

**Globális spektrális sekélyvíz modell  
adaptálása a hazai számítástechnikai  
környezetre**

**Készítette:  
Barcza Zoltán**

**ELTE TTK  
Meteorológiai Tanszék**

**Témavezető: Szunyogh István**

**Készült 1994-ben**

# Tartalom

1. **Bevezetés**
  1. 1. Célkitűzés
  1. 2. Történelmi áttekintés
  
2. **Az adaptált modell**
  2. 1. A modellegyenletek
  2. 2. A spektrális transzformáció módszerének alkalmazása
    2. 2. a) A spektrális transzformáció
    2. 2. b) A kormányó egyenletek spektrális alakja
  2. 3. A szemi-implicit integrálási technika
  
3. **A domborzati hatás figyelembevétele**
  3. 1. A kormányzó egyenletek módosítása
  3. 2. A numerikus egyenletek módosítása
  
4. **A modell verifikálása**
  4. 1. Első kísérlet
  4. 2. Második kísérlet
  4. 3. Harmadik kísérlet
  
5. **A kód leírása**
  5. 1. Könyvtárak, szubrutinok
  5. 2. Hangelhető paraméterek
  
6. **Összefoglalás**

## 1. Bevezetés

### 1. 1.

A légkör különböző skálájú mozgásformáit az ún. **meteorológiai primitív egyenletek** írják le. A primitív egyenletrendszer a momentum-egyenletekből, a kontinuitási egyenletből és a termodinamikai egyenletből áll.

Emellett, elsősorban kutatási célokra, gyakran olyan modelleket alkalmaznak, amelyek nem a teljes egyenletrendszert oldják meg, hanem bizonyos közelítő feltételek bevezetésével leegyszerűsítik az egyenletrendszert.

\*

*Bourke* (1972), valamint *Machenhauer és Rasmussen* (1972) egy olyan modellt alkalmaztak, amely a légkört egy sekély, kvázi-kétdimenziós folyadékréteggént szimulálja. Az ilyen rendszereket leíró formulákat nevezzük barotróp primitív egyenleteknek, vagy újabban **sekélyvízi egyenleteknek**.

Természetesen ez a formalizmus nem csak a légkör modellezésére használható fel. Ugyanúgy alkalmas pl. az óceánok áramlásainak tanulmányozására és más egyéb hidrodinamikai problémák vizsgálatára is.

A sekélyvíz folyadék feltevésünk szerint összenyomhatatlan és sűrűdésmentes. Ezért a modell egy **tisztán áramlástan** modell, ahol energiaátalakulás csak oly módon történhet, hogy helyzeti energia alakul át mozgási energiává és viszont.

Nyilván modellünk egy igen durva közelítése a valódi légkörnek, azonban a tapasztalatok azt mutatják, hogy mégis kiválóan alkalmas a légkör dinamikájának vizsgálatára, modellezésére, és mint a szóban forgó spektrális modell is mutatja, alkalmas olyan új módszerek tesztelésére, amelyeket később bonyolultabb, a légkört jobban leíró modellekben is fel lehet használni.

\*

Céлом egy, az Egyesült Államokban kifejlesztett, sekélyvízi egyenleteket spektrális módszerrel megoldó programcsomag adaptálása, valamint továbbfejlesztése volt. A sekélyvízi egyenletek megoldása során figyelembe vehetjük a **domborzat** hatását is, de az eredeti globális sekélyvíz

modell nem tartalmazta a földfelszíni hatásokat, így azokat beépítettem a programba.

## 1. 2.

A légkörmodellek kormányzó egyenletei parciális differenciálegyenlet-rendszert alkotnak, amelynek általában nem ismerjük az analitikus megoldását, s így különböző numerikus módszereket kell alkalmaznunk a megoldásaik során.

\*

A spektrális módszer úttörője *Silberman* (1954), aki az örvényességi egyenletet oldotta meg a kölcsönhatási együtthatók módszerével.

Kiindulási egyenlete a barotróp örvényességi egyenlet volt:

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = -\underline{v} \nabla (\xi + f) \quad (\text{B1})$$

Átalakítások után az áramfüggvényre kapott egyenletet írta fel ortogonális gömbi harmonikus függvények összegeként. A spektrális reprezentáció eredményeképpen a prognosztikai egyenlet négyszeresen szummázott tagokat tartalmazott, bennük a kölcsönhatási együtthatókkal. Ez a modell csak az integrálás megkezdése előtt, a kezdeti értékek meghatározásánál dolgozott fizikai térben, utána minden művelet a spektrális térben zajlott, és emiatt a későbbiekben nem volt lehetőség a helyi fizikai folyamatok figyelembevételére.

A módszer bemutatása során *Silberman* (1954) elvégezte egy valós meteorológiai helyzet, az 1950 december 4.-i helyzet spektrális analízisét is, az 500 mb-os szinten.

\*

Silbermant követően többen is foglalkoztak a témakörrel, például *Gilchrist* (1957), *Lorenz* (1957), *Bryan* (1959), *Platzman* (1960) és *Ellsaesser* (1966), bár a legalapvetőbb problémát, a számítási hatékonyság növelését, egyiküknek sem sikerült megoldani.

A spektrális módszer, nem megfelelő számítástechnikai hatékonysága miatt, 15 éven keresztül igazából csak egy "játék modell" maradt a numerikus modellezők kezében.

Egy sokkal jobb megoldást kínált *Robert* (1966 ill. 1968), aki alacsonyrendű, nem ortogonális spektrális függvényeket alkalmazott a gömbi harmonikus függvények felírására. Módszerét sikeresen alkalmazta egy többszintű, primitív egyenleteket megoldó modellben, majd egy örvényességi

egyenletet megoldó modellben. Ez a fajta közelítés mellőzi a kölcsönhatási együtthatókkal járó bonyodalmakat azon az áron, hogy minden egyes időlépcsőnél végre kell hajtani egy ortogonalizációs eljárást.

\*

A módszer széles körű alkalmazását lehetővé tevő forradalmi változás 1970-ben következett be, amikor is *Eliassen et al.* (1970) és *Orszag* (1970) bevezették a **spektrális transzformáció** módszerét.

Az eljárás lényege, hogy spektrális térből átranzformáljuk az egyenleteinket a fizikai térbe, ott közelítjük a nemlineáris tagokat (a nem adiabatikus fizikai folyamatokat is ideértve), majd visszatranzformáljuk őket a spektrális (vagy hullámszám) térbe, ahol kiszámoljuk a tendenciákat, majd elvégezzük az idő szerinti integrálást a következő időlépcsőre.

A módszer tehát kombinálja a nem lokális (spektrális) számításokat a lokális (rácsponyi) közelítő eljárással.

*Orszag* (1970) megmutatta, hogy módszere lényegesen gyorsabb a hagyományosan alkalmazott eljárásnál. A számítási hatékonyság ilyen mértékű növelése azonban csak a gyors Fourier transzformáció alkalmazásával vált lehetővé.

Az új módszer egyben kevesebb memóriaterületet használ fel, ami szintén nagy előny.

*Orszag* (1970) az örvényességi egyenlet spektrális alakja kapcsán becslést adott az alkalmazott numerikus műveletek számát illetően, ezzel is igazolva módszere eredményességét.

Az új módszer hasznosságát bizonyítja az a tény is, mint arra *Bourke* (1972) is rámutatott, hogy kis változtatásokkal beépíthető a modellbe a szemi-implicit integrálási séma, amelyet a későbbiekben részletesen bemutatunk.

\*

Előnyei miatt ma már kizárólag a spektrális módszert alkalmazzák a globális modellezésben.

Az egyszerű két dimenziós alkalmazásokat az összetettebb három dimenziós modellek követték.

*Bourke* (1972), illetve *Machenhauer és Rasmussen* (1972) voltak az elsőek, akik a teljes spektrális transzformációs eljárást alkalmazták **sekélyvíz** modellre.

*Machenhauer és Rasmussen* (1972) kétfajta transzformációs eljárást különböztetnek meg, nevezetesen a fél-transzformáció (*half-transform*), illetve a teljes transzformáció (*full-transform*) módszerét.

A *half-transform* módszer lényege, hogy a spektrális koefficienseket csak az ún. Fourier térig (tehát nem a teljes fizikai térbe!) transzformálják át a szélességi körök mentén, itt végzik el a nemlineáris tagok közelítését, majd visszatranszformálják a Fourier együtthatókat a hullámszám térbe. Ezáltal rácsponti értékeket csak az észak-déli irányban kapunk, kelet-nyugati irányban nem. Éppen emiatt hívják ezt a módszert *half-transform* módszernek.

A *full-transform* eljárás lényege az, hogy az előbb említett Fourier-koefficienseket tovább transzformáljuk a fizikai térbe, így minden rácspontban megkapjuk az adott paraméter valódi fizikai értékét.

A *full-transform* eljárás nagyobb tárolókapacitást igényelt, viszont a szerzők tesztelése alapján gyorsabbnak tűnt, mint a *half-transform* eljárás.

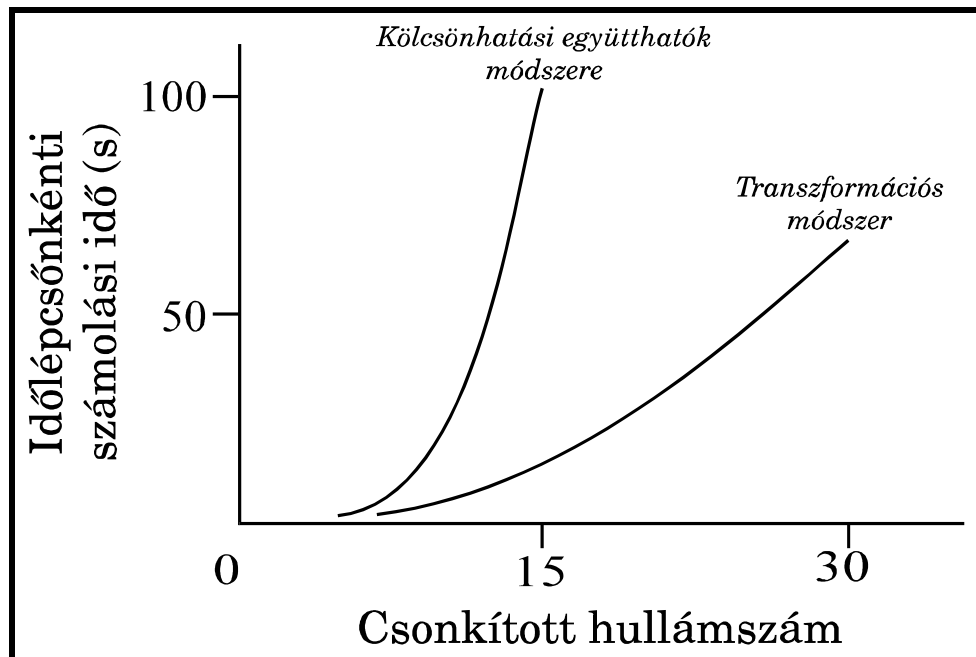
*Machenhauer és Rasmussen* (1972) az *Ország* (1970) által alkalmazott módszerhez elveiben hasonló, bár attól az alkalmazott numerikus sémákban eltérő módszert használtak, és összehasonlításként azt kapták, hogy a módszerük gyorsabb - mind a háromszöges, mind a paralelogrammáshoz viszonyítva -, mint az *Ország* (1970) által alkalmazott séma.

\*

*Ország* (1970) a már korábban említett írásában azt javasolta, hogy a hamis kölcsönhatások elkerülése végett a szélességi körök mentén  $4M$  darab ekvidisztans rácspontot alkalmazzunk a modellekben, ahol  $M$  a legmagasabb Fourier hullámszám fokszáma a kelet-nyugati reprezentációban. A már említett *Machenhauer és Rasmussen* (1972), illetve *Ország* (1971) egy még hatékonyabb módszert alkalmaztak (mint azt már említettük a *full-transform* módszer kapcsán), amivel elérték, hogy  $3M+1$  egyenlő távolságú rácspont felvétele is elegendő szélességenként a hamis kölcsönhatás-mentes Fourier-transzformációhoz, míg hosszúságonként legalább  $(5M+1)/2$  darab rácspont alkalmazása szükséges az egzakt transzformációhoz.

*Bourke* (1972) is a gyors Fourier transzformációt használta a számításai során. Az asszociált Legendre polinomokat *Belousov* (1962) módszerének segítségével számolta ki, hasonlóan az általunk alkalmazott módszerhez.

*Bourke* (1962) romboidális csonkítás használt, bár manapság a legkedveltebb csonkítás a háromszöges, jelen modellünkben mi is ezt használtuk a tesztelések során.



2. ábra

*Bourke* (1962) grafikusan szemléltette a különbséget a kölcsönhatási együtthatók módszere, és az alkalmazott spektrális transzformáció közt (habár ő romboidális csonkítást használ, azért az ábra nagyon szemléletes).

Grafikonja, ahol az egyik tengelyen a csonkított maximális hullámszám látható, a másikon az időlépcsőnkénti számolási idő, a 2. ábrán látható.

Az ábrából látható, hogy a kölcsönhatási együtthatók módszerénél a figyelembe vett móduszok számának igen kis mértékű növelése esetén is jelentősen csökken a számítási sebesség. *Bourke* (1972) megmutatta, hogy a sekélyvízi egyenletek spektrális alakjára is igaz az energia, a perdület, illetve a potenciális enstrofia invarianciája. Ezen mennyiségek állandósága a nemlineáris stabilitás feltétele, és lehetővé teszi a korlátlan idejű modellintegrálás végrehajtását.

A transzformációs modell teszteléseként két hosszú idejű integrálást hajtottak végre. A próbákat során  $M=15$ -ös csonkítást alkalmaztak. A kezdeti valós geopotenciál mezőkön egy inicializációs eljárást hajtottak végre a futtatás előtt. A két teszt közti különbség mindössze annyi volt, hogy az egyiknél a szabad felszín átlagos magassága 1.5 km, míg a másikonál 5.4 km volt.



Mindkét esetben 40 szélességi kört alkalmaztak a transzformációkhoz, mindegyiken 64 rácsponttal. Az időlépcsőt 1 órának választották, kihasználva a szemi-implicit séma feltétel nélküli stabilitását. Az első esetben minden 8. órában, a másodikban minden 4. órában egy módosított Euler-backward típusú integrációs lépést iktattak be.

A 116 napos teljes integrálási időtartam során megfigyelték, hogy a rendelkezésre álló energia, a perdület illetve a potenciális örvényességnégyzet állandósága igen kielégítően teljesült. Kis pontatlanságok a spektrális és az időbeli csonkításoknak tulajdoníthatóan léptek csak fel.

Néhány eltérés azért persze akadt a két teszt eredményei közt, például az energiaátalakulások mértékét befolyásolta a divergencia megnövekedése az első esetben.

Összegzésképpen *Bourke (1972)* is kifejtette, hogy az új módszer alkalmazásának hatására kb. egy nagyságrenddel megnőtt a számolás hatékonysága, bár ők viszonylag nagy, 15-ös csonkítású egyenleteket használtak.

\*

Szintén *Bourke (1974)* készített egy többszintű, spektrális módszerrel működő modellt. Ez valójában a fentebb említett sekélyvíz modell továbbfejlesztése. Az eredmények mutatják, hogy a sekélyvízi egyenleteknél bonyolultabb formulákat tartalmazó modell esetén is igen hasznos és jól alkalmazható a leírt spektrális transzformációs módszer.

*Bourke (1974)* egy ötszintű, Phillips-féle szigma rendszerben számoló program modellt alkalmazott, amely már - ellentétben a sekélyvízi egyenletekkel - tartalmazta a termodinamikai egyenletet is. A modell a száraz adiabatikus levegő áramlását írta le. Nem vette figyelembe a nedvesség hatásait, a sugárzási folyamatok, a földfelszín és a konvektív folyamatokat. A kormányzó egyenletek a mozgásegyenlet, a kontinuitási egyenlet, a termodinamikai egyenlet, és a hidrosztatikai feltétel egyenlete volt; az integrálási módszer szemi-implicit. A hamis kölcsönhatások elkerülése végett itt is  $3M+1$ -nél több rácspontot kellett felvenni a szélességi körök mentén, és  $(5M+1)/2$ -nél többet a hosszúságok mentén (ahol  $M$  az alkalmazott romboidális csonkítás fokszáma).

FORTRAN nyelvű program szolgáltatta a numerikus integrálási eljárást, alkalmazva a gyors Fourier transzformációt és *Belousov (1962)* eljárását az asszociált Legendre polinomok előállítására.

15-ös csonkítású modellt alkalmazva, 2400 s-os időlépcsővel 24 órás modellidő mellett 13 percig tartott a teljes integrálás a melbourne-i

Meteorológiai Intézet IBM 360/65 típusú számítógépén. A model felbontása: összesen 20 szélességi körön, egyenként 48 ekvidisztans pontot használtak a transzformációhoz.

Amint azt a vizsgálatok mutatták, a modell kielégítően eleget tett az összenergia, a tömeg és a perdület konzerválásának.

\*

Történeti áttekintésünk beszámolt egy dinamikusan fejlődő, viszonylag újkeletű módszer fejlődéséről. Az eljárás eleinte majdhogynem használhatatlannak tűnt, majd 1970-től, a metódus szignifikáns felgyorsítása után széles körben elterjedt és a numerikus modellezők kedvelt eszközévé vált, bár matematikai struktúrája némileg összetettebb, mint a hagyományos eljárásoké. Napjainkban is mind újabb és bonyolultabb alkalmazásokban jelenik meg a spektrális transzformáció módszerének alkalmazása.

Az általam adaptált és vizsgált globális spektrális sekélyvíz modell (*Hack és Jakob, 1992*) kiváló példája a módszernek. Összegzi a témakörhöz kötődő többéves kutatások eredményeit, és egy remek, kutatási célokra is kiválóan alkalmazható eljárást ad a kezünkbe, a szerzőknek köszönhetően.

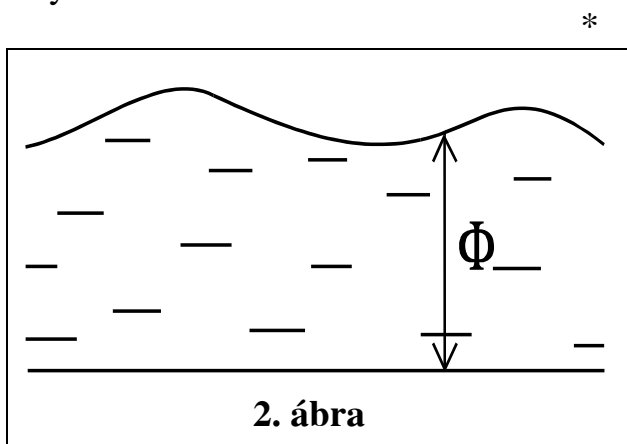
## 2. Az adaptált modell

### 2. 1.

Az általam adaptált modellt az Egyesült Államokban, a National Center for Atmospheric Research-ben (NCAR) fejlesztette ki *Hack és Jakob* (1992). Az algoritmus szorosan kapcsolódik a Williamson és társai által 1987-ben kifejlesztett NCAR Community Climat Model-hez.

