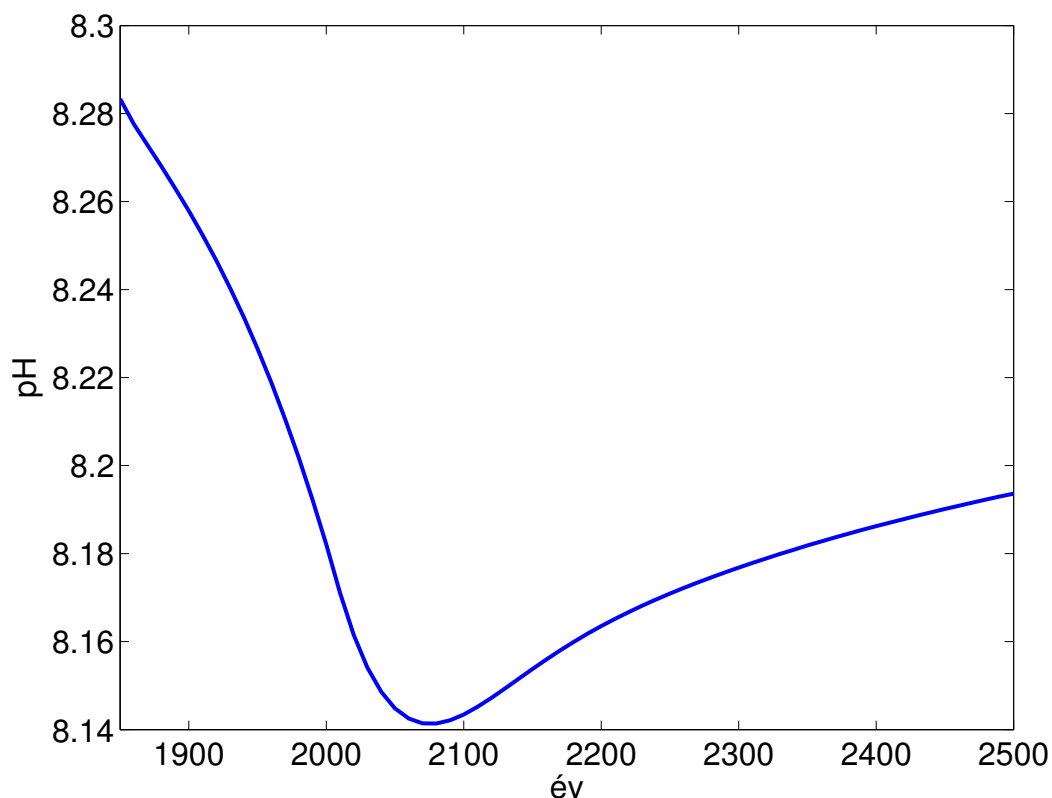
A szén-dioxid a (25) és a (26) reakció hatására jobban oldódik a vízben, mint kémiai átalakulások nélkül. A két reakció hidrogénionot termel, így hozzájárulnak az óceán savasodásához. Más reakciók is termelnek hidrogénionot, de ezek közül a modellünk csak a következő kettőt veszi figyelembe. A (27) reakcióban a víz disszociál hidrogén- és hidroxidionná:



A vízen kívül még a bór-hidroxid disszociációját is figyelembe veszi a modell:



A (25)-(28) egyenletek disszociációs együtthatóinak felhasználásával (Bacastow and Keeling, 1972), egy, a hidrogénion koncentrációjában negyedrendű egyenlethez jutunk, amit a modell a Newton-módszerrel old meg. A numerikus iteráció végén eredményül megkapjuk a hidrogénionok koncentrációját, amiből kiszámítható a pH.



14. ábra. A [4] emissziós függvényre kapott pH-értékek 2500-ig.

