

Ensemble előrejelzések I.

Bevezetés

„No forecast is complete without the forecast of forecast skill”

- Előadó: *Szűcs Mihály*
- Korábbi előadók:
 - *Hágel Edit*
 - *Horányi András*
 - *Bölöni Gergely*

Tartalom

- A Kaotikus rendszerekről
 - Egydimenziós diszkrét példa
 - A Lorenz-modell és a vízikerek
 - Kaotikus rendszerek tulajdonságai
- A légköri rendszer előrejelezhetősége
 - Mik a légköri rendszer előrejelzésében a bizonytalanság forrásai?
 - Mik az időjárás előrejelezhetőségének a határai?
- Együttes (ensemble) előrejelzések
 - Hogyan lehet a légköri bizonytalanságokat számszerűsíteni? (főleg a jövő óra)
 - Milyen valószínűségi produktumok készíthetők?
 - Hogyan használhatóak ezek?
 - Mik a jó ensemble előrejelzés tulajdonságai?

Nemlineáris egydimenziós diszkrét rendszer

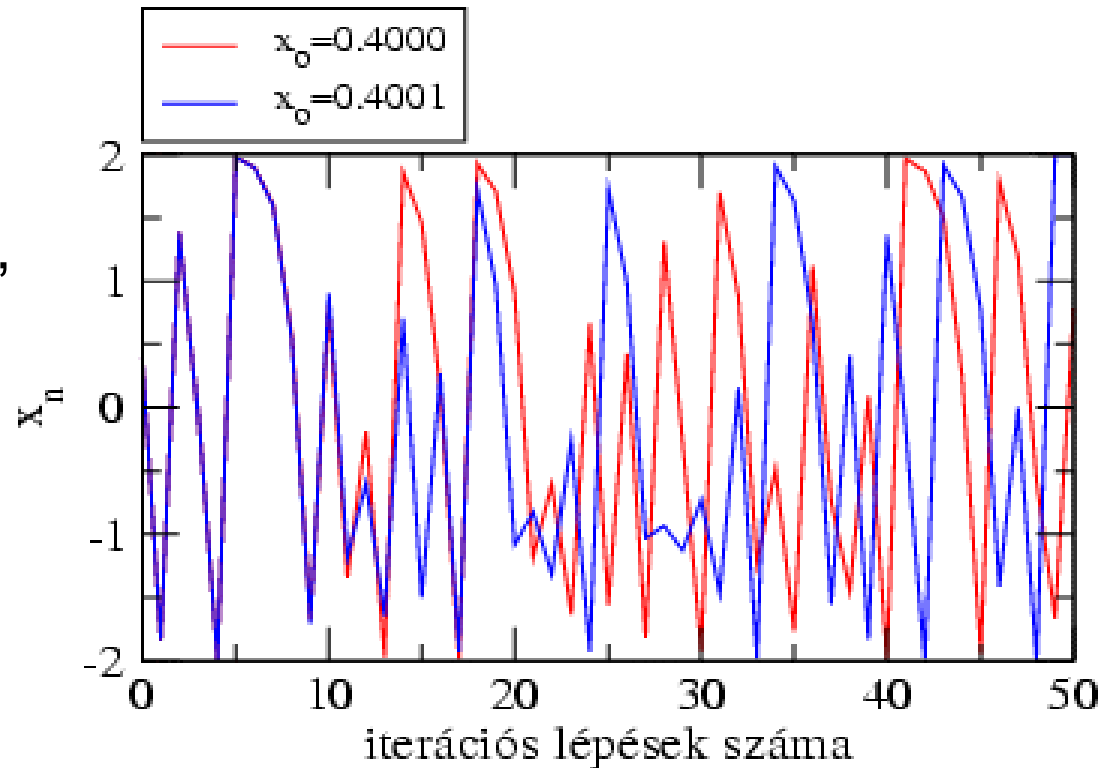
- Egyszerű példa nemlineáris rendszerre:
 - Válasszunk egy számot a $[-2, +2]$ intervallumról, legyen ez a kiindulási állapot x_0
 - Alkalmazzuk a következő algoritmust:

$$x_{n+1} = x_n^2 - 2$$

- A rendszer determinisztikus (azonos kezdeti feltételre mindig azonos végeredmény), ugyanakkor x_n^2 miatt az egyenlet nemlineáris