A programot *Hack et al.* (1989) spektrális shallow water modelljéből fejlesztették tovább. *Hack et al.* (1989) programja a sekélyvízi egyenletek gömbi koordináta-rendszerben való megoldására alkalmazott három különböző módszert hasonlított össze. Ezek közül az egyik a spektrális transzformáció módszere volt.

A legfőbb változtatás az eredeti kódhoz képest az, hogy az állapotjelzők időbeli fejlődésének nyomonkövetése fizikai térben történik, a spektrális tér helyett.



Tételezzük fel, hogy egy sík felszínű, nagy kiterjedésű forgó gömb felszínén a gömb méretéhez képest csekély vastagságú folyadékréteg helyezkedik el (**2. ábra**). Feltételezzük, hogy a folyadékunk homogén, összenyom-hatatlan, súrlódásmentes és hidrosztatikus

állapotban van. A részecskék áramlását, a folyadék örvénylését és a folyadék felszínének magasságát egy adott pontban viszonylag egyszerű fizikai formulákkal vizsgálhatjuk.

Vegyük szemügyre az **1. ábrát**. A felszín feletti folyadékvastagságot jelöljük  $h(\lambda, \phi, t)$ -vel. A folyadék felszínén uralkodó nyomás tetszőlegesen választható. Vegyük minden pontban állandónak.

Legyen a horizontális mozgások jellemző mérete  $L$ . A folyadékréteg átlagos vastagságát jelöljük  $D$ -vel. A sekélyvíz közelítés alapfeltétele az, hogy a

$$\frac{D}{L} \ll 1 \quad (1)$$

egyenlőtlenség teljesüljön. Írjuk fel a dinamikus meteorológiából jól ismert áramlástan mozgásegyenletet:

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} + f\mathbf{k} \times \mathbf{v} = \mathbf{g} - \frac{1}{\rho}\nabla p \quad (2)$$

ahol  $f$  a Coriolis paraméter,  $\mathbf{v}$  a háromdimenziós szélvektor és  $\mathbf{k}$  a vertikális egységvektor. Nagyságrendi analízisnek alávetve a fenti egyenleteket, valamint kihasználva az (1)-es egyenlőtlenséget megkapjuk a hidrosztatikai közelítést:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \quad . \quad (3)$$

Integrálva a (3) egyenletet azt kapjuk, hogy:

$$p = -\rho gz + C(\lambda, \phi, t) \quad . \quad (4)$$

A folyadék felszínének nyomását mindenütt állandónak választottuk:

$$p(\lambda, \phi, h) = p_0 \quad . \quad (5)$$

(4)-et  $z=h$  helyen véve,  $C$ -t kifejezve, majd visszahelyettesítve (4)-be kapjuk:

$$p = \rho g(h - z) + p_0 \quad . \quad (6)$$

Tehát a nyomás egyenlő a konstans felszíni nyomás és a folyadékoszlop súlyából származó nyomás összegével.

Ezáltal a horizontális gyorsulás független lesz  $z$ -től:

$$\nabla p = \rho g \nabla h \quad (7)$$

(ahol a nabla operátor a horizontális gradienst jelenti). Ezért a horizontális gyorsulás is független kell legyen  $z$ -től. Tehát feltételezhetjük, hogy ha a horizontális sebesség kezdetben független volt  $z$ -től, akkor az is marad mindvégig.

Az így kapott horizontális mozgásegyenletünk:

$$\frac{d\underline{v}}{dt} + f\underline{k} \times \underline{v} = -g\nabla h \quad (8)$$

ahol  $\underline{v}$  a horizontális szélvektor, a nabla operátor pedig a horizontális gradienst jelenti.

Bevezetve a  $\Phi=gh$  jelölést a geopotenciálra kapjuk:

$$\frac{d\underline{v}}{dt} + f\underline{k} \times \underline{v} = -\nabla\Phi \quad (9)$$

A kontinuitási egyenlet levezetéséhez írjuk fel az összenyomhatatlanság feltételét:

$$\nabla \cdot \underline{v} = 0 \quad (10)$$

ahol  $\underline{v}$  a háromdimenziós szélvektor.

Integrálva (10)-et kapjuk:

$$w(\lambda, \phi, z, t) = -z\nabla \cdot \underline{v} + C(\lambda, \phi, t) \quad (11)$$

ahol  $\underline{v}$  a horizontális szélvektor, a nabla pedig a kétdimenziós divergenciát jelöli.

A földfelszínen ( $z=0$ -ban)  $w=0$ , így  $C(\lambda, \phi, t)=0$ -nak adódik. A folyadék felszínére igaz:

$$w = \frac{dh}{dt} = \frac{\partial h}{\partial t} + (\underline{v}\nabla)h \quad (12)$$

mivelhogy ott  $z=h(\lambda, \phi, t)$ . A fenti egyenletben a nabla a kétdimenziós operátort, a  $\underline{v}$  a horizontális szélvektort jelöli.

Tekintve (11)-et  $z=h$ -ban, majd azt összevetve (12)-vel kapjuk:

$$\frac{dh}{dt} + h\nabla \cdot \underline{v} = 0 \quad (13)$$

vagy beszorozva  $g$ -vel:

$$\frac{d\Phi}{dt} = -\Phi\nabla \cdot \underline{v} \quad (14)$$

A (9) illetve a (14) egyenletek alkotják a tulajdonképpeni sekélyvízi egyenleteket.

A relatív örvényesség és a divergencia:

$$\zeta \equiv \underline{k} \cdot (\nabla \times \underline{v}) \quad (15)$$

$$\delta \equiv \nabla \cdot \underline{v} \quad (16)$$

A következő vektorazonosságot felhasználva

$$(\underline{v} \cdot \nabla) \underline{v} \equiv \left( \frac{\underline{v} \cdot \underline{v}}{2} \right) \underline{k} + \zeta \underline{k} \times \underline{v} \quad (17)$$

a mozgásegyenlet átalakítható a következő formába:

$$\frac{\partial \underline{v}}{\partial t} = -(\zeta + f) \underline{k} \times \underline{v} - \nabla \left( \Phi + \frac{\underline{v} \cdot \underline{v}}{2} \right) \quad (18)$$

A  $(\underline{k} \cdot \nabla \times [ \ ])$  és a  $(\nabla \cdot [ \ ])$  operátort alkalmazva (18)-ra kapjuk meg az örvényességi és a divergenciaegyenleteket:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\nabla \cdot (\zeta + f) \underline{v} \quad (19)$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} = \underline{k} \cdot \nabla \times (\zeta + f) \underline{v} - \nabla^2 \left( \Phi + \frac{\underline{v} \cdot \underline{v}}{2} \right) \quad (20)$$

A kontinuitási egyenletet átírjuk a következő formára:

$$\frac{\partial \Phi'}{\partial t} = -\nabla \cdot (\Phi' \underline{v}) - \overline{\Phi} \delta \quad (21)$$

ahol a geopotenciált felbontottuk egy időtől független térbeli átlagértékre:  $\overline{\Phi} \equiv gh$ , és egy időtől függő átlagtól való eltérés tagra:  $\Phi' = \Phi - \overline{\Phi}$ .

Az elsőrendű tagokat elhagyva, és bevezetve a  $\mu = \sin^2 \theta$  jelölést, a (19)-(20)-(21) egyenleteket a következő alakban kapjuk (ezután  $\Phi'$ -t  $\Phi$ -nek jelöljük; 'a' a Föld sugara):

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\frac{1}{a(1-\mu^2)} \frac{\partial}{\partial \lambda} (U \eta) - \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \mu} (V \eta) \quad (22)$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} = + \frac{1}{a(1-\mu^2)} \frac{\partial}{\partial \lambda} (V\eta) - \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \mu} (U\eta) - \nabla^2 \left( \Phi + \frac{U^2 + V^2}{2(1-\mu^2)} \right), \quad (23)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = - \frac{1}{a(1-\mu^2)} \frac{\partial}{\partial \lambda} (U\Phi) - \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \mu} (V\Phi) - \bar{\Phi} \delta, \quad (24)$$

ahol

$$\eta \equiv \zeta + f = \frac{1}{a(1-\mu^2)} \frac{\partial \mathcal{N}}{\partial \lambda} - \frac{1}{a} \frac{\partial U}{\partial \mu} + f, \quad (25)$$

$$\delta = \frac{1}{a(1-\mu^2)} \frac{\partial U}{\partial \lambda} - \frac{1}{a} \frac{\partial V}{\partial \mu}, \quad (26)$$

és

$$\begin{aligned} U &\equiv \mathbf{u} \cdot \cos \phi, \\ V &\equiv \mathbf{v} \cdot \cos \phi. \end{aligned} \quad (27)$$

A (27) definíció *Roberttől* (1966) származik, aki megfigyelte, hogy a horizontális szélvektor zonális és meridionális komponense nem alkalmas a skaláris átalakításra. A fenti formalizmust alkalmazva U és V már folytonosan differenciálható lesz a pólusokon is.

Az U és a V változók meghatározhatók Helmholtz tételéből, amely a horizontális szélvektort felbontja két tagra:

$$\underline{\mathbf{v}} = \underline{\mathbf{k}} \times \nabla \psi + \nabla \chi, \quad (28)$$

ahol  $\psi$  az áramfüggvény, míg  $\chi$  a sebességpotenciál.

A (28) egyenletből átalakítással kapjuk:

$$U = \frac{1}{a} \frac{\partial \chi}{\partial \lambda} - \frac{(1-\mu^2)}{a} \frac{\partial \psi}{\partial \mu}, \quad (29)$$

$$V = \frac{1}{a} \frac{\partial \psi}{\partial \lambda} - \frac{(1-\mu^2)}{a} \frac{\partial \chi}{\partial \mu}. \quad (30)$$

A  $(\mathbf{k} \cdot \nabla \times [ \ ])$  és a  $(\nabla \cdot [ \ ])$  operátort alkalmazva (28)-ra:

$$\eta = \nabla^2 \psi + f \quad , \quad (31)$$

$$\delta = \nabla^2 \chi \quad . \quad (32)$$

A (31) és a (32) összefüggések spektrális térben egyszerű alakra hozhatóak, és így az U és V változókat a  $\eta$  és  $\delta$  tagokból határozhatjuk meg.



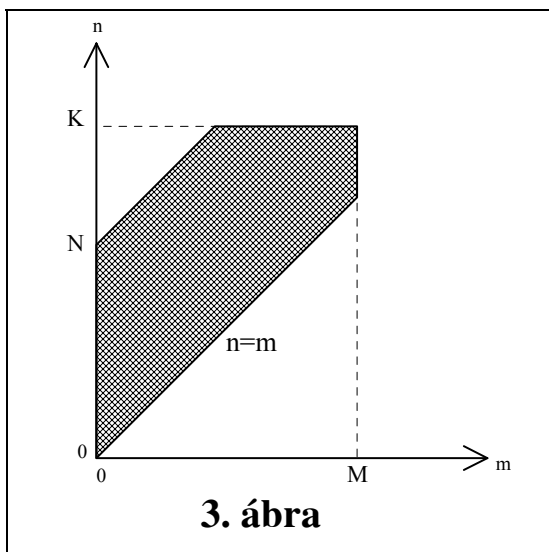
## 2. 2.

### a) A spektrális transzformáció

Egy  $\xi$  skaláris mennyiség horizontálisan előállítható gömbi harmonikus függvények végtelen sorozataként. Mi ennek a sorozatnak a véges szeletével közelítjük a mennyiséget:

$$\xi(\lambda, \mu) = \sum_{m=-M}^M \sum_{n=|m|}^{N(m)} \xi_n^m P_n^m(\mu) e^{im\lambda} \quad (33)$$

ahol  $M$  a kelet-nyugati reprezentációban a legmagasabb Fourier fokszámot,  $N(m)$  pedig az észak-déli reprezentációban a legmagasabb fokszámú asszociált Legendre-polinom fokszámát jelenti, ami a Fourier hullámszám, azaz  $m$  függvénye. A spektrális kifejezésben használt  $P_n^m(\mu) e^{im\lambda}$  alakú gömbi harmonikus függvények a Laplace operátor sajátfüggvényei gömbi koordináta-rendszerben, és teljes ortogonális rendszert alkotnak.



Az általános ötszöges spektrális csonkítást (**3. ábra**) három paraméter definiálja:  $M$  a legnagyobb Fourier hullámszám,  $K$  a legmagasabb fokszámú asszociált Legendre-polinom fokszáma,  $N$  pedig az  $m=0$ -hoz tartozó legmagasabb fokszámú Legendre polinom fokszáma. A leggyakrabban használt spektrális csonkítások az általános csonkítású keret részhal-mazai:

- Háromszöges (trianguláris):  $M=N=K$
- Romboidális:  $K=N+M$ .

Mi trianguláris csonkítással futtatuk a modellt.

\*

A (33) spektrális kifejezés komplex együtthatói meghatározhatók a  $\xi$  skaláris mennyiség levetítésével a normalizált ortogonális bázisra:

$$\xi_m^n = \int_{-1}^{+1} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \xi(\lambda, \mu) e^{-im\lambda} d\lambda P_n^m(\mu) d\mu \quad (34)$$

A belső integrál egy Fourier transzformációt reprezentál:

$$\xi^n(\mu) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \xi(\lambda, \mu) e^{-im\lambda} d\lambda = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \xi(\lambda_i, \mu) e^{-im\lambda_i} \quad (35)$$

ahol

$$\lambda_i = \frac{2\pi i}{I} \quad (36)$$

ami a gyors Fourier transzformáció (FFT) segítségével becsülhető. Negyon lényeges momentum, hogy a hamis kölcsönhatások elkerülése végett keletnyugati irányban a következő egyenlőtlenségnek kell teljesülnie:

$$I \geq 3M + 1 \quad (37)$$

\*

A külső integrált Gauss-féle kvadratikussal kifejezve:

$$\xi_m^n = \int_{-1}^{+1} \xi^m(\mu) P_n^m(\mu) d\mu = \sum_{j=1}^J \xi^m(\mu_j) P_n^m(\mu_j) w_j \quad (38)$$

ahol  $\mu_j$  a gaussi szélesség,  $w_j$  a  $\mu_j$  szélességhez tartozó gaussi súly,  $J$  pedig a gaussi szélességek száma az egyik pólustól a másikig. A gaussi szélességek a Legendre-polinomok gyökeiből határozhatóak meg, míg a szélességeknek megfelelő súlyok:

$$w_j = \frac{2(1-\mu_j^2)}{[JP_{j-1}(\mu_j)]} \quad (39)$$

amire teljesülnie kell, hogy

$$\sum_{j=1}^J w_j = 2 \quad . \quad (40)$$

Az észak-dél irányú Fourier transzformációhoz úgy kell megválasztani a gaussi rácspontok számát, hogy itt se lépjen fel hamis kölcsönhatás, ami a trianguláris csonkítás esetén a

$$J \geq (3K + 1)/2 \quad (41)$$

egyenlőtlenség kielégítésével biztosítható.

I-t és J-t általában valamivel magasabbnak választják, mint az alsó határ azért, hogy a gyors Fourier transzformáció hatékonyságát növeljék.

## b) A kormányzó egyenletek spektrális alakja

A (22)-(23) egyenletek spektrális térbe transzformálhatóak, ha a (34) formulát alkalmazzuk az egyenletrendszer minden tagjára.

A derivátlan tagok megkaphatóak a (35) és a (38) egyenletek alkalmazásával.

A hosszúság szerinti derivált:

$$\left\{ \frac{\partial \xi}{\partial \lambda} \right\}^m = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\partial \xi}{\partial \lambda} e^{-im\lambda} d\lambda = im \left[ \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \xi e^{-im\lambda} d\lambda \right] = im \xi^m, \quad (42)$$

tehát először elvégezzük a Fourier transzformációt, majd az így kapott kifejezést deriváljuk  $\lambda$  szerint ( $im$ -mel való szorzás). Ezután a (38) képlet szerint transzformálunk:

$$\left\{ \frac{1}{a(1-\mu^2)} \frac{\partial \xi}{\partial \lambda} \right\}_n^m = \sum_{j=1}^J im \xi^m(\mu_j) \frac{P_n^m(\mu_j)}{a(1-\mu_j^2)} w_j. \quad (43)$$

A földrajzi szélesség szerinti derivált:

$$\left\{ \frac{1}{a} \frac{\partial \xi}{\partial \mu} \right\}_n^m = \int_{-1}^{+1} \frac{1}{a} \frac{\partial \xi^m}{\partial \mu} P_n^m(\mu) d\mu = - \int_{-1}^{+1} \frac{1}{a} \xi^m \frac{dP_n^m(\mu)}{d\mu} d\mu. \quad (44)$$

Jelöljük az asszociált Legendre-polinomok deriváltját a következőképpen:

$$H_n^m(\mu) \equiv (1-\mu^2) \frac{dP_n^m(\mu)}{d\mu}. \quad (45)$$

A (44) egyenlet ezután a következő formában írható fel:

$$\left\{ \frac{1}{a} \frac{\partial \xi}{\partial \mu} \right\}_n^m = - \sum_{j=1}^J \xi^m(\mu_j) \frac{H_n^m(\mu_j)}{a(1-\mu_j^2)} w_j. \quad (46)$$

Hasonlóan, a Laplace-operátor is átranzformálható spektrális térbe a következő összefüggés segítségével:

$$\nabla^2 P_n^m(\mu) e^{im\lambda} = \frac{-n(n+1)}{a^2} P_n^m(\mu) e^{im\lambda}. \quad (47)$$

A transzformáció:

$$\{\nabla^2 \xi\}_n^m = \frac{-n(n+1)}{a^2} \sum_{j=1}^J \xi^m(\mu_j) P_n^m(\mu_j) w_j \quad (48)$$

Mielőtt átranzformálnánk a kormányzó egyenleteket a spektrális térbe, jelöljük a következő módon a nemlineáris tagokat:

$$\begin{aligned} A &\equiv U\eta, \\ B &\equiv V\eta, \\ C &\equiv U\Phi, \\ D &\equiv V\Phi, \\ E &\equiv \frac{U^2 + V^2}{2(1-\mu^2)}. \end{aligned} \quad (49)$$

Ezzel a (22)-(23) egyenletek a következő alakban írhatók fel:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\frac{1}{a(1-\mu^2)} \frac{\partial A}{\partial \lambda} - \frac{1}{a} \frac{\partial B}{\partial \mu} \quad (50)$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} = +\frac{1}{a(1-\mu^2)} \frac{\partial B}{\partial \lambda} - \frac{1}{a} \frac{\partial A}{\partial \mu} - \nabla^2 E - \nabla^2 F \quad (51)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\frac{1}{a(1-\mu^2)} \frac{\partial C}{\partial \lambda} - \frac{1}{a} \frac{\partial D}{\partial \mu} - \overline{\Phi} \delta \quad (52)$$

Az (50)-(52) egyenletek spektrális formában felírva:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \eta_n^m &= -\sum_{j=1}^J \left\{ imA^m(\mu_j) P_n^m(\mu_j) - B^m(\mu_j) H_n^m(\mu_j) \right\} \frac{w_j}{a(1-\mu_j^2)} \quad (53) \\ \frac{\partial \delta_n^m}{\partial t} &= -\sum_{j=1}^J \left\{ -imB^m(\mu_j) P_n^m(\mu_j) - A^m(\mu_j) H_n^m(\mu_j) \right\} \frac{w_j}{a(1-\mu_j^2)} + \\ &+ \frac{n(n+1)}{a^2} \sum_{j=1}^J \left[ E^m(\mu_j) + \Phi^m(\mu_j) \right] P_n^m(\mu_j) w_j \quad (54) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \Phi_n^m}{\partial t} = -\sum_{j=1}^J \left\{ imC^m(\mu_j) P_n^m(\mu_j) \right\} \quad (55)$$

$$-D^m(\mu_j)H_n^m(\mu_j)\} \frac{w_j}{a(1-\mu_j^2)} - \bar{\Phi} \delta_n^m \quad ,$$

ahol  $A^m(\mu_j)$ ,  $B^m(\mu_j)$ ,  $C^m(\mu_j)$ ,  $D^m(\mu_j)$ ,  $E^m(\mu_j)$ ,  $\Phi^m(\mu_j)$  a nemlineáris tagok és a szabad felszín geopotenciáljának komplex spektrális koefficiensei.