A modell pH-számításának eredményét a 14. ábrán láthatjuk; itt a [4] emissziós függvény van beállítva, és 2500-ig végzi el a számításokat a modell. Jól láthatóan az időszak elején, tehát amikor még jelentős az antropogén szén-dioxid-kibocsátás, a pH csökken. A pH a minimumát a szén-dioxid óceáni koncentrációjának maximumával nagyjából egy időben, 2070 és 2080 között veszi fel. Ekkorra az óceán pH-ja körülbelül 0,15-del kisebb, mint kezdetben, 1850-ben. A 22. század elejétől kezdődően a pH emelkedni kezd, amit ennél az emissziós scenáriónál azzal magyarázhatunk, hogy az óceán felső rétegeinek szén-dioxid-koncentrációja csökken, a nagyon lecsökkent antropogén kibocsátás, és a mély óceánba átkeveredő szén-dioxid hatására. A folyamatos emelkedés eredményeként a pH 2500-ban visszaáll az 1990-es szintre. Ez azért nem teljesen érthető mert, ahogy a korábban bemutatott 10. ábrán is látszik, a felső óceáni réteg szén-dioxid-koncentrációja 2500-ra nem áll vissza az 1990-es értékre, hanem magasabb annál. Tehát valószínűleg valamilyen olyan folyamat is lejátszódik az óceánban, amely segíti a pH gyorsabb visszaállítását.

A pH csökkenése, azaz az óceán savasodása súlyos veszélyt jelent a korallokra és más meszes vázat kiválasztó élőlényekre. Ezek a kis élőlények a halak, és a tengeri emlősök fő tápláléka, így pusztulásuk katasztrófát okozna a táplálékláncban.

A kalcium-karbonátot kiválasztó tengeri élőlények szilárd vázában a kalcium-karbonát két formában fordul elő, az egyik a kalcit, a másik pedig az aragonit. Az óceán felszíni meleg rétege kalcitra és aragonitra nézve túltelített, így az élőlények ki tudják választani a vízből a kalcium-karbonátot. A mélyebb, hidegebb rétegek viszont telítetlenek, így az odakerülő kalcium-karbonát ott feloldódik. A túltelített és a telítetlen réteg határát telítettségi horizontnak nevezzük. Megfigyelték, hogy az óceánba bekerülő szén-dioxid hatására a telítettségi horizont az 1800-as évekhez képest 50-200 méterrel magasabbra került. Ezáltal a kalcium-karbonátot kiválasztó élőlények élettere egyre csökken, ami a már említett tengeri tápláléklánc szempontjából igen aggasztó.

Az antropogén szén-dioxid-kibocsátás tehát az egész élővilágra hatással van, hiszen a klímaváltozás igen sok szárazföldi élőlény életfeltételeit megváltoztatja, az óceán savasodása pedig veszélyezteti a tengeri élővilágot.

6. Összefoglalás

Szaktervezőzetomban egy egyszerűsített globális szén-dioxid-modellt vizsgáltam meg, melynek célja a szén-dioxid dinamikájának jobb megértése.

Bemutattam a modellben szereplő szén-dioxid-rezervoárok közötti kapcsolatokat, amelyek alapján felírható az a közönséges differenciálegyenlet-rendszer, amelynek megoldásával a megfelelő szén-dioxid-koncentrációkat megkapjuk.

Megvizsgáltam a modell alapját képező közönséges differenciálegyenlet-rendszert, és ismerttettem a modellel korábban elvégzett numerikus vizsgálatunk eredményeit.

A 4. fejezetben bemutattam és megvizsgáltam a modellbe beprogramozott emissziós függvényeket. Megvizsgáltam, hogy milyen változások zajlanak le a tározókban, ha a modellbe eredetileg beprogramozott időintervallumnál hosszabb időt vizsgálunk. Ennél a 650 éves időintervallumnál az emissziós függvények közül már csak egy, a [4] maradt elfogadható, mert a többi az exponenciális növekedési ütem miatt irreálisan nagy értékeket vett fel. A vizsgálat következő lépéseként beprogramoztam a modellbe további öt, az eredetiektől sokban eltérő emissziós függvényt, amiket egy másik modelltől kölcsönöztem. Az új, úgynevezett logisztikai emissziós függvények közül kiválasztottam azt, amelyiknek bevéálása a legvalószínűbb, és ennek alakját és eredményeit összehasonlítottam az eredeti emissziós függvényekből megmaradttal. Összehasonlítottam ezen kívül még azt is, hogy milyen eredményeket ad az általam vizsgált modell és az, amelyikből az „új” emissziós függvényeket kölcsönöztem, az öt logisztikai emissziós függvényre. Eredményeik meglehetősen eltérőek voltak, amit azzal magyarázhatunk, hogy a két modell, habár sok hasonlóság van köztük, alapvetően más folyamatokra helyezi a hangsúlyt. Azt nem állíthatjuk, hogy bármelyik modell megoldása pontos lenne, de segítségükkel fontos kvalitatív következtetéseket vonhatunk le a szén-dioxid körforgásával kapcsolatban.