Nemlineáris egydimenziós diszkrét rendszer

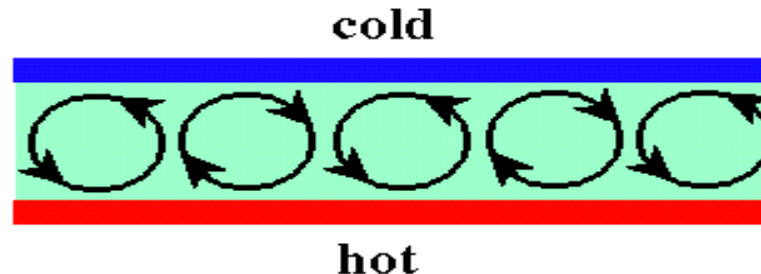
- 1. esetben $x_0=0.4000$
- 2. esetben $x_0=0.4001$
- Az eltérés csupán 0.0001, mégis a két görbe rövid idő után teljesen eltérően viselkedik
- Nagy érzékenységet mutat a kezdeti feltételekre



A légkör állapotát leíró
rendszer ennél sokkal
bonyolultabb!

A Lorenz-modell

- Edward Norton Lorenz (1917-2008) amerikai meteorológus mutatott először példát olyan rendszerekre, melyekben apró kezdeti feltételbeli különbségek esetén is jelentősen eltérőek a numerikusan szimulált időfejlődések eredményei. (A számítógép és a kávészünet története)
- A Lorenz által a kaotikus viselkedés leírásához használt Rayleigh-Benard konvekció egyenletei az alulról fűtött folyadékokban, egy kritikus hőmérséklet különbség fellépése után jelentkező feláramlást írják le



A Lorenz-modell

- A Rayleigh-Benard konvekció egyenletei:

$$\dot{x} = \sigma(y - x)$$

$$\dot{y} = rx - y - xz$$

$$\dot{z} = -bz + xy$$

- Paraméterek jelentése:

$$r = \Delta T / \Delta T_c \text{ (} r > 1 \text{ esetén indul be a konvekció)}$$

σ - Prandtl-szám (levegőben 7.1, vízben 0.72)

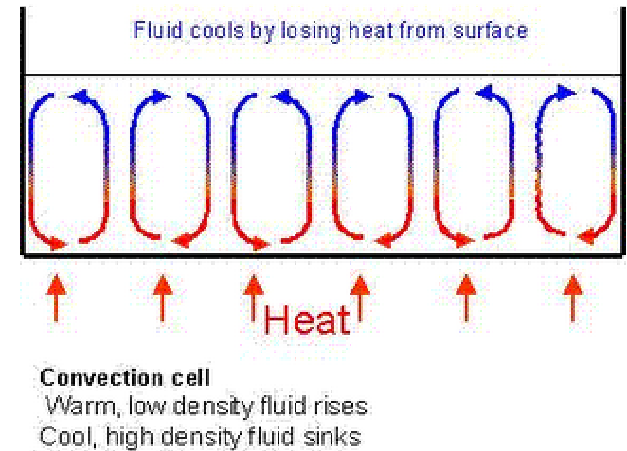
$$b = 8/3 \text{ (hengeres geometriából adódóan)}$$