\*

Az egyenletrendszer teljessé tételéhez szükségünk van arra, hogy diagnosztikai kapcsolatot találjunk a prognosztikai változók ( $\eta$  és  $\delta$ ), valamint a horizontális szélvektor  $U$  és  $V$  komponensei között. Ezt az áramfüggvény  $\psi$  valamint a sebességpotenciál  $\chi$  segítségével a következőképpen valósítjuk meg:  $\psi$ -t és  $\chi$ -t a (33)-as egyenlet segítségével írjuk fel, majd az előbbieken leírtak alapján felírjuk  $\psi$  és  $\chi$  hosszúság illetve szélesség szerinti deriváltjait spektrális alakban.

Ezeket a deriváltakat behelyettesítve a (29) és a (30) egyenletekbe, valamint felhasználva a (31), a (32), a (45) és a (47) egyenleteket, megkapjuk a keresett diagnosztikai összefüggéseket  $U$ -ra és  $V$ -re:

$$U(\lambda_i, \mu_j) = - \sum_{m=-M}^M \sum_{\substack{n=|m| \\ n \neq 0}}^{N(m)} \frac{a}{n(n+1)} [im\delta_n^m P_n^m(\mu_j) - (\eta_n^m - f_n^m) H_n^m(\mu_j)] e^{im\lambda_i} \quad . \quad (56)$$

$$V(\lambda_i, \mu_j) = - \sum_{m=-M}^M \sum_{\substack{n=|m| \\ n \neq 0}}^{N(m)} \frac{a}{n(n+1)} [im(\eta_n^m - f_n^m) P_n^m(\mu_j) + \delta_n^m H_n^m(\mu_j)] e^{im\lambda_i} \quad . \quad (57)$$

Az inverz művelet megkapható a (25) és a (26) egyenletek spektrális térbe való transzformálásával:

$$\eta_n^m = \sum_{j=1}^J \left\{ imV^m(\mu_j) P_n^m(\mu_j) + U^m(\mu_j) H_n^m(\mu_j) \right\} \frac{w_j}{a(1-\mu_j^2)} + f_n^m \quad , \quad (58)$$

$$\delta_n^m = \sum_{j=1}^J \left\{ imU^m(\mu_j)P_n^m(\mu_j) - V^m(\mu_j)H_n^m(\mu_j) \right\} \frac{W_j}{a(1-\mu_j^2)} \cdot \quad (59)$$

Az  $f$  Coriolis paraméter a (35) és a (38) egyenletek felhasználásával a következő egyszerű alakban írható fel:

$$f_n^m = \begin{cases} \frac{\Omega}{\sqrt{0.375}}, & \text{ha } n = 1 \text{ és } m = 0 \\ 0 & \text{minden más esetben.} \end{cases} \quad (60)$$

Ezzel az egyenletrendszerünket teljessé tettük, és előkészítettük az idő szerinti integrálásra.

### 2. 3.

A spektrális transzformáció algoritmus a következő: első lépésként a gaussi rácson, azaz a fizikai térben közelítjük a tagokat, majd a gyors Fourier transzformáció illetve a Gauss-féle kvadratikussal segítségével a nemlineáris tagokat spektrális térbe transzformáljuk. Itt, következő lépésként kiszámoljuk a deriváltakat, ezekből idő szerinti integrálással megkapjuk a prognosztikai változókat a  $t+Dt$ -edik időpontra, majd ezeket az inverz transzformációval visszaszármaztatjuk a fizikai térbe.

Az idő szerinti integrálás lehet *explicit* vagy *szemi-implicit*.

\*

Az **explicit** integrálás menete a következő:

Kiindulási egyenletünk a

$$\frac{\partial \xi(t)}{\partial t} = F(\xi) , \quad (61)$$

prognosztikai egyenlet. Erre alkalmazhatjuk az előrelépő vagy a centrált explicit integrálási sémát. Az előrelépő séma:

$$\xi^{(\tau+1)} = \xi^{(\tau)} + \Delta t \cdot F(\xi^{(\tau)}) , \quad (62)$$

míg centrált séma:

$$\xi^{(\tau+1)} = \bar{\xi}^{(\tau-1)} + 2\Delta t \cdot F(\xi^{(\tau)}) . \quad (63)$$

Ennél a sémánál egy lineáris szűrőt is alkalmazhatunk minden újabb időlépcső kiszámításakor.

A szűrőt először *Asselin* (1972) alkalmazta. Ez a szűrő a  $t$  időpontra kiszámolt változók értékeit módosítja a  $t+1$ -edik időpontra kiszámolt értékek kiszámolása után. A szűrő célja a modell stabilitásának megőrzése. Formája:



$$\bar{\xi}^{(\tau)} = \xi^{(\tau)} + \alpha \left[ \bar{\xi}^{(\tau-1)} - 2\xi^{(\tau)} + \xi^{(\tau+1)} \right], \quad (64)$$

ahol  $a$  szűrő együttható, értéke rendszerint igen kicsi ( $\alpha \leq 0.01$ ).

Az Asselin-féle szűrőt leapfrog, illetve centrált sémák esetén használjuk, az idő szerinti integrálás során keletkező numerikus zavarok szűrésére. Mivel a szűrő a különböző frekvenciákat különbözőképpen kezeli, alkalmas a keletkező nagyfrekvenciájú gravitációs hullámok eliminálására. A szűrő együttható futás közbeni változtatása is érdekes lehet.

A szűrő előnye, hogy nagyon kevés számítási időt igényel, viszont azzal a hátránnyal jár, hogy a meteorológiai változóinkat három egymást követő időszinten kell tárolni.

Az (63) formulát alkalmazva a (53)-(55) egyenletekre, megkaphatók az explicit centrált séma szerint integrált egyenletek az örvényességre, divergenciára és a geopotenciálra.

\*

Számunkra érdekesebb a **szemi-implicit** integrálási séma alkalmazása.

Amint az jól ismert, a primitív egyenletrendszer megoldása során a kis frekvenciájú hullámmegoldások (pl. Rossby-hullám) mellett nagyfrekvenciás gravitációs hullámok is fellépnek.

A szemi-implicit sémát először *Robert* (1969) alkalmazta. Lényege, hogy a nagyfrekvenciájú hullámokat okozó tagokat implicit módon, a maradék tagokat pedig explicit módon integráljuk. Ezáltal az időlépcsőnket egy alacsonyabb frekvenciájú hullám fogja meghatározni, azaz az alkalmazható időlépcső az explicit módszernél alkalmazotthoz képest többszörösére (kb. hatszorosára) növelhető anélkül, hogy megsértenénk a Courant-Friedrichs-Lewi kritériumot.

\*

Az szemi-implicit integrálás menete a következő. Első lépésként írjuk át más formába a (54) és az (55) egyenleteinket.

$$\frac{\partial \delta_n^m}{\partial t} = D_n^m + \frac{n(n+1)}{a^2} \Phi_n^m, \quad (65)$$

$$\frac{\partial \Phi_n^m}{\partial t} = \mathbf{P}_n^m - \bar{\Phi} \delta_n^m, \quad (66)$$

ahol

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_n^m = & - \sum_{j=1}^J \left\{ -im\mathbf{B}^m(\mu_j)P_n^m(\mu_j) - \mathbf{A}^m(\mu_j)H_n^m(\mu_j) \right\} \frac{w_j}{a(1-\mu_j^2)} + \\ & + \frac{n(n+1)}{a^2} \sum_{j=1}^J E^m(\mu_j)P_n^m(\mu_j)w_j, \end{aligned} \quad (67)$$

$$\mathbf{P}_n^m = - \sum_{j=1}^J \left\{ im\mathbf{C}^m(\mu_j)P_n^m(\mu_j) - \mathbf{D}^m(\mu_j)H_n^m(\mu_j) \right\} \frac{w_j}{a(1-\mu_j^2)}. \quad (68)$$

Alkalmazzuk a (63) integrálformulát úgy, hogy a lineáris tagokat időben átlagoljuk

$$\begin{aligned} \{\delta_n^m\}^{(\tau+1)} = & \{\delta_n^m\}^{(\tau-1)} + 2\Delta t \{\mathbf{D}_n^m\}^{(\tau)} + \\ & + 2\Delta t \frac{n(n+1)}{a^2} \frac{\{\Phi_n^m\}^{(\tau-1)} + \{\Phi_n^m\}^{(\tau+1)}}{2}, \end{aligned} \quad (69)$$

$$\begin{aligned} \{\Phi_n^m\}^{(\tau+1)} = & \{\Phi_n^m\}^{(\tau-1)} + 2\Delta t \{\mathbf{P}_n^m\}^{(\tau)} - \\ & - 2\Delta t \bar{\Phi} \frac{\{\delta_n^m\}^{(\tau-1)} + \{\delta_n^m\}^{(\tau+1)}}{2}. \end{aligned} \quad (70)$$

A fenti két egyenlet, az időbeni átlagolások miatt egy lineáris egyenletrendszeret alkot. Mátrix-formában felírva:

$$\begin{bmatrix} 1 & -\frac{n(n+1)}{a^2}(2\Delta t) \\ \frac{\bar{\Phi}}{2}(2\Delta t) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\delta_n^m\}^{(\tau+1)} \\ \{\Phi_n^m\}^{(\tau+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R \\ Q \end{bmatrix}, \quad (71)$$

ahol

$$R \equiv \{\delta_n^m\}^{(\tau-1)} + 2\Delta t \{D_n^m\}^{(\tau)} + 2\Delta t \frac{n(n+1)}{2a^2} \{\Phi_n^m\}^{(\tau-1)}, \quad (72)$$

$$Q \equiv \{\Phi_n^m\}^{(\tau-1)} + 2\Delta t \{P_n^m\}^{(\tau)} - 2\Delta t \frac{\bar{\Phi}}{2a^2} \{\delta_n^m\}^{(\tau-1)}. \quad (73)$$

Alkalmazzuk a Cramer-szabályt az egyenletrendszer megoldására:

$$\{\delta_n^m\}^{(\tau+1)} = \frac{\begin{vmatrix} R & -\frac{n(n+1)}{2a^2}(2\Delta t) \\ Q & 1 \end{vmatrix}}{2 + \bar{\Phi} \frac{n(n+1)}{4a^2}(2\Delta t)^2} = \frac{R + Q \frac{n(n+1)}{2a^2}(2\Delta t)}{2 + \bar{\Phi} \frac{n(n+1)}{4a^2}(2\Delta t)^2}, \quad (74)$$

$$\{\Phi_n^m\}^{(\tau+1)} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & R \\ \frac{\bar{\Phi}}{2}(2\Delta t) & Q \end{vmatrix}}{1 + \bar{\Phi} \frac{n(n+1)}{4a^2}(2\Delta t)^2} = \frac{Q - R \frac{\bar{\Phi}}{2}(2\Delta t)}{1 + \bar{\Phi} \frac{n(n+1)}{4a^2}(2\Delta t)^2}. \quad (75)$$

Beírva  $N$ ,  $Q$ , azután pedig  $D$  és  $P$  helyére a (72)-es és (73)-as, illetve a (67) és a (68) helyettesítéseket, megkapjuk a szemi-implicit integrálás végső formuláját:

$$\begin{aligned}
\{\delta_n^m\}^{(\tau+1)} &= \left[ 1 + \frac{\bar{\Phi} n(n+1)}{4 a^2} (2\Delta t)^2 \right]^{-1} \cdot \sum_{j=1}^J w_j \left\{ \left[ 1 - \right. \right. \\
&\left. \left. - \frac{\bar{\Phi} n(n+1)}{4 a^2} (2\Delta t)^2 \right] \{\delta^m(\mu)\}^{(\tau-1)} P_n^m(\mu_j) + \frac{n(n+1)}{a^2} \cdot \right. \\
&\left. \cdot 2\Delta t \left[ \{\Phi^m(\mu_j)\}^{(\tau-1)} + E^m(\mu_j) \right] P_n^m(\mu_j) + \frac{2\Delta t}{a(1-\mu_j^2)} \cdot \right. \\
&\left. \left[ imB^m(\mu_j) P_n^m(\mu_j) + A^m(\mu_j) H_n^m(\mu_j) \right] + \frac{(2\Delta t)^2}{a(1-\mu_j^2)} \frac{n(n+1)^2}{2} \cdot \right. \\
&\left. \left. \left[ -imC^m(\mu_j) P_n^m(\mu_j) + D^m(\mu_j) H_n^m(\mu_j) \right] \right\} \quad (76)
\end{aligned}$$

illetve

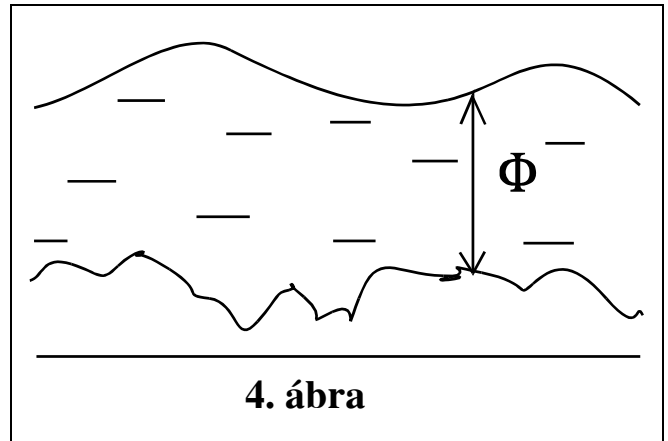
$$\begin{aligned}
\{\Phi_n^m\}^{(\tau+1)} &= \left[ 1 + \frac{\bar{\Phi} n(n+1)}{4 a^2} (2\Delta t)^2 \right] \cdot \sum_{j=1}^J w_j \left\{ \left[ 1 - \right. \right. \\
&\left. \left. \frac{\bar{\Phi} n(n+1)}{4 a^2} (2\Delta t)^2 \right] \{\Phi^m(\mu_j)\}^{(\tau-1)} P_n^m(\mu_j) - 2\Delta t \bar{\Phi} \{\delta^m(\mu_j)\}^{(\tau-1)} \cdot \right. \\
&\left. \cdot P_n^m(\mu_j) + \frac{2\Delta t}{a(1-\mu_j^2)} \cdot \left[ -imC^m(\mu_j) P_n^m(\mu_j) + D^m(\mu_j) H_n^m(\mu_j) \right] \right. \\
&\left. - \frac{\bar{\Phi} n(n+1)}{2 a^2} (2\Delta t)^2 E^m(\mu_j) P_n^m(\mu_j) - \frac{\bar{\Phi}}{2} \frac{(2\Delta t)^2}{a(1-\mu_j^2)} \left[ imB^m(\mu_j) \cdot \right. \right. \\
&\left. \left. \cdot P_n^m(\mu_j) + A^m(\mu_j) H_n^m(\mu_j) \right] \right\} \quad (77)
\end{aligned}$$

A fent levezetett formulákból számíthatók ki a következő időlépcsőre a divergencia és a geopotenciál spektrális együtthatói.

### 3. A domborzati hatás figyelembevétele

#### 3. 1.

Az eredeti modell nem tartalmazta közvetlenül a domborzat hatásait. A folyadékréteg felszínének magasságát a sima, kiemelkedések nélküli földfelszíntől számítottuk. A valósághoz közelebb álló modellt kapunk akkor, ha a Föld domborzatát is beépítjük a modellbe. (4. ábra) Ekkor módosulnak modellünk egyenletei.



Modellünkben  $h$  a földgömb felszíne és a folyadékréteg felszíne közötti távolságot jelöli. Jelölje  $h_s$  a domborzat magasságát. Ekkor a geopotenciál a következőképpen módosul:  $F$

$=gH$ , ahol  $H=h-h_s$  a folyadékréteg vastagsága. Az (9) kormányzó egyenletből levezetett (19) ill. (20) egyenletek közül a (19) nem változik, a (20)-ba  $F$  helyére  $gh$  helyett  $gH$ -t írunk. A kontinuitási egyenlet levezetéséhez alakítsuk tovább  $F$ -t a következő-képpen:

$$\Phi = gH = g(h - h_s) = g(\bar{h} + h' - h_s) = \bar{\Phi} + \Phi' - \Phi_s \quad (78)$$

Ezt beírva a (14) egyenletbe kapjuk a kontinuitási egyenlet megfelelő alakját. A kapott komplett kormányzó egyenletrendszer:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\nabla \cdot (\zeta + f)\underline{v} \quad (79)$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} = \underline{k} \cdot \nabla \times (\zeta + f)\underline{v} - \nabla^2 \left( \Phi + \frac{\underline{v} \cdot \underline{v}}{2} \right) \quad (80)$$

$$\frac{\partial \Phi'}{\partial t} = -\nabla \cdot [(\Phi' - \Phi_s) \underline{v}] - \bar{\Phi} \delta \quad (81)$$

ahol  $\Phi = g(h - h_s)$ . Ennek megfelelően módosulnak a további egyenletek is. Így például a (49) egyenletben az A-t és B-t és E-t definiáló tagok változatlanul maradnak, azonban C és D definíciójában  $\Phi$ -n a  $g(h - h_s)$  értendő.