A vizsgálat utolsó lépéseként megnéztem, hogy az antropogén szén-dioxid-kibocsátás milyen hatással van az óceánra. Megállapítható, hogy általam vizsgált összes emissziós függvény esetében nő az óceánban lévő szén-dioxid koncentrációja, ami az óceán vizének elsavasodásához vezet.

Az antropogén szén-dioxid-kibocsátás tehát olyan negatív folyamatokat indított el a természetben, mint a klímaváltozás és az óceán elsavasodása. Ezek a változások nem kedvezőek sem az ember, sem a többi élőlény számára, és ha nem csökkentjük

drasztikusan a légkörbe kibocsátott szén-dioxid mennyiségét, akkor a kedvezőtlen hatások csak erősödni fognak a jövőben.

7. Köszönetnyilvánítás

Szeretnék köszönetet mondani elsősorban témavezetőmnek, dr. Havasi Ágnesnek a segítségéért és lelkiismeretes munkájáért, és Brajnovits Brigittának a közösen kidolgozott tudományos diákköri dolgozatunkban nyújtott munkájáért.

8. Irodalomjegyzék

Bacastow, R., and C. D. Keelin, 1972. Atmospheric Carbon Dioxide and Radiocarbon in the Natural Carbon Cycle: Changes from A.D. 1700 to 2070 as Deduced from a Geochemical Model, in Carbon in the Atmosphere (G. W. Woodwell and E. V. Pecan, eds.), Proceedings of the 24th Brookhaven Symposium in Biology, Upton, NY, May 16-18, published by the Technical Information Center, Office of Information Services, United State Atomic Energy Commission.

Brajnovits, B., és Kelemen, F., 2009. Egy egyszerűsített globális szén-dioxid-modell numerikus vizsgálata, Tudományos Diákköri Dolgozat (témavezető: Havasi Ágnes)

Caldeira, K., and M. E. Wickett, 2005. Ocean Model Predictions of Chemistry Changes from Carbon Dioxide Emissions to the Atmosphere and Ocean, Journal of Geophysical Research, vol. 110, C09S04, DOI:10.1029/2004JC002671

Doney, S. C., 2006. The Dangers of Ocean Acidification, Scientific American, March, 58-65 pp.

Griffiths, G. W., A. J. McHugh, W. E. Schiesser, 2008. An Introductory Global CO₂ Model, Internal report, City University, London, UK, Lehigh University, USA, University of Pennsylvania

Keeling, R. F., 2008. Recording Earth's Vital Signs, Science, vol. 319, 28 March 2008, 1771-1772 pp.

IPCC, 2000. Emissions Scenarios. A special reports of IPCC Working Group III. edited by N. Nakicenovic and R. Swart. Cambridge University Press, UK. 570 pp.

IPCC, 2001. Climate Change 2001: The Scientific Basis, edited by J. T. Houghton, Y. Ding, D. J. Griggs, M. Nouguer, P. J. van der Linden, X. Dai, K. Maskell, and C. A. Johnson, Cambridge University Press, Cambridge, UK., and New York, USA., 881 pp.

IPCC, 2001. Third Assessment Report of Working Group III, Mitigation, edited by B. Metz et al., Cambridge University Press, New York, 752 pp.

Tomizuka, A., 2009. Is a Box Model Effective for Understanding the Carbon Cycle?, American Association of Physics Teachers, DOI:10.1119/1.3013096