- Lorenz féle megválasztások:

$$r = 28$$

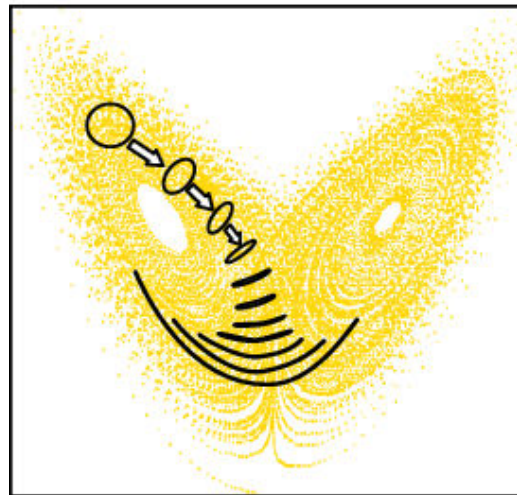
$$\sigma = 10$$

- Már nem az eredeti fizikai probléma modellezése a cél, hanem a kaotikus mozgás szemléltetése



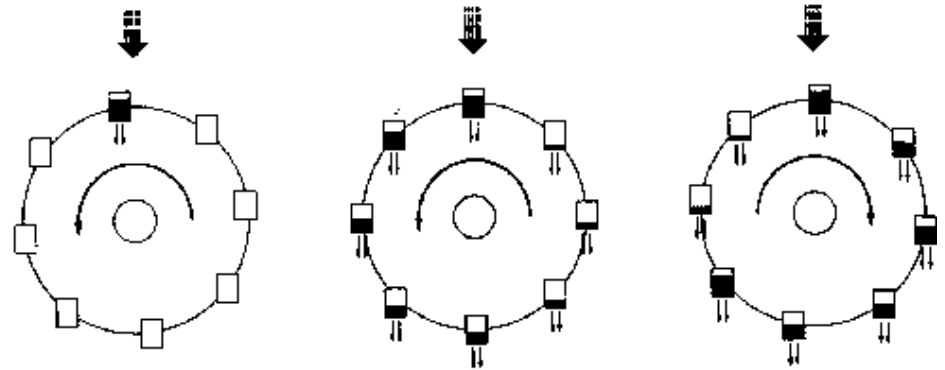
A Lorenz-modell

- Ha ábrázoljuk a fázistér $(x; z)$ síkjában a rendszer állapottaihoz tartozó pontok halmazát, akkor pillangó-szerű mintázatot kapunk.
- A körök három különböző pontthalmazt jelölnek, melyeket időlépcsőről-időlépcsőre követhetünk.



A vízikerék

- Egy abroncsra szimmetrikusan vödröket szerelünk, majd 'bekapcsoljuk' az esőt.
- Ha gyorsabban esik, mint ahogy a vödrökből távozni tud a víz, akkor mozgásba jön a kerék.
- Lorenz-modellben használt egyenletek $b=1$ megválasztással.
- <http://www.youtube.com/watch?v=zhOBibeW5J0>