### 3. 2.

Nézzük meg, milyen változtatásokat kell végrehajtani magában a FORTRAN forrákódban a domborzat figyelembevételéhez.

A fenti levezetést figyelembe véve látható, hogy elegendő, ha a geopotenciálból levonjuk a  $g \cdot h_s$  értéket az integrálás megkezdése előtt, majd minden egyes időlépcső után is.

Ugyanis a modell, mint azt már korábban említettük,  $\Phi'$ -vel dolgozik, amit a (22)-es egyenlettől kezdve következetesen  $\Phi$ -nek jelöltünk. Tudjuk, hogy  $\Phi' = \Phi - \bar{\Phi}$ , és ha a módosított geopotenciálból, azaz  $\Phi = \bar{\Phi} + \Phi' - \Phi_s$ -ből levonjuk az átlagolt geopotenciált, megkapjuk  $\Phi' - \Phi_s$ -et, azaz a (81)-es egyenlet jobb oldalának első tagjában szereplő kifejezést.

\*

A gyakorlati megvalósítás úgy történik, hogy miután beolvastuk egy tömbbe a domborzat nélküli földfelszíntől számított kezdeti geopotenciál mezőt, egy file-ből beolvastatjuk a programmal a teljes földgömbre vonatkozó domborzati adatok spektrális koefficienseit, ezeket áttranszformáljuk a fizikai térbe (vagyis megkapjuk a gaussi rácspontban a felszín magasságát), ezt követően pedig a geopotenciál mezőből levonjuk a magassáértékek és a gravitációs gyorsulás szorzatát. Ezzel megkaptuk a folyadék valódi vastagságának megfelelő, a valódi földfelszíntől számított geopotenciált.

Megjegyezzük, hogy azért célszerű a domborzati adatokat spektrális koefficiensek alakjában tárolni, mert a modell által alkalmazott csonkítás változtatható, és tudjuk jól, hogy a gauszi szélességek és hosszúságok számát, tehát a rácspontok koordinátáit pont a csonkítás határozza meg (alsó korlátot szab a rácspontok számának, a hamis kölcsönhatások elkerülése végett). Ezért, ha meg is volnának egy bizonyos csonkításnak megfelelő rácsponti koordinátákban a felszíni adatok, megváltoztatva a csonkítást csak nagy nehézségek árán, és mellesleg pontatlanul tudnánk kiszámolni a magassági értékeket egy másik csonkításnak megfelelő rácsponti koordinátákra.

Tehát a leghatékonyabb spektrális koefficiensek formájában elraktározni a földfelszíni adatokat, és, mivel meteorológiai mezőinkre referenciaként más futtatásoknál is szükségünk lehet, a divergencia, örvényesség illetve geopotenciál mezőket is célszerű ilyen formátumban tárolni.

## 4. A modell verifikálása

### 4. 1.

Az előző fejezetekben leírtuk a modell által alkalmazott matematikai módszer lényeges elemeit, illetve felvázoltuk a domborzati módosítás aspektusait.

Az adaptált program arra volt felkészítve, hogy néhány egyszerű, előre megadott kezdeti légköri állapot időbeni fejlődését vizsgálja. Mielőtt valós, inicializált kezdeti adatokkal futtatnánk a programot, érdemes megvizsgálni a megadott tesztekkel kapott eredményeket.

A modell működését kétféleképpen verifikáltuk. Először - még a domborzat figyelembevétele nélkül - az előre megadott kezdeti mezőben perturbációkat keltettünk, és vizsgáltuk a zavarok időbeli fejlődését.

Ezután először lefuttattuk a programot domborzati hatás nélkül, majd egy egyszerű felszíni formációt is beiktatva, ugyanolyan kezdeti feltételek és futási paraméterek mellett is lefuttattuk a programot. (Természetesen alkalmazhattuk volna egyből a Föld valódi domborzatát is, de a vizsgálat szempontjából ennek nincs jelentősége.)

Mivel a megírás időpontjában még nem állt rendelkezésünkre az NCAR Graphics Library (amely egy grafikus megjelenítő programcsomag), ezért a futások eredményeinek vizuális megjelenítése egy általunk kifejlesztett grafikus program segítségével történik.

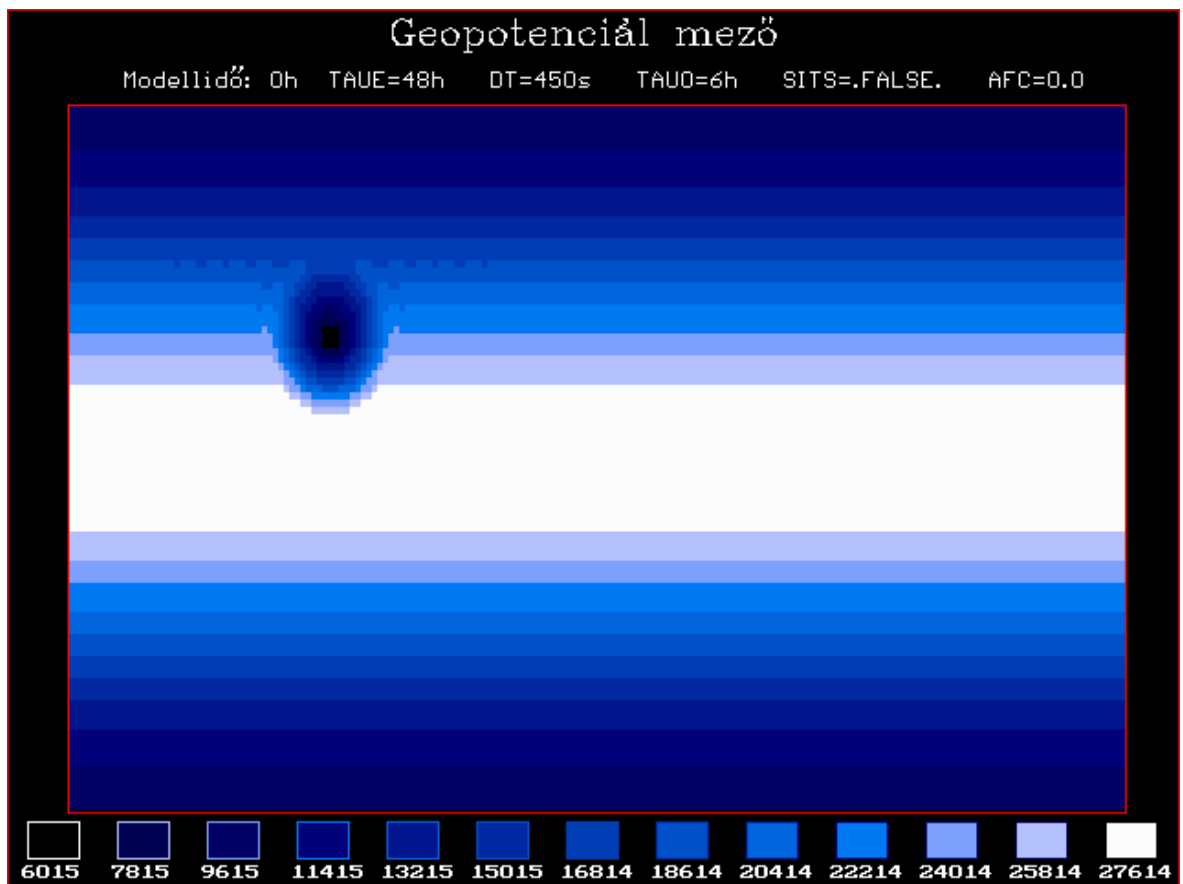
A megjelenítő program *Turbo Pascal* nyelven íródott, és a geopotenciál grafikus ábrázolását teszi lehetővé. Modellünk eredményeinek tanulmányozását a program színárnyalatok segítségével teszi lehetővé.

Az első kísérletnél az előre megadott 2. teszt kezdeti mezejét úgy módosítottuk, hogy egy perturbációt, egy mély hullámvölgyet helyeztünk el a kezdeti mezőben.

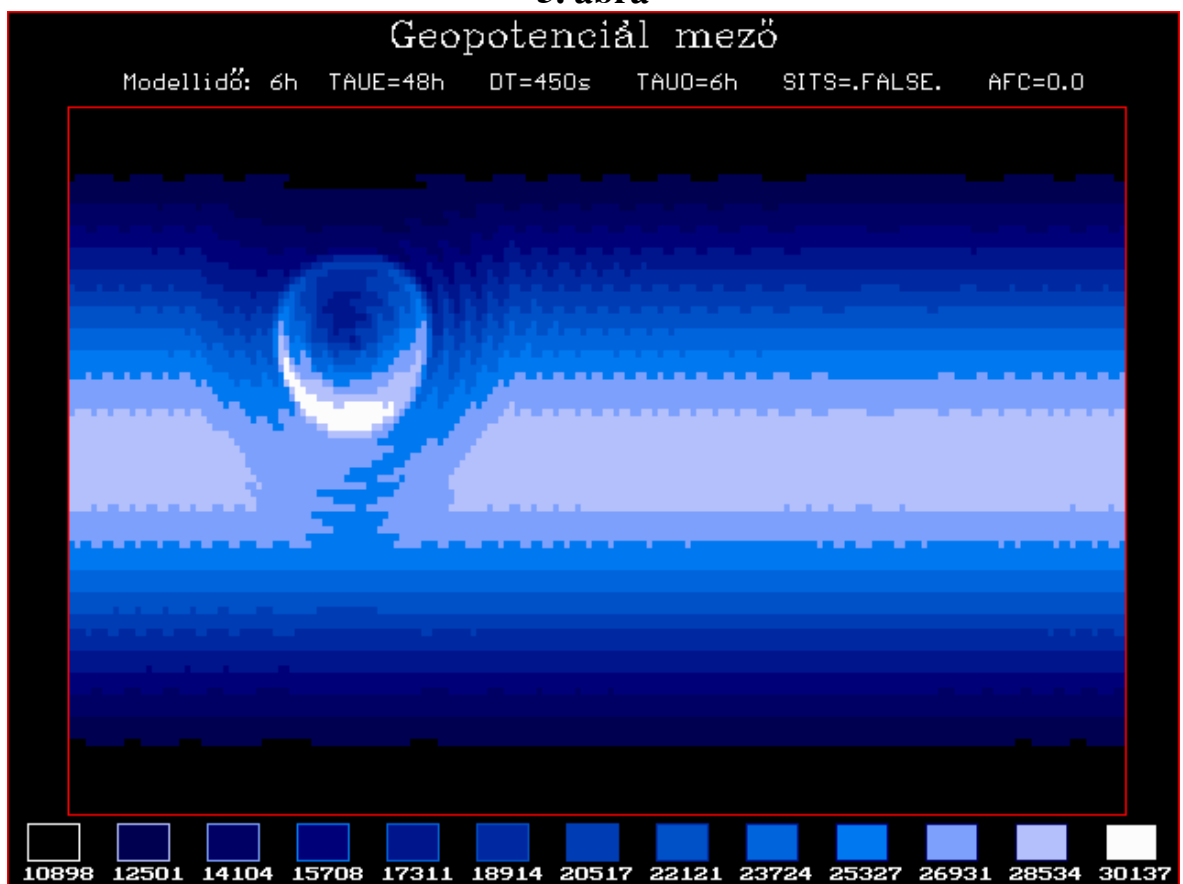
A modellt explicit integrálási módszerrel, 48 órás futási idővel, 450 s-os időlépcsővel futtattuk.

A geopotenciál mező kirajzolása 6 óránként történik.