$$\dot{x} = -\sigma(y - x)$$

$$\dot{y} = rx - y - xz$$

$$\dot{z} = -z + xy$$

Szabályos és kaotikus mozgások

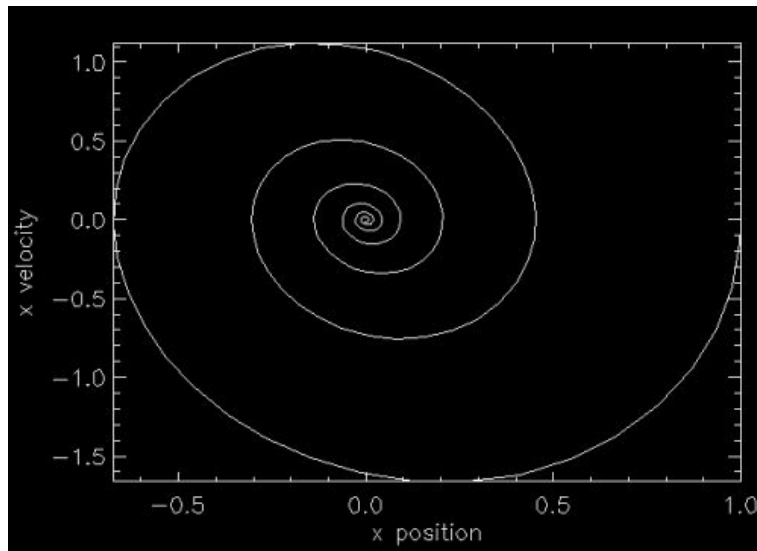
Szabályos Mozgás

ismétlődő

előrejelezhető

egyszerű geometriájú

determinisztikus



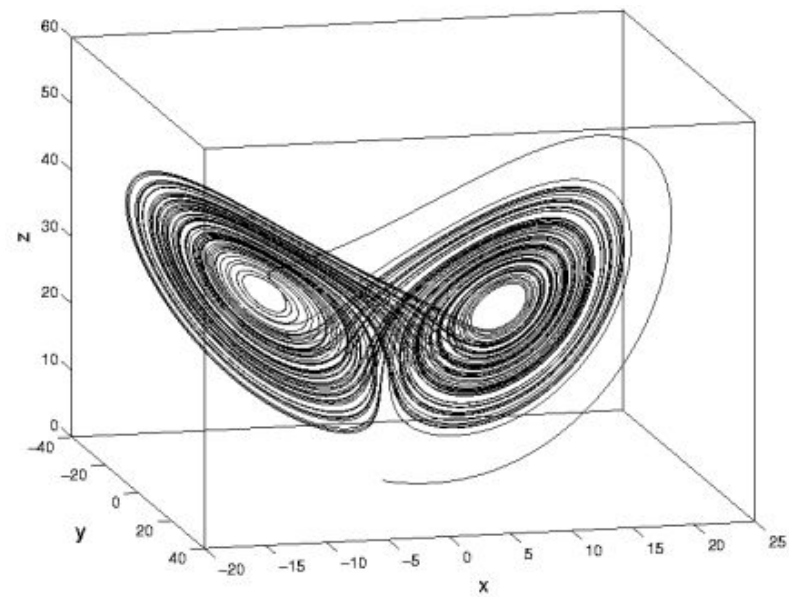
Kaotikus Mozgás

szabálytalan

előrejelezhetetlen

bonyolult geometriájú

determinisztikus



A légköri rendszer

- Láthattunk egyszerű, **nemlineáris** rendszert. A légkört **nemlineáris** parciális differenciál egyenletekkel írjuk le és a változók száma 10^7 nagyságrendű.
- Az egyszerű kaotikus rendszerek tulajdonságai a légkört is jellemzik: **előrejelezhetlenség** a legfontosabb.

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{g} - 2\mathbf{\Omega} \times \mathbf{V}$$

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \nabla \cdot \mathbf{V}$$

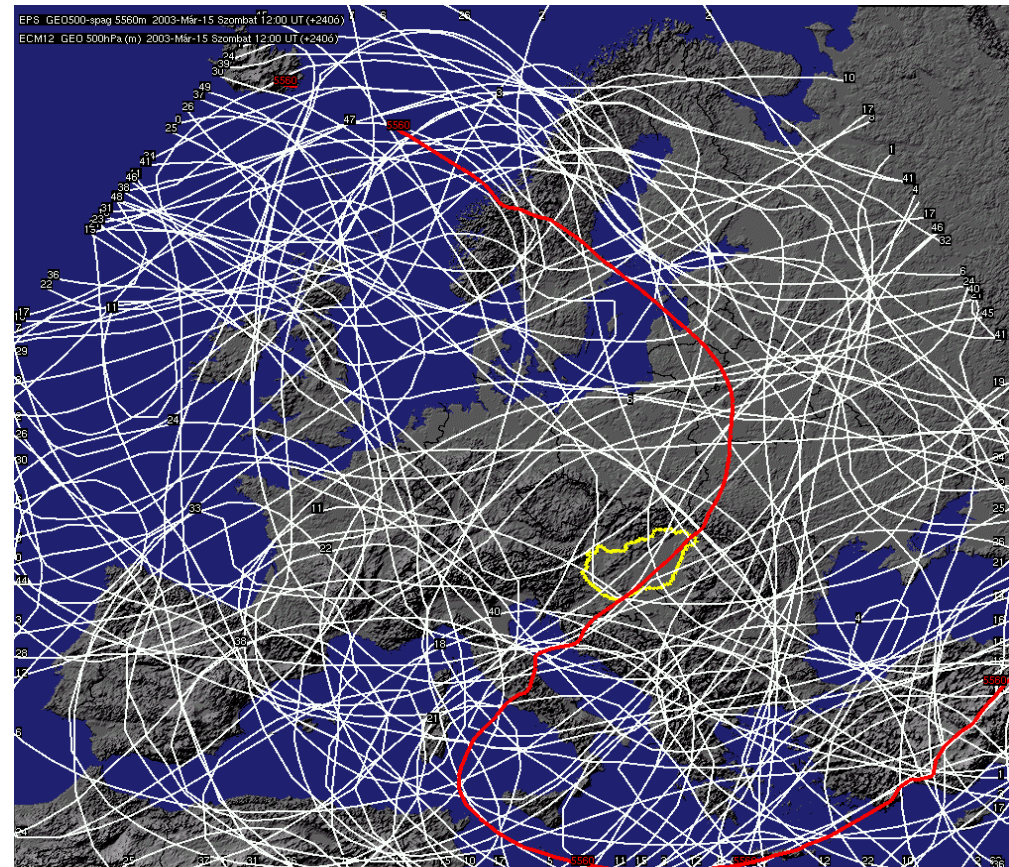
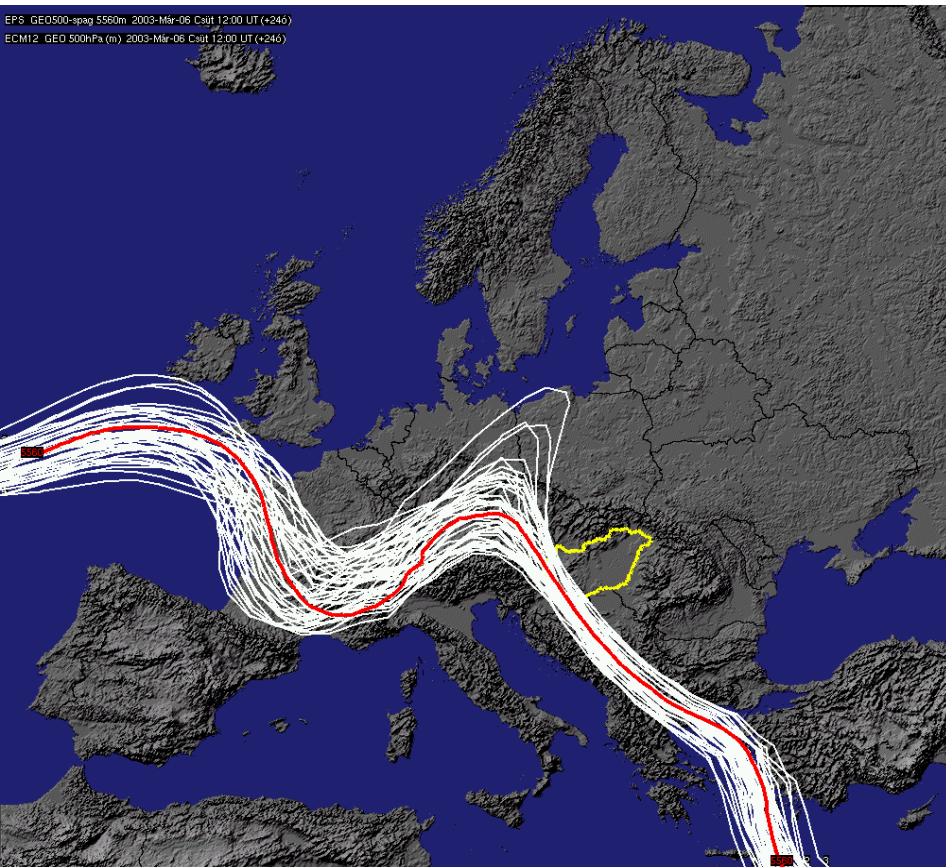
$$\frac{dq}{dt} = -\frac{M}{\rho}$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{\rho c_p} Q + \frac{RT}{p c_p} \frac{dp}{dt} \quad \leq$$

$$p = \rho R T$$

A légköri rendszer

- Nagyon hasonló kezdeti feltételekből indított előrejelzések izovonalai +24 és +240 óra elteltével.