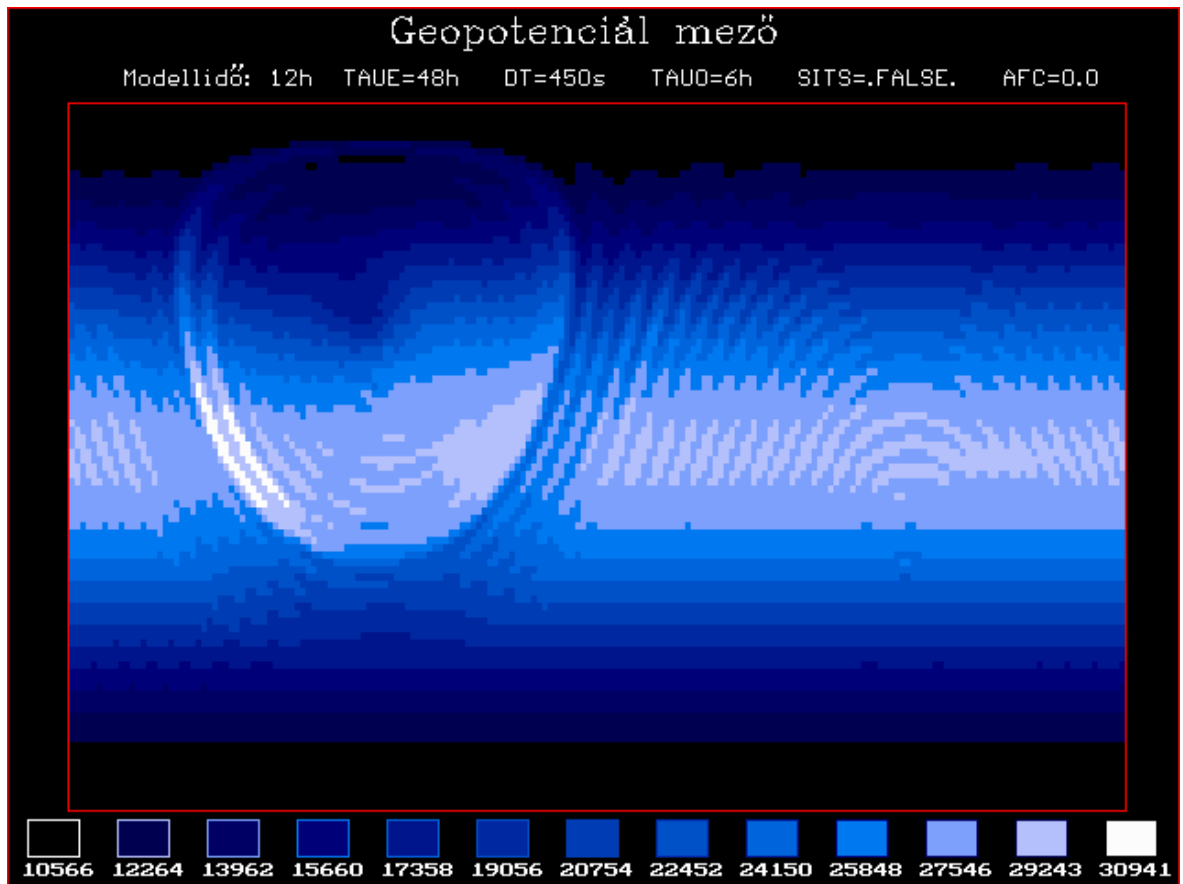




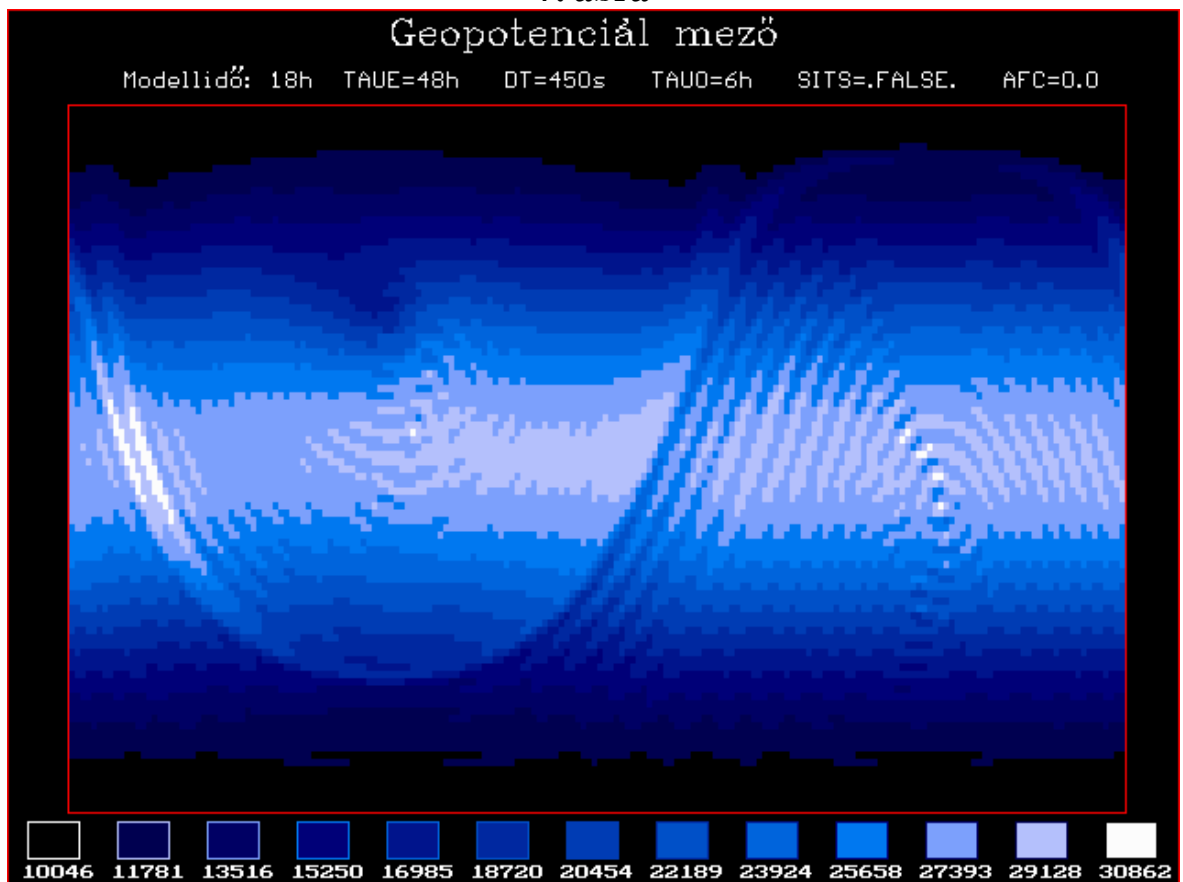
**5. ábra**



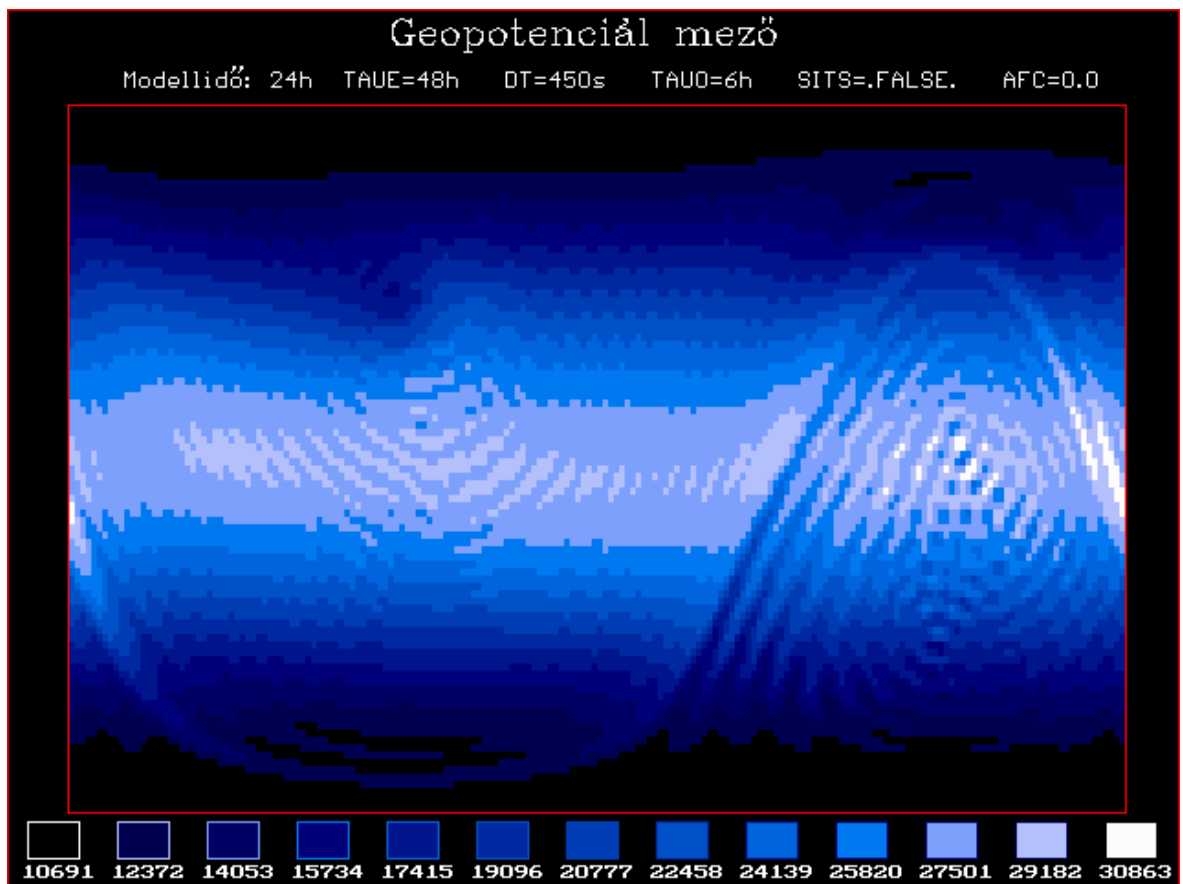
**6. ábra**



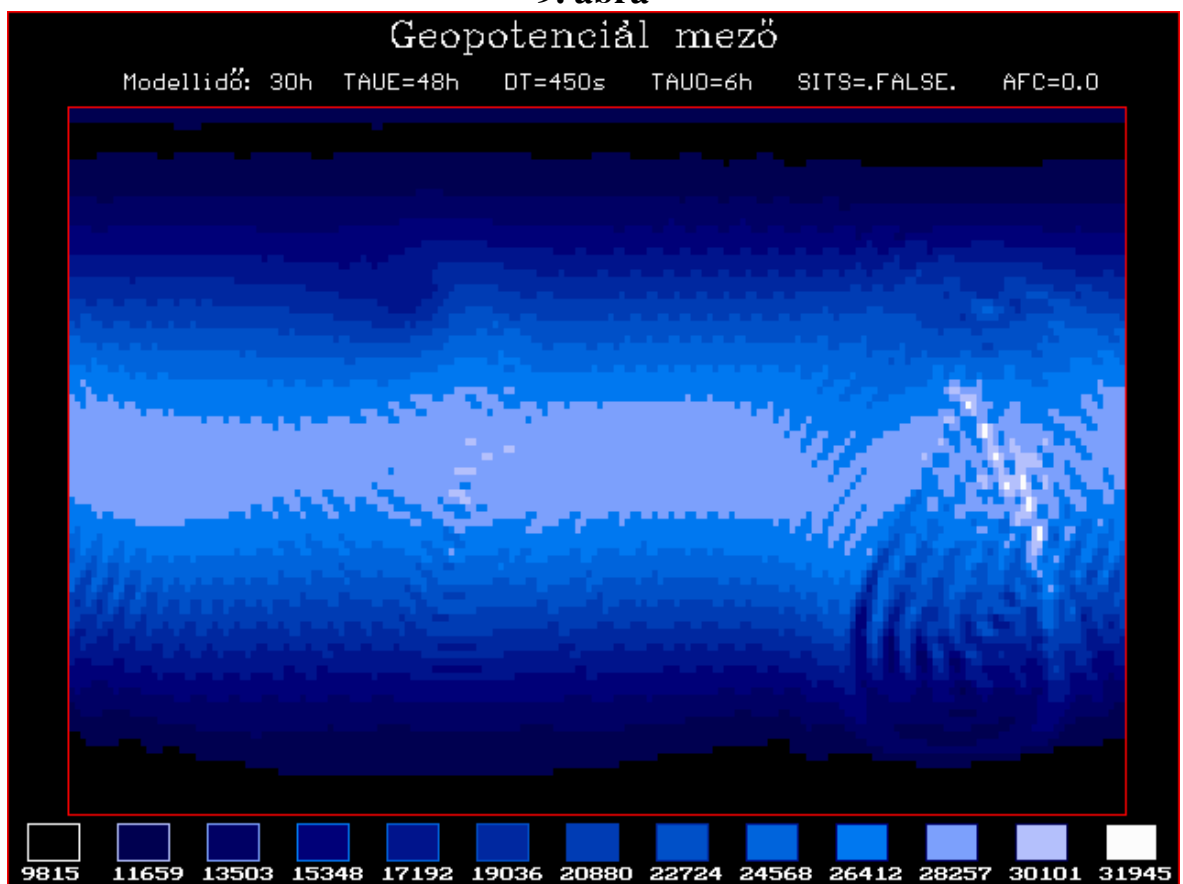
7. ábra



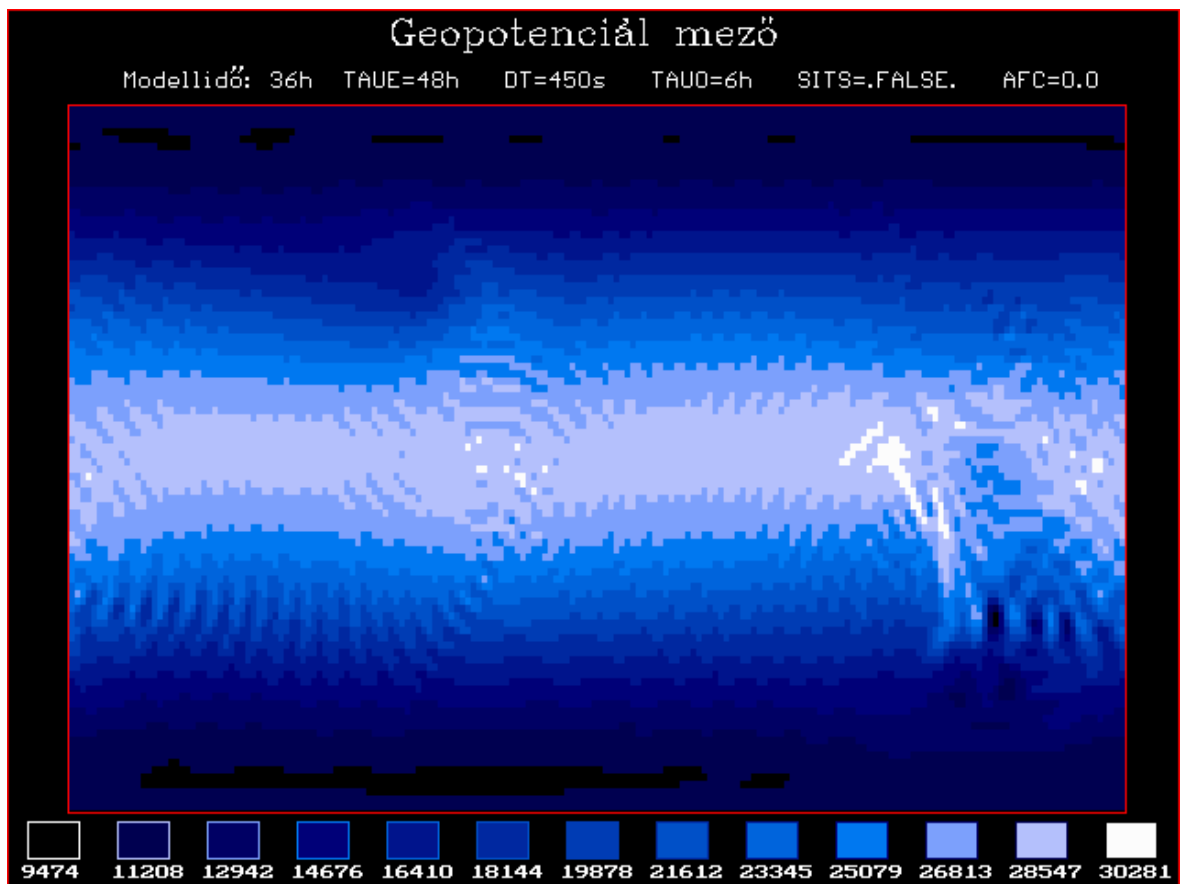
8. ábra



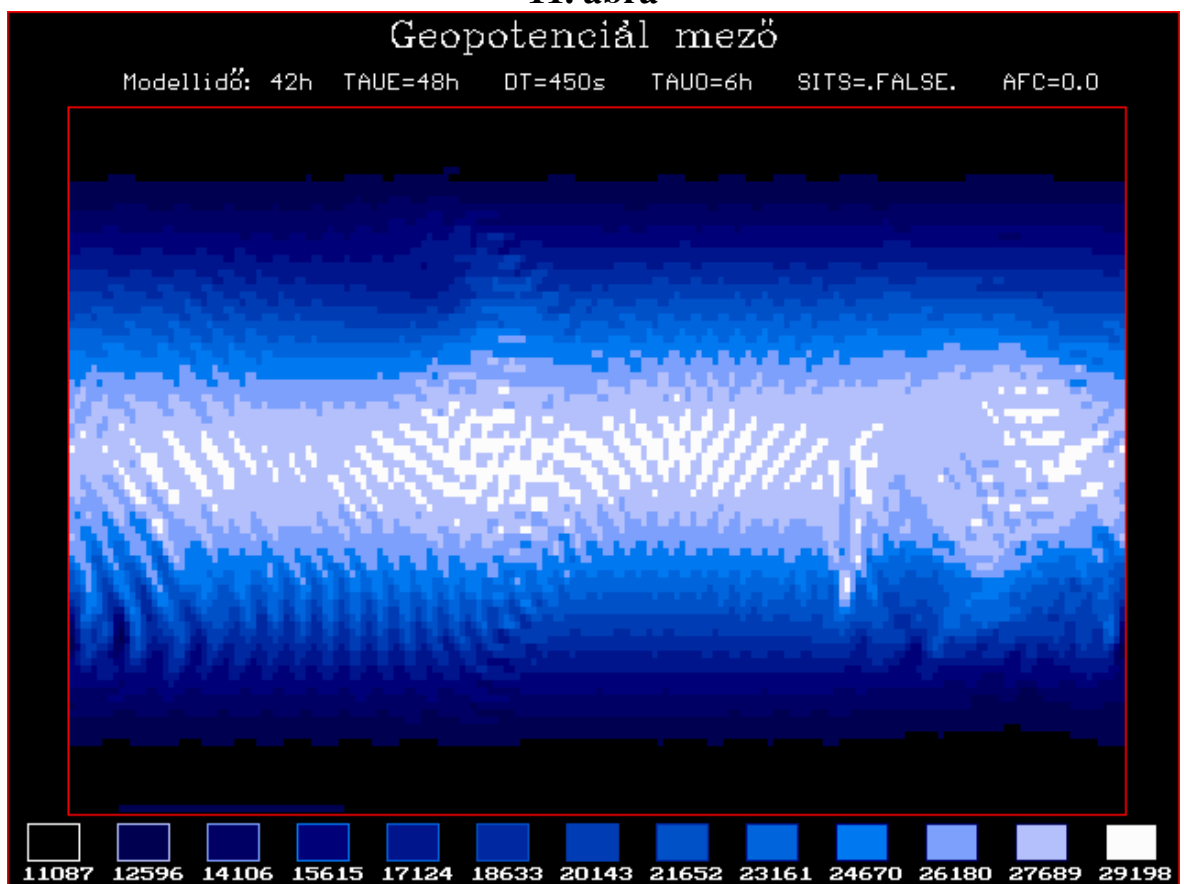
**9. ábra**



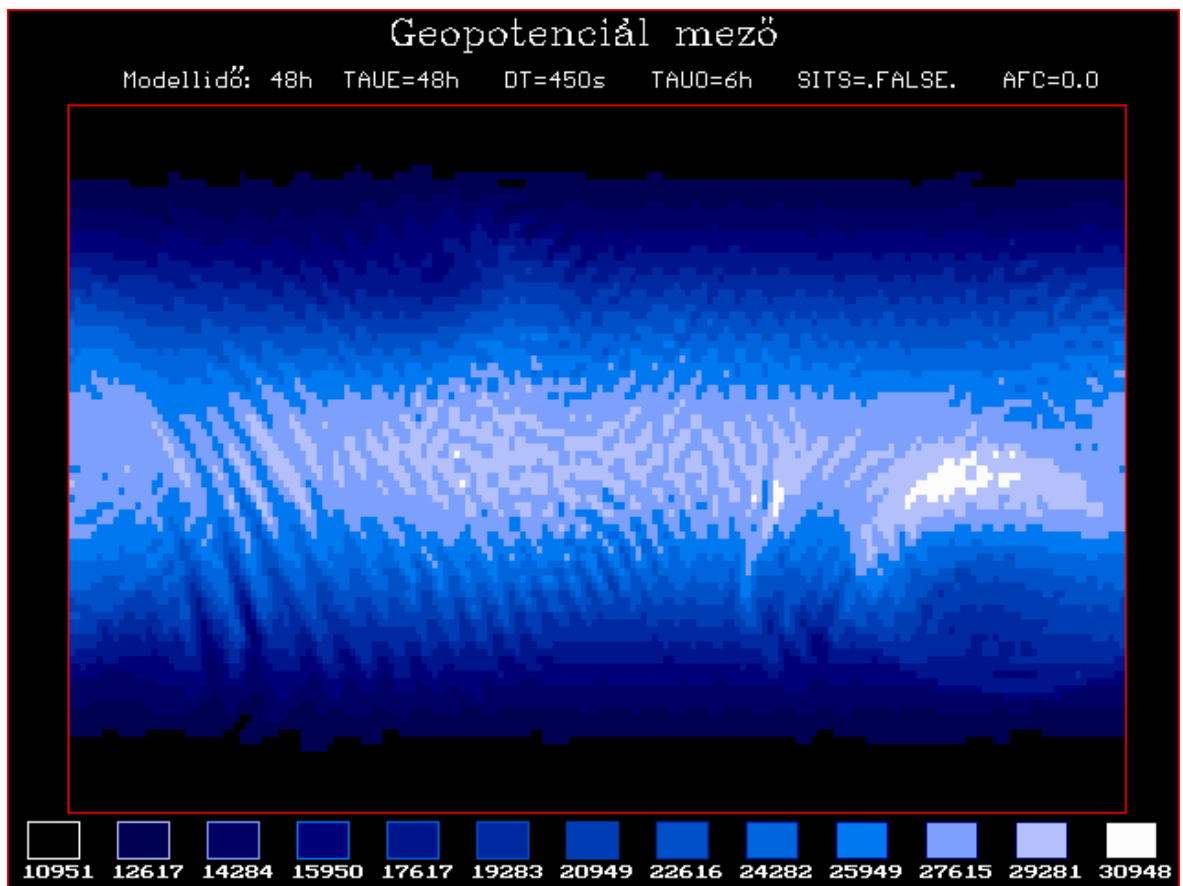
**10. ábra**



**11. ábra**



**12. ábra**



**13. ábra**

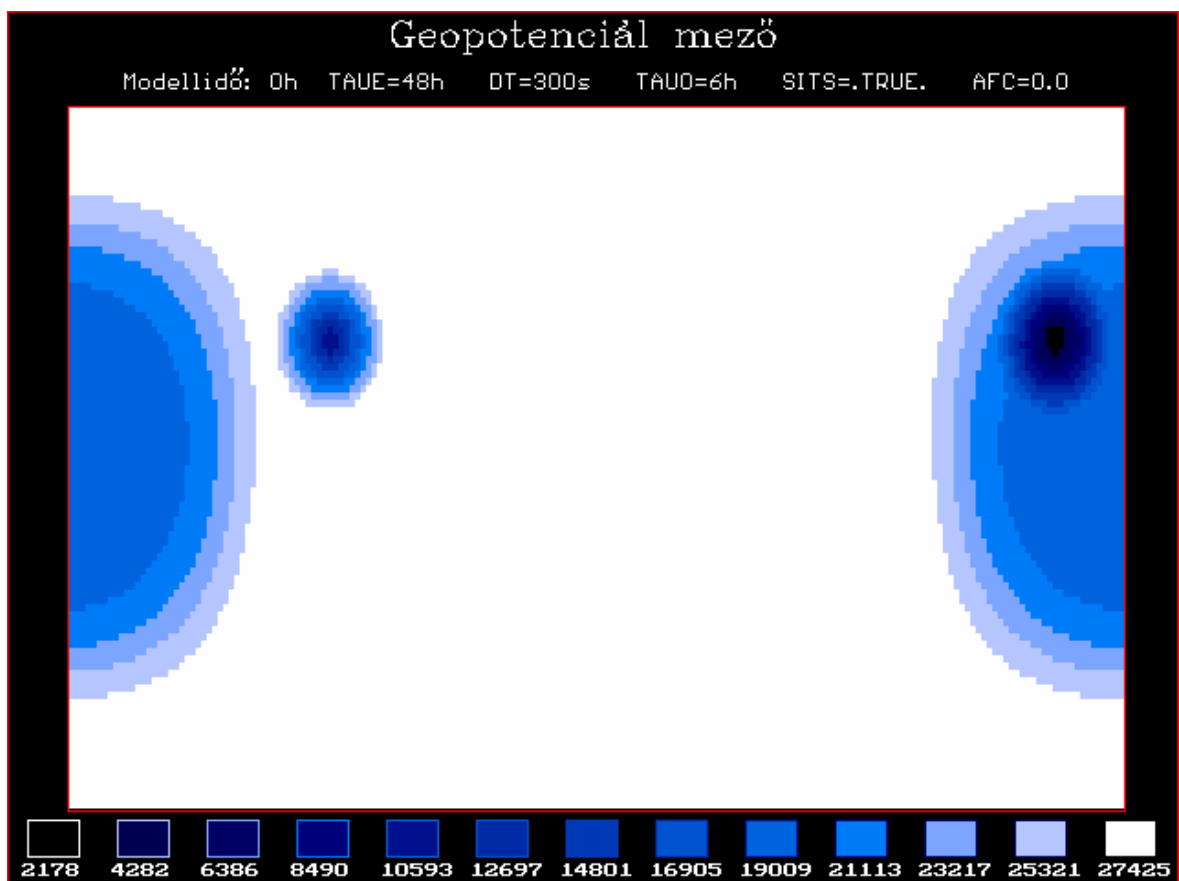
## 4. 2.