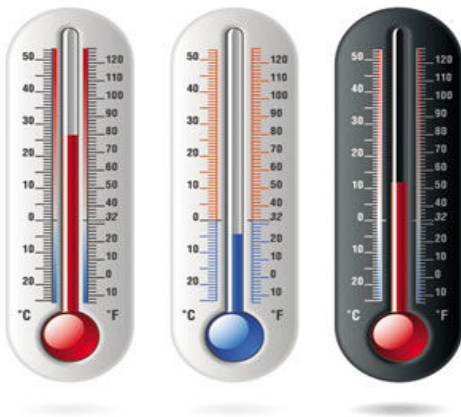


A bizonytalanság forrása az előrejelzésekben

- **Belső hiba („God given”):**
 - A kezdeti feltételben óhatatlanul fellépő bizonytalanságok, melyeket a légkör belső instabilitása és nemlinearitása növel meg.
- **Külső hiba („man made”):**
 - Az analízisünk és modell formuláink hibái. Ez azokkal a hiányosságokkal, pontatlanságokkal, közelítésekkel függ össze, melyeket a modellek megalkotása során elkövetünk.

A bizonytalanság forrása az előrejelzésekben

- A megoldandó egyenletrendszer nagy érzékenységet mutat a kezdeti feltételre:
 - *A kis kezdeti bizonytalanságok nagy hibákat eredményezhetnek az előrejelzésben*
- Probléma: a kezdeti feltételek minden esetben hibával terheltek
 - *mérések reprezentativitásának hiánya (hol mérünk)*
 - *mérésekben fellépő pontatlanság (mennyit mérünk)*