Ennél a kísérletnél az előre megadott 3. teszt kezdeti mezejét úgy módosítottuk, hogy két perturbációt helyeztünk el a kezdeti mezőben. Az egyiket az eleve adott sekélyebb teknőn kívül, a másikat pedig beleraktuk a teknőbe.

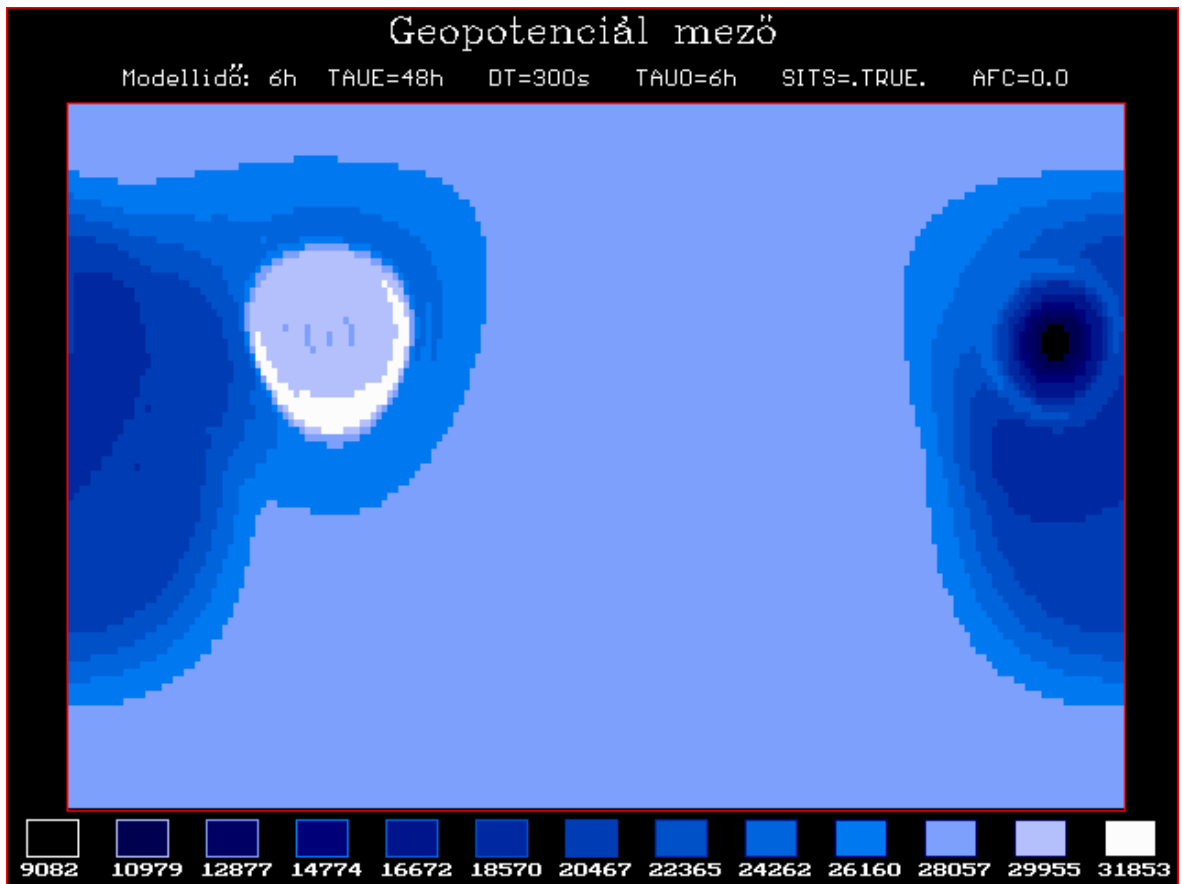
A modellt szemi-implicit integrálási módszerrel, 48 órás futási idővel, 300 s-os időlépcsővel futtattuk.

A geopotenciál mező kirajzolása 6 óránként történik.

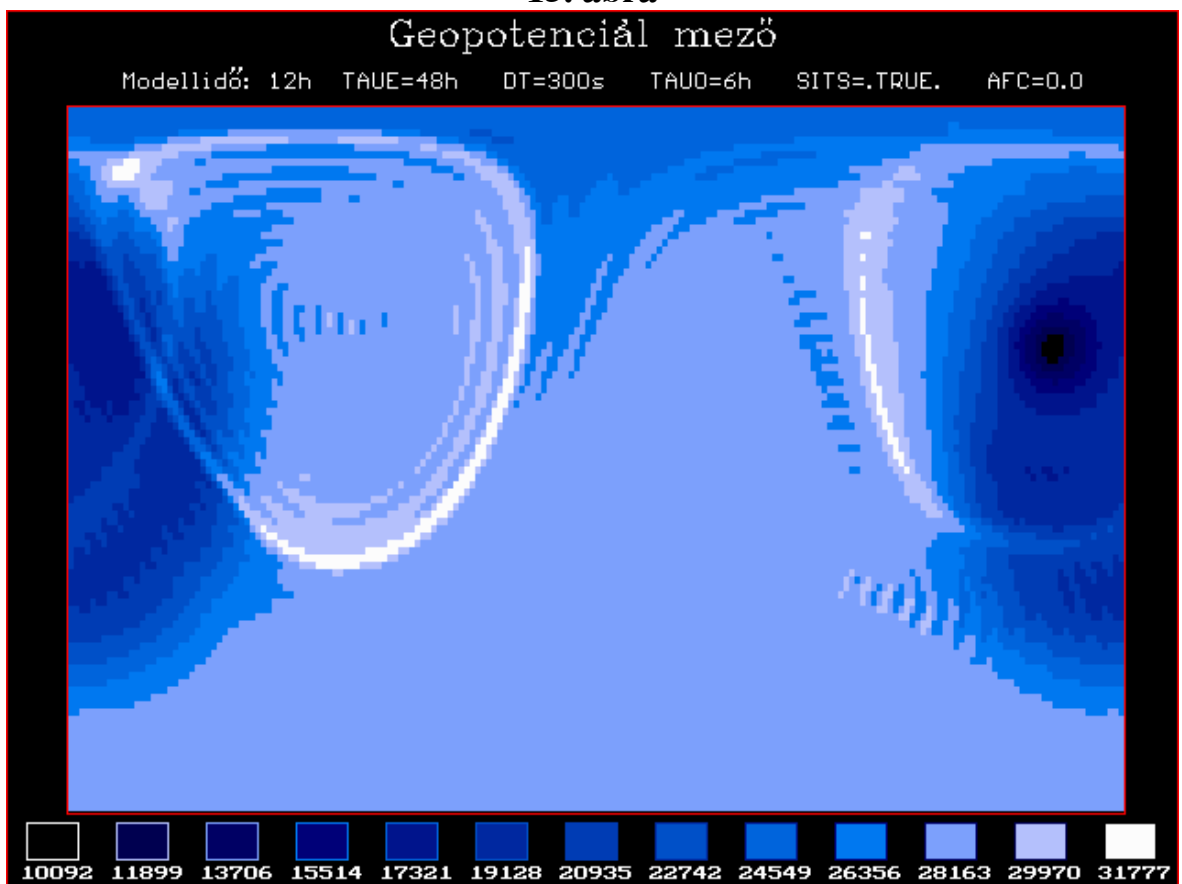
Az eredmények:



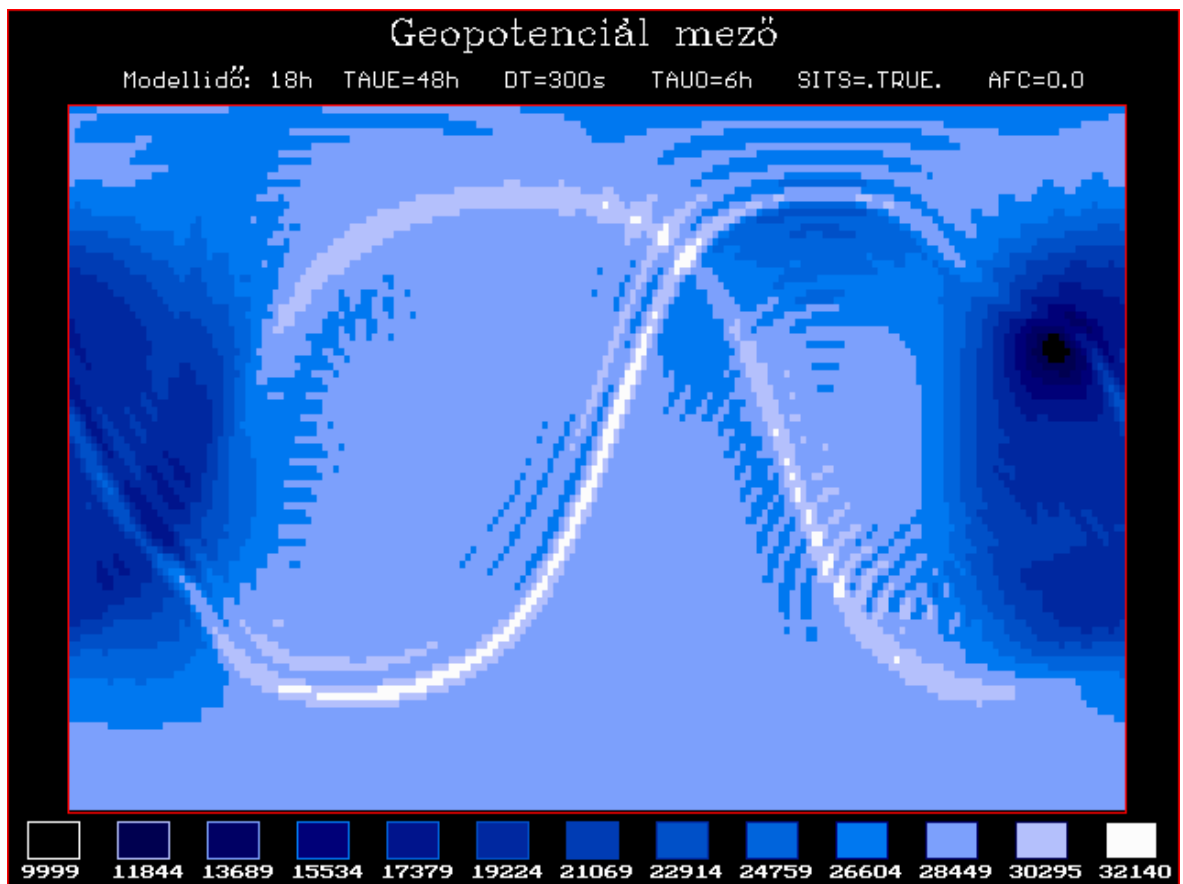
14. ábra



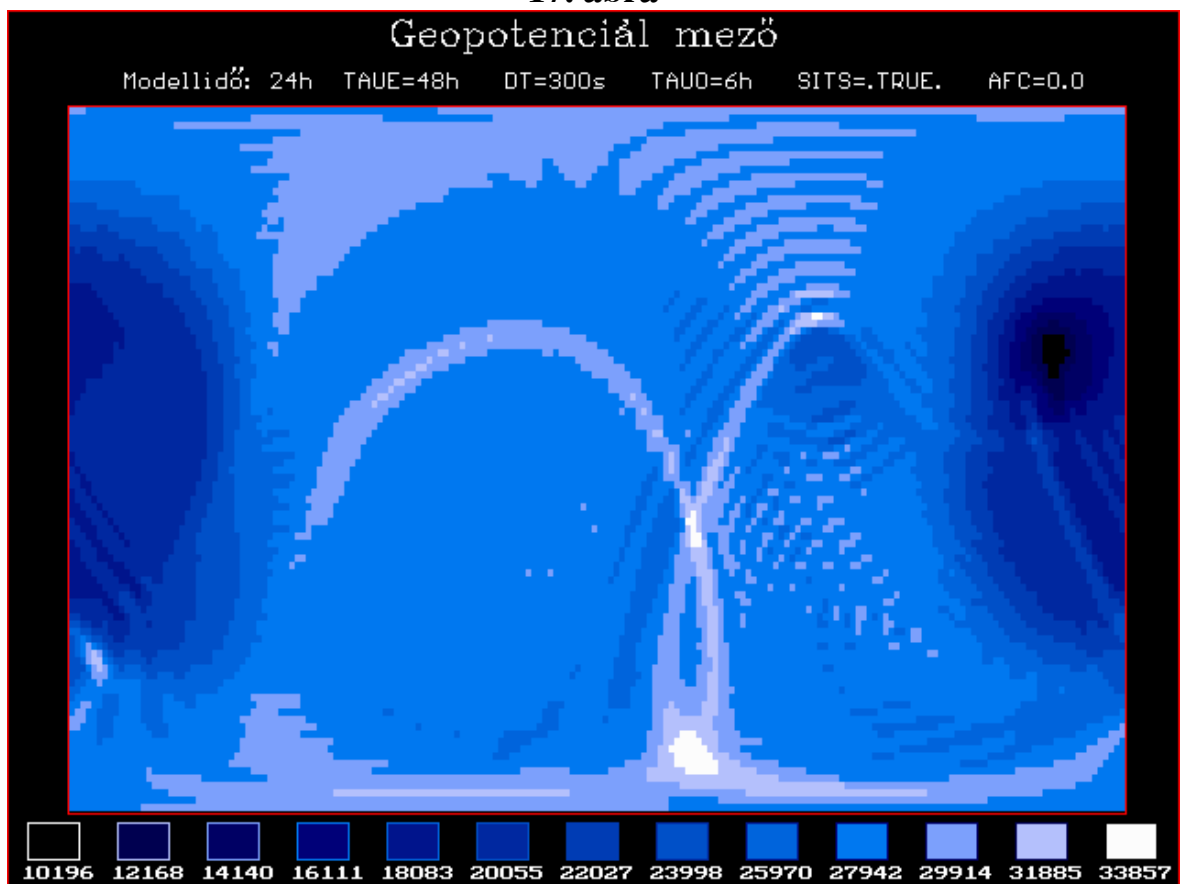
**15. ábra**



**16. ábra**



**17. ábra**



**18. ábra**







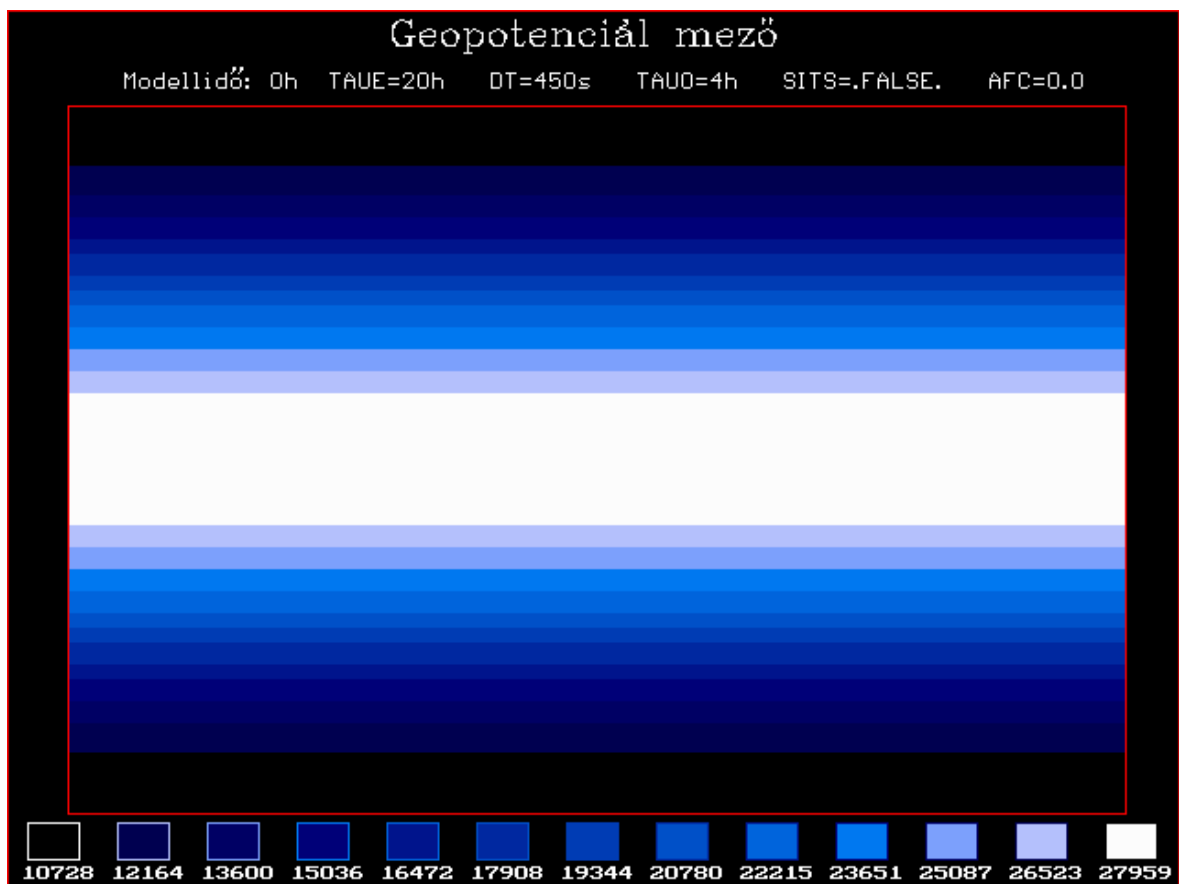
### 4. 3.

Ebben a kísérletben először lefuttattuk a 2. tesztet domborzat nélkül, majd ugyanazokkal a futási paraméterekkel lefuttattuk úgy is, hogy egy kb. 2000 m magas hegyet helyeztünk el a gömb felületére.

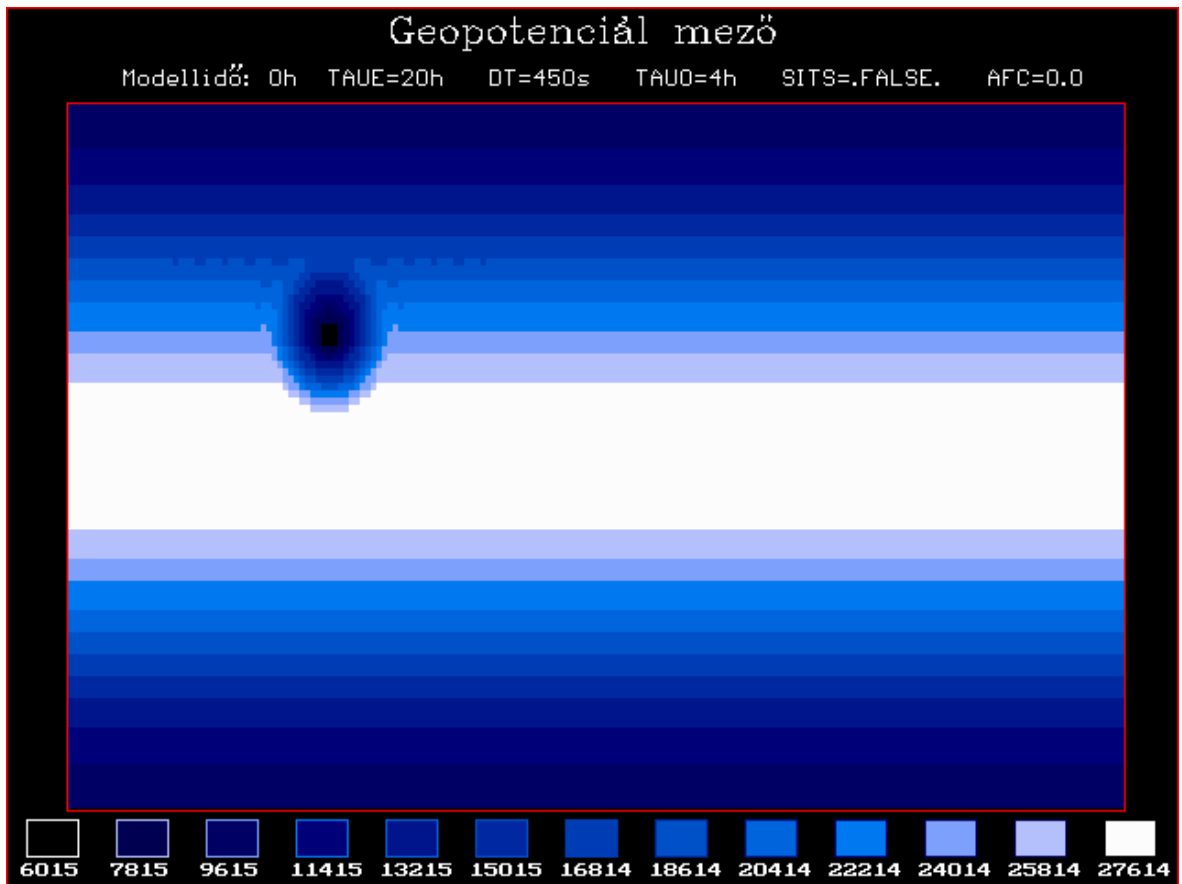
A modellt explicit integrálási módszerrel, 20 órás futási idővel, 450 s-os időlépcsővel futtattuk.

A geopotenciál mező kirajzolása 4 óránként történik.

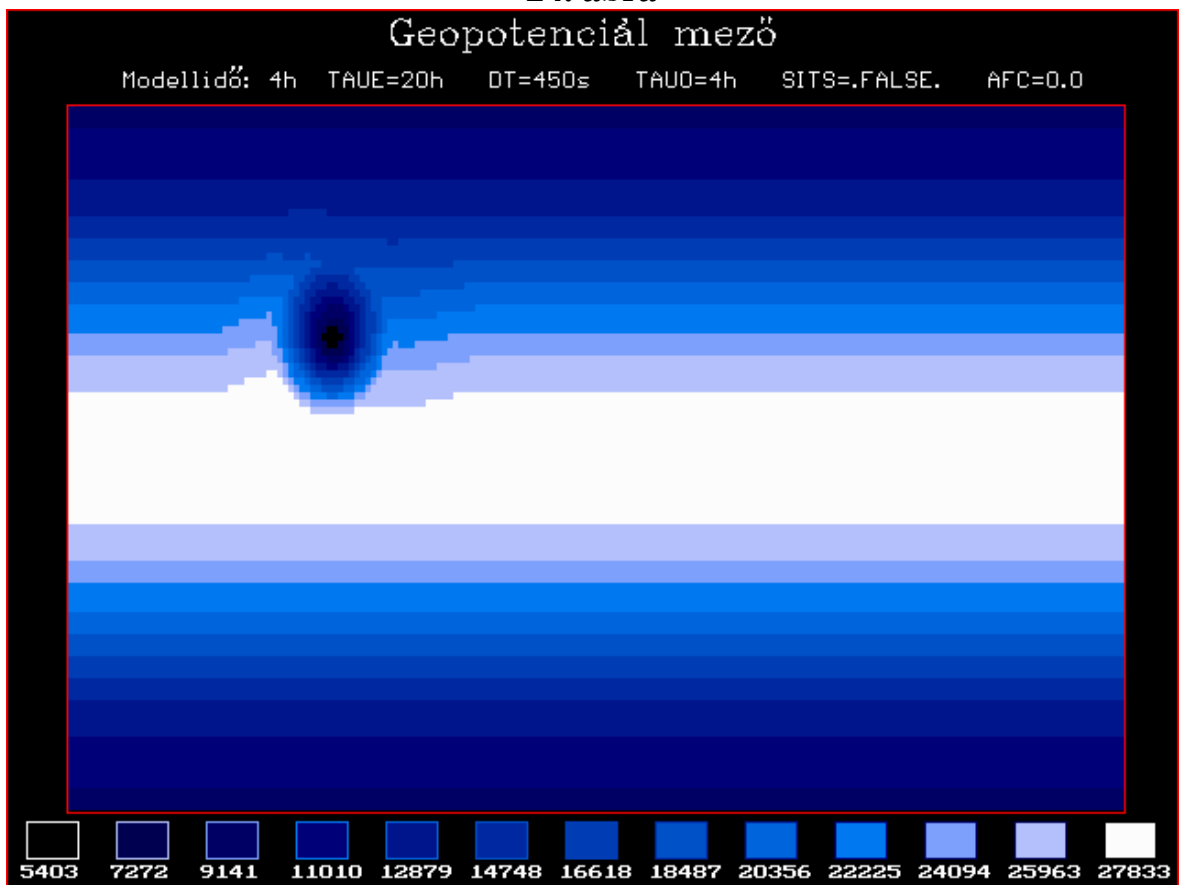
A hegy figyelembevétele nélkül a 2. teszt kezdeti mezeje a futtatás végéig változatlan maradt, ugyanis egyensúlyi helyzetű volt a folyadék (**23. ábra**). A **24. ábrától** követhetjük végig a hegy beiktatásának hatásait.



23. ábra

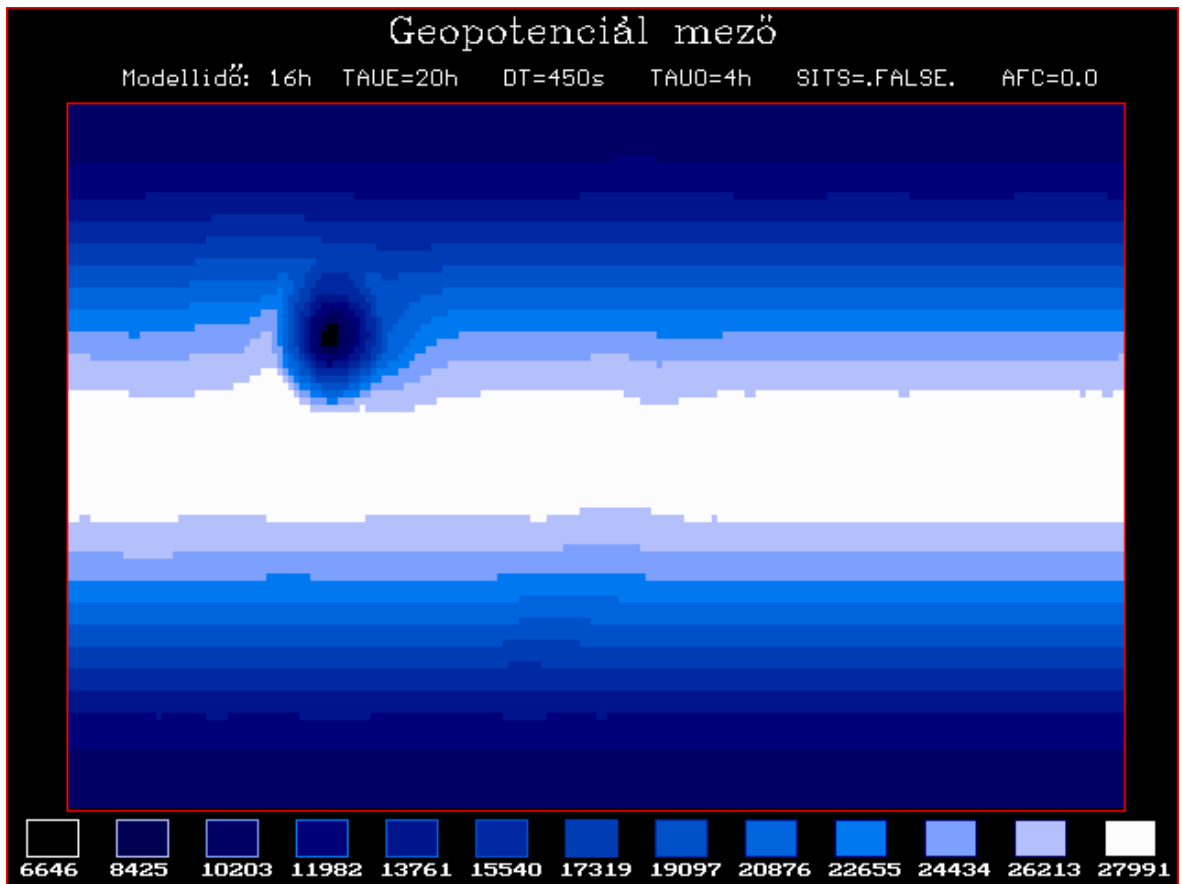


**24. ábra**

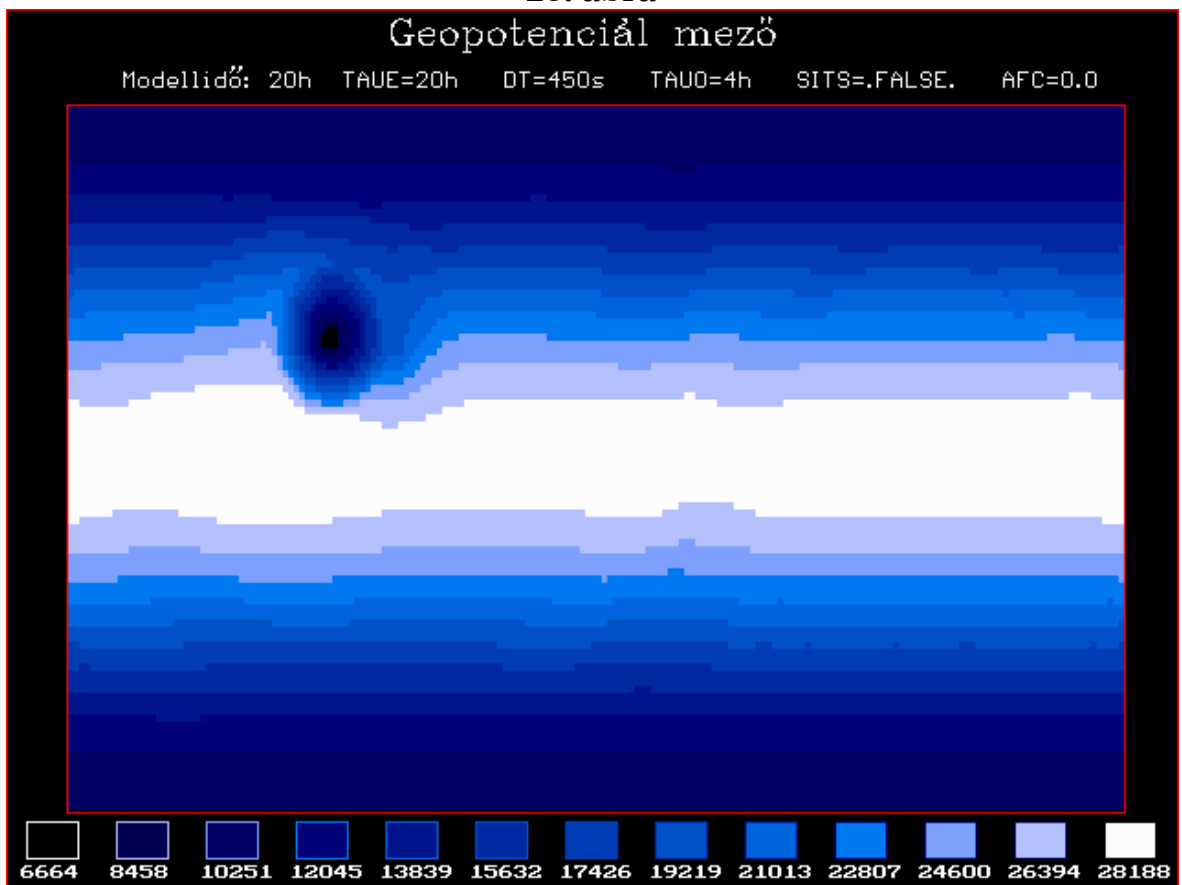


**25. ábra**





**28. ábra**



**29. ábra**

## 5. A kód leírása

### 5. 1.

A bevezetőben már említettük, hogy a modell forráskódja szabad program azzal a megkötéssel, hogy csak oktatási illetve kutatási célokra használható.

A komplett programhoz az **INTERNET** hálózaton keresztül jutottunk hozzá, anonymous FTP révén az **ftp.ucar.edu** nevű amerikai hostról (IP címe 128.117.64.4). Miután a Meteorológiai Tanszéknek sikerül beszereznie egy UNIX (pontosabban AIX 3.2) operációs rendszerrel működő **IBM RISC 6000**-es típusú munkaállomást, megteremtődtek a lehetőségek arra, hogy installáljuk a programot, és kísérleteket hajtsunk vége rajta.

A spektrális transzformációval dolgozó globális sekélyvíz modell (stswm) forráskódja FORTRAN 77 nyelven íródott, és UNIX operációs rendszerben való futtatásra van felkészítve. Köszönhetően a UNIX rendszer széleskörű elterjedtségének és általánosságának, a szerzők által kifejlesztett csomag nem csak RISC gépeken alkalmazható, hanem a preprocessor minimális átírásával egyszerűen áttehető SUN kompatibilis workstation-ökre, illetve CRAY szuperszámítógépekre is.

Az installálást követően a programcsomag hét különböző teszt futtatására áll készenlétben, ami hét különböző kezdeti feltételt jelent (egyensúlyi és nem egyensúlyi állapotokat), ezen felül az alkalmazott numerikus módszerekben is vannak különbségek (pl. az explicit vagy a szemi-implicit integrálás alkalmazásában). A tesztek eredményeit - kibővítve a földfelszíni hatások vizsgálatával - láhattuk az előző fejezetben.

A hét teszt közül az első négy nem igényel bemenő adatokat, ezeknél a kezdeti mezőket a program számolja. Az utolsó három teszt netCDF (lásd később) formátumú bemenő spektrális koefficienseket használ kezdeti értéként. Utóbbi három tesztet *Williamson et al.* (1992) készítették.

Ahhoz, hogy a módszert tetszőleges, inicializált kezdeti mezőkre is alkalmazni tudjuk, csak minimális változtatásokat kell végrehajtani a forráskódban.

A FORTRAN forráskód kb. 50 szubrutinból és 9 include file-ból áll. Teljes terjedelme körülbelül 10,000 sor, és a megértés megkönnyítése érdekében rengeteg megjegyzést (commentet) tartalmaz.

A főprogram és a szubrutinok, illetve az include file-ok az '/u/ncarswm/src' alkönyvtárban vannak elhelyezve. A könyvtári rutinok az '/u/ncarswm/lib' alkönyvtárban találhatóak. Az '/u/ncarswm/netcdf' könyvtárba kell elhelyezni a referencia megoldásokat tartalmazó netCDF formátumú file-okat. A program leírása található az '/u/ncarswm/docu' könyvtárban. Az '/u/ncarswm/test1', ..., '/u/ncarswm/test7' alkönyvtárak tartalmazzák a NAMELIST paramétereket tartalmazó standard input file-okat. Innen történik a főprogram meghívása, domborzat nélküli esetben a RISC, domborzati hatást is figyelembe vevő esetben a TOP script segítségével. Ide kell elhelyezni, a TOP alkalmazása eseté a földfelszíni információkat tartalmazó 'surface.dat' file-t is.

\*

A program tartalmaz hibaanalizáló rutinokat, az invariáns mennyiségek megmaradását vizsgáló eljárásokat, netCDF formátumot használó adattároló utasításokat és grafikus eljárásokat a számolt mezők ábrázolására és összehasonlítására céljából.

### **A program által használt könyvtárak:**

1. A Gyors Fourier Transzformáció (Fast Fourier Transformation, FFT) SET99 és FFT991 rutinjait használjuk, amit a European Center for Medium Range Weather Forecasting (ECMWF) fejlesztett ki. Szintén szabad program. Egy módosított FFT is a rendelkezésünkre áll, ami további vizsgálatok tárgya lehet.

2. A Numerical Algorithms Group (NAG) integráló eljárását, a D01AHE szubrutint is használjuk a 3-as és a 4-es tesztekben. Ez is szabad program.

3. A program elő van készítve a netCDF, azaz network Common Data Form nevű program alkalmazására.

A netCDF-et a Unidata Program Centerben fejlesztették ki. Célja tudományos adatok géptípus-független tárolása. Előnyei közül néhány: a netCDF file tartalmaz információkat a tárolt adatokról, a file közvetlen elérésű, a file használat közben megosztható, stb.



Bár több országban alkalmazzák viszonylag széles körben, hazánkban még nincs elterjedve használata. Modellünk szempontjából jelentősége az 5.-7. tesztekénél van, ugyanis a kezdeti adataik ilyen formátumban állnak rendelkezésünkre. Ezen felül, beállítástól függően futás közben a program netCDF formátumú file-okat készít, és raktároz el a háttértáron.

A netCDF csomag is szabad terjesztésű.

4. Az egyetlen programcsalád, ami nem szabadprogram, az NCAR Graphics Library. A program, szintén beállítástól függően, számolt adatainkat ki is rajzolná futás közben a képernyőre.

A program az írás pillanatában még nem állt rendelkezésünkre, így egy általunk kifejlesztett programmal ábrázoltuk a meteorológiai mezőket.

\*

A forráskód *Belousov* (1962) eljárását használja az asszociát Legendre polinomok kiszámolására.

A program lehetővé teszi kényszerítő hatások figyelembevételét, amely befolyásolja az állapotjelzők időbeli fejlődését. Választhatunk a momentum kényszer vagy az örvényesség-divergencia kényszer alkalmazása közt.

Lehetőség van, egy hangolható paraméter által, elforgatott koordináta rendszerekkel való kísérletezésre is. Ugyanis a *Williamson et al.* (1992) által készített tesztmezők sok esetben megkövetelik a rendszer elforgatását.

\*

Ejtsünk néhány szót a program futásának főbb lépéseiről!

Első lépésként a főprogram meghívja az INPUT szubrutint, ami vektorokat definiál a transzformáció részére, azon felül beolvassa a NAMELIST paramétereket a standard input file-ból. (A fent említett paraméterek a hangolható változók, fontosságuk miatt részletesebb taglalásuk a következő pontban található.)

Az INIT szubrutin inicializálja a különböző teszteknek megfelelő változókat.

A következőként meghívot ANLYTC szubrutin a tesztek analitikus megoldásait adja vissza. Mostani meghívása inicializálja a kezdeti mezőket.

A domborzattal módosított modellben ezen a ponton olvassuk be a topográfia adatait.

A PLOTS végzi a kezdeti mező kirajzolását, már amennyiben installálva van az NCAR Graphics Library; az NRGTCs végrehajtja a kezdeti, invariáns mennyiségek megmaradásához kapcsolódó analízist, majd az ERRANL végrehajtja az első hibaelemzés eljárást.

A kezdő állapot spektrális koefficienseinek kiszámolását végzi el az SHTRNS és a ZD alrutin.

Ha az említett standard bemenő adatfile-ban a NAMELIST paraméterek közt a TAUE értékét kevesebbnek választottuk, mint a TAUO értékét (jelentésükről később még szót ejtünk), akkor az OUTPTP netCDF formátumú file-ba menti el a kezdeti spektrális koefficienseket. Hasonlóan, ha az SPCFRQ paraméter értéke kisebbre van beállítva, mint a TAUE, akkor a program elvégzi a mezők spektrálanalízisét.

Ezután kezdődik a főciklus, az integrálási rutin. Az NSTEP nevű változó jelzi az aktuális időlépcsőt. TAU mutatja, hogy éppen hányadik óránál tart a modell.

A STEP nevű szubrutin kezeli a modell által tárolt három egymást követő időszinten tárolt adatokat. A STEP hívja meg a COMP1 eljárást, amely kiszámolja a következő időlépcsőre paramétereink értékeit.

A lépések közt különböző teszteket hajthatunk végre, amiket a NAMELIST paramétereivel tudunk hangolni.

A ciklus mindaddig folytatódik, amíg az aktuális TAU túl nem halad a teljes futási időn, TAUE-n.

\*

A forráskód több include file-t is magában foglal, ugyanis egyes szubrutinok közös paramétereket és adatokat használnak. Az ezeket definiáló részeket, ahelyett hogy minden egyes alrutinba beírták volna, célszerűen külön file-ba helyezték el, és a FORTRAN fordító hajtja végre az egyes include file-ok beillesztését.

Az include file-ok rövid ismertetése (az '.i' kiterjesztés értelemszerűen az include szó rövidítése):

- *params.i* : a modell legalapvetőbb paramétereit állítja be. Például itt választhatjuk ki a megfelelő csonkítást. A többi include file előtt kell álljon a szubrutinokban.
- *complt.i* : a grafikus megjelenítéshez (NCAR Graphics) tartalmaz beállításokat.
- *consts.i* : a NAMELIST paraméterek deklarációját tartalmazza.
- *finit.i* : a különböző tesztekhez kapcsolódó deklarációk vannak itt elhelyezve.
- *case4.i* : a 4-es teszthez kapcsolódó változók beállítása.
- *tdvars.i* : a modell állapotjelzőinek, mégpedig az örvényesség, a divergencia, a geopotenciál, a sebességmezők illetve az időlépcső indexének deklarációi kaptak itt helyet.

- *trnsfm.i* : a spektrális transzformációhoz kapcsolódó deklarációk.
- *wrkspc.i* : olyan tömbök definíciói, amiket a számolások, illetve paraméterátadások során használunk (főleg az FFT illetve a grafikus megjelenítés kapcsán).
- *netcdf.inc* : a netCDF rutinok számára tartalmaz deklarációkat. A file különlegessége, hogy ellenben a többi include file-lal, ezt a háttértár egy speciális helyén kell tárolni, mégpedig az '/usr/local/include' alkönyvtárba.

A forráskód lefordítása és linkelése a 'makefile' preprocessor meghívásával történik. A fordítás paramétereinek megváltoztatásához át kell írni a 'makefile'-t. A forrásprogram bármilyen megváltoztatása után újra kell fordítani az átírt rutint.

## 5. 2.

Az előző fejezetben említettük, hogy a program futtatása a tesztek alkönyvtáraiból történik. Célszerű egy külön alkönyvtárat létesíteni abban az esetben is, ha a programot valós mezőkkel akarjuk tesztelni, és ebben a könyvtárban elhelyezni a kezdeti mezők file-jait.

A főprogram elindításáról a már említett RISC illetve TOP script gondoskodik.

A program elindulása után az INPUT rutin segítségével beolvassa a **standard input** file-ból (amelynek neve pl. a 3-as teszt esetén 'exp.0003') a NAMELIST változókat. Futás közben a program információkat tárol a **standard output** file-ban (melynek neve pl. a 3-as teszt esetén, domborzat nélküli esetben 'stdout.0003', orográfiát is figyelembe vevő esetben pedig 'topout.0003' lesz), a későbbi kiértékelés céljából.

A standard outputba írt információk: a NAMELIST paraméterlista néhány eleme, a 'params.i' include file-ban megadott csonkítási paraméter, az alkalmazott rácspontok száma észak-déli illetve kelet-nyugati irányban, az átlagos globális geopotenciál értéke, a Courant-szám, valamint, ha végrehajtnak, az analizáló rutinok által kidobott információk (energia, tömeg, ensztrófia megmaradása, számolási hibák, ...).

Előfordulhat, hogy a kezdeti feltételek miatt a program futása valamilyen fatális hiba miatt félbeszakad. Ilyenkor a képernyőn kapunk üzenetet. Az is megtörténhet, hogy a program futása nem áll meg, de valami miatt (például a CFL kritérium által limitált időlépcső túllépése miatt) a programnak figyelmeztetnie kell bennünket. Erre a célra a program létrehoz egy hibáüzeneteket tartalmazó file-t (melynek neve, pl. a 3-as teszt esetén 'stderr.0003' lesz), amely szerencsés esetben a program lefutása után is üres marad.

Minden futás megkezdésekor a régi 'stdout.000#' és 'stderr.000#' file-ok törlődnek, majd a program újra létrehozza őket.

Az egyes teszt alkönyvtárak tartalmaznak egy rövid leírást (README file-t) a végrehajtandó teszt jellegéről is.

\*

Szó volt az 'exp.000#' nevű standard input file-ról. Ez a felhasználók által **hangolható paramétereket** tartalmazza, amelyek variálásával hasznos tapasztalatokat szerezhetünk modellünkről. A változtatható paraméterek 4 csoportban vannak felsorolva, sorrendjük tetszőleges.

A **PHYVAR** (fizikai modell paraméterek)  
csoport változói:

**ALPHA:** az koordináta-rendszer elforgatásának szöge (radiánban megadva).

**A:** a Föld sugara (méterben). De persze tesztelhető a modell más értékkel is.

**OMEGA:** a Föld forgásának szögsebessége (radián/s-ban megadva).

**GRAV:** a gravitációs gyorsulás értéke (m/s-ban).

**HDC:** a horizontális diffúzió együtthatója. Ha nem egyenlő 0-val, akkor nem teljesül a potenciális enstrófia megmaradása.

Az **EXPDEF** (futtatási paramétereket definiáló)  
csoport változói:

**DT:** a integráláshoz használt időlépcső (másodpecben).

**EGYFRQ:** ekkora időközönként (órában megadva) fut le a különböző invariáns mennyiségek állandóságát vizsgáló teszt. Az invariánsok: össztömeg, összenergia, relatív örvényesség, divergencia és potenciális enstrófia. Ezen felül egy közepes szélességeken elhelyezkedő pontban levő értékek elraktározása is itt történik, a gravitációs hullámok vizsgálata céljából. Ha az EGYFRQ értékét magasabbnak választjuk, mint a TAUE értékét, nyilván nem fog végrehajtódni a vizsgálat.

**ERRFRQ:** az állapotjelzők hibaanalízisét végző eljárások közti időlépcső (órákban). Az  $L_{\{1\}}$ ,  $L_{\{2\}}$  és az  $L_{\{\infty\}}$  a magasság és a sebességvektor hibáit jelentik a stanard outputban. Az analizáló rutin kiszámolja még a magasság minimumának, maximumának, átlagának illetve varianciájának a relatív hibáját is. Ha az ERRFRQ több, mint a TAUE, akkor nincs hibaanalízis.

**SPCFRQ:** a mozgási energia és a geopotenciál spektrálanalízisét végző rutin két alkalmazása közti időintervallum (órákban megadva). TAUE-nél magasabbnak választva értékét letiltjuk az analízist.

**TAUE:** a modellintegrálás teljes ideje (órákban).

**TAUO:** ennyi időközönként menti el file-ba az állapotjelzők spektrális koefficienseit a program (órákban megadva). A módosított programban ennyi időközönként mentettük el a geopotenciál értéket a grafikus feldolgozás (4. fejezet) céljából. Ha nem akarunk elraktározni adatokat, TAUO értékét állítsuk be magasabbnak TAUE-nél.

**GPHFRQ:** az állapothatározók mezőinek grafikus megjelenítése (NCAR Graphics Library) közti időlépcső. Ha értéke nagyobb, mint a TAUE, akkor nincs grafikus megjelenítés (megjegyezzük, hogy az NCAR Graphics nélkül ehyébként sincsen).

**AFC:** az Asselin-féle szűrő együtthatójának értéke.

**SITS:** logikai változó. Ha igaz (SITS = .TRUE.), akkor az integrálási séma szemi-implicit, ha hamis, akkor explicit. Megjegyezzük, hogy az 1. teszt csak explicit sémával futtatható.

**FORCED:** logikai változó. Ha igaz, akkor külső kényszer is szerepet kap az egyenleteinkben.

**MOMENT:** logikai változó, aminek segítségével választhatunk a momentum kényszer (MOMENT = .TRUE.), illetve az örvényesség-divergencia kényszer (MOMENT =.FALSE.) alkalmazása közt.

**ICOND:** az aktuális teszt számát tartalmazza. Azért van szükség a tárolására, mert a tesztek más-más részeket használnak a programból. (Például az első teszt az advekción egyenlettel dolgozik, nem a teljes egyenletrendszerrel.)

A **PLTDEF** (ábrázolási paramétereket beállító)  
csoport változói:

**LGPHS:** logikai változó, ami lehetővé teszi a grafikus megjelenítést. Ameddig nem áll rendelkezésünkre az NCAR Graphics Library, értékét *.FALSE.-nak kell választani.*

**LCONT:** logikai változó. Ha igaz, a kontinensek körvonalai is megjelenítődnek.

**LOP, LCP, LPSP:** logikai változók. A három közül csak egy lehet igaz, ugyanis itt lehet választani a térképészeti projekciók közül, és egyszerre csak egy fajta ábrázolási mód lehetséges.

**LG:** logikai változó. A magassági mező ábrázolását engedélyezi vagy tiltja le.

**LU:** logikai változó. A horizontális sebesség  $u$  (keleti irányú) komponensének ábrázolását engedélyezi vagy tiltja le.

**LV:** logikai változó. A horizontális sebesség  $v$  (északi irányú) komponensének ábrázolását engedélyezi vagy tiltja le.

**LZ:** az abszolút örvényesség ábrázolását engedélyező vagy letiltó logikai változó.

**LD:** az divergencia ábrázolását engedélyező vagy letiltó logikai változó.

**LVV:** a sebességvektor ábrázolását engedélyező vagy letiltó logikai változó.

**LVVG:** A magassági mező és a szélvektor ábrázolását engedélyező vagy letiltó logikai változó.

**POLAT, POLNG, POROT:** a grafikus ábrázolás központi szélességi, hosszúsági fokát, illetve elforgatási szögét állítják be (fokban megadva).

Az **FNAMES** (fileneveket beállító)  
csoport változói:

**FNIN:** annak a file-nak a neve, amely a referencia adatok spektrális koefficienseit tartalmazza (a file a netcdf alkönyvtárban kell legyen). Az 5-ös, 6-os illetve 7-es tesztek használnak külső referencia adatokat.

**FNOUT:** a modell futása során gyártott spektrális koefficiensek ebbe a file-ba íródnak.

\*

Minden előbb felsorolt változónak van egy alapértelmezés szerinti (default) értéke, tehát elvileg ezek ismeretében néhány változót nem is kéne definiálnunk a standard input file-ban, azaz a változókat definiáló egyenlőség jobb oldalát üresen is hagyhatnánk. Ezt azonban ha lehet, kerüljük el, ugyanis az üresen hagyott helyek miatt a forráskód fordítása közben hibaüzenetet kapunk, bár a program futása nem szakad meg. Egyébként is érdemes kapott eredményeinket a felhasznált bemenő paraméterekkel, azaz a megfelelő standard input file-lal együtt eltárolni.



## 6. Összefoglalás

Az előző fejezetekben részletesen beszámoltunk egy dinamikus fejlődő, viszonylag új keletű modelleljárás történetéről. Célul tűztük ki egy, az ismertetett módszerrel dolgozó globális modell hazai adoptálását, és továbbfejlesztését.

Részletesen taglaltuk a modell által alkalmazott matematikai módszert, leírtuk a végrehajtott módosítás jellemzőit, majd bemutattuk a futtatások néhány eredményét.

Legvégül a programkód használatához szükséges számítástechnikai háttérrel adtunk rövid áttekintést.

Összegzésként elmondhatjuk tehát, hogy sikerült teljesítenünk célkitűzésünket, adaptáltuk az Egyesült Államokban megírt modellt, és sikeresen továbbfejlesztettük, lehetővé téve ezáltal a modell, az alkalmazott módszer, és tágabb értelemben a légkör dinamikájának további vizsgálatát.

\*

Végezetül szeretnék köszönetet mondani témavezetőmnek (és egyben tanszéki konzulensemnek), **Szunyogh Istvánnak**, aki bármikor szívesen állt rendelkezésemre, bármilyen kérdés kapcsán is fordultam hozzá. Nélkülözhetetlen segítségével sikerül kellőképpen elmélyednem a témakörben, és megírnom dolgozatomat.

## Irodalomjegyzék

*Asselin, R.*, 1972: Frequency filter for time integrations. *Mon. Wea. Rev.* 100, 487-490.

*Belusov, S. L.*, 1962: Tables of normalized associated Legendre polynomials. *Mathematical Tables Series*, Pergamon Press, New York, N. Y.

*Bourke, W.*, 1972: An efficient, one level, primitive-equation spectral model. *Mon. Wea. Rev.* 100, 683-689.

*Bourke, W.*, 1974: A multi-level spectral model. I. Formulation and hemispheric integration. *Mon. Wea. Rev.* 102, 687-701.

*Browning, G. L., Hack, J. J. and Swarztrauber, P. N.*, 1989: A comparison of three numerical methods for solving differential equations on the sphere. *Mon. Wea. Rev.* 117, 1058-1075.

*Bryan, K., Jr.*, 1959: A numeric investigation of certain features of the general circulation. *Tellus* 11, 163-174.

*Elisaen, E., Machenhauer, B. and Rasmussen, E.*, 1970: On a numerical method for integration of the hydrodynamical equations with a spectral representation of the horizontal fields. *Dept. of Meteorology*, 35, University of Copenhagen.

*Ellsaesser, H. W.*, 1966: Evaluation of spectral versus grid methods of hemispheric numerical weather prediction. *J. Appl. Met.* 5, 246-262.

*Fjærtoft, R.*, 1953: On the changes in the spectral distribution of kinetic energy for two-dimensional, non-divergent flow. *Tellus*, 5, 225-230.

*Gilchrist, A.*, 1957: The representation of circumpolar 500 mb charts by a series of spherical harmonics. *British Meteor. Off., Meteor. Res. Pap.* 1040, 9.

*Jakob, R. and Hack, J. J., 1992: Description of a global shallow water model based on the spectral transform method. NCAR Technical Note NCAR /TN-343+STR, Boulder, Colorado.*

*Jakob, R., 1992: Description of software for the spectral transform shallow water model v2.0. NCAR Technical Note, Boulder, Colorado.*

*Jakob, R., 1992: Spectral transform shallow water model v2.0. Content of the README file, Boulder, Colorado.*

*Lorenz, E. N., 1957: Maximum simplification of the dynamic equations. Mass. Inst. Tech., Dept. Meteor.*

*Machenhauer, B. and Rasmussen, E., 1972: On the integration of the spectral hydrodynamical equations by a transform method. Report No 3., Institut for Teoretisk Meteorologi, University of Copenhagen.*

*Orszag, S. A., 1970: Transform method for calculation of vector coupled sums: Application to the spectral form of the vorticity equation. J. Atmos. Sci. 27, 890-895.*

*Orszag, S. A., 1971: Numerical simulation of incompressible flows within simple boundaries: I. Galerkin spectral representation. Studies in Applied Mathematics, L, 293-327.*

*Pedlosky, J., 1987: Geophysical fluid dynamics, Second Edition. Springer Verlag, New York, N. Y.*

*Platzman, G. W., 1960: The spectral form of the vorticity equation. J. Meteor. 17, 635-644.*

*Rew, R., Emmerson, S., Davis, G. and Yoksas, T., 1993: Unidata netCDF v2.3.2. Content of the README file, Unidata Program Center.*

*Robert, André J., 1966: The integration of a low order spectral form of the primitive meteorological equations. Journal of the Meteorological Society of Japan, Ser. 2, 44, 237-245.*

*Robert, André J.*, 1968: Integration of a spectral barotropic model from 500 mb. charts. *Mon. Wea. Rev.* 96, 83-85.

*Silberman, I. S.*, 1954: Planetary waves in the atmosphere. *J. Meteor.* 11, 27-34.

*Simmons, A. J., Hoskins, B. J. and Burridge, D. M.*, 1978: Stability of the semi-implicit method of time integration. *Mon. Wea. Rev.* 106, 405-412.

*Williamson, D. L., Drake, J. B., Hack, J. J., Jakob, R. and Swarztrauber, P. N.*, 1992: A standard test set for numerical approximations to the shallow water equations in spherical geometry. *J. Comput. Pys.* 102, 211-224.