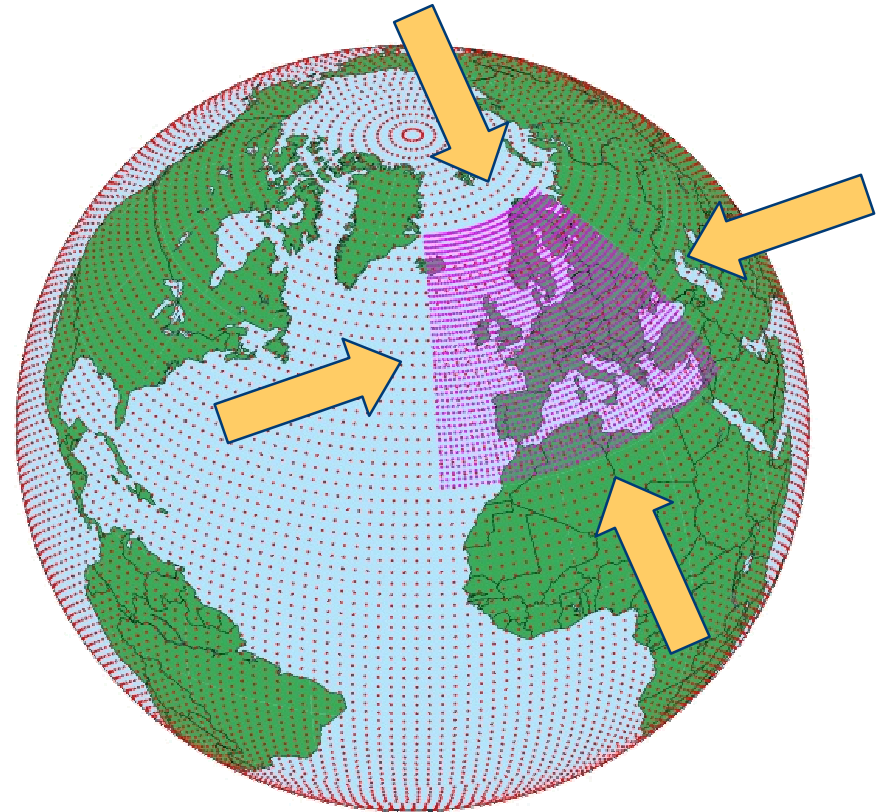


A bizonytalanság forrása az előrejelzésekben

- Az időjárás előrejelzése során megoldandó (hidro-termodinamikai) egyenletrendszer jellemzői:
 - **nemlineáris** parciális differenciál egyenletekből áll
 - **analitikus** megoldás **nem** létezik
 - **numerikus** módon lehet csak megoldani (→közelítések hibája)
 - a folytonos függvényeket **diszkrét** módon kell közelíteni (térben és időben; → diszkretizációs hiba).

A bizonytalanság forrása az előrejelzésekben

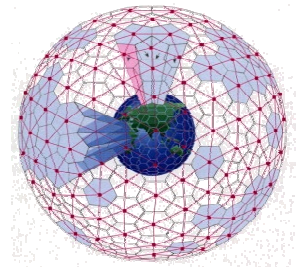
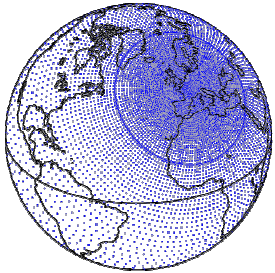
- **vegyes feladat** $\Rightarrow$ kezdeti-, és peremfeltételek megadása szükséges ($\Rightarrow$ a kezdeti és a peremfeltételek bizonytalanságai)
- **globális** modell esetében kezdeti, valamint alsó és felső határfeltételek megadása szükséges ($\Rightarrow$ pontatlanságok a felszíni jellemzők leírásában)
- **korlátos tartományú** modell esetében mindezek mellett még oldalsó peremfeltételekre is szükség van (pl. egy globális modellből) ($\Rightarrow$ oldalsó peremfeltételek bizonytalanságai)



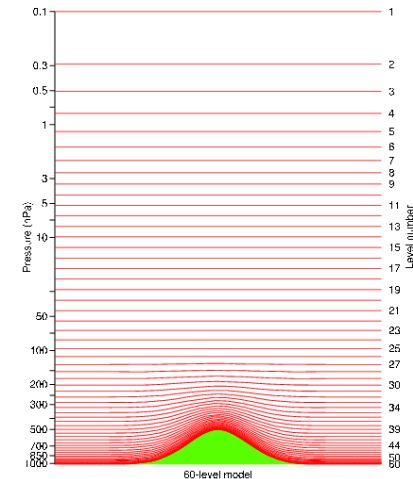
A bizonytalanság forrása az előrejelzésekben

- Térbeli **diszkretizáció** - legelterjedtebb módszerek:
 - véges különbséges módszer
 - Galjorkin (spektrális és véges elem) módszer

(bizonyos esetekben az egyik, máskor a másik módszer a jobb!)



- A **vertikális koordinátázás** kérdése:
 - *felszínkövető koordinátarendszer*
 - *nyomási koordinátarendszer*
 - *hibrid koordinátarendszer*



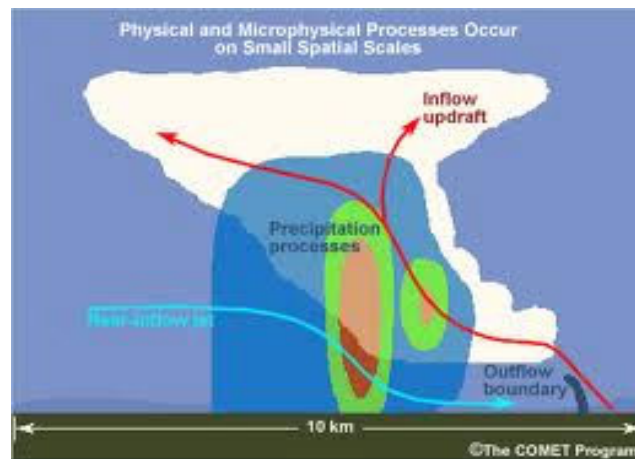
A bizonytalanság forrása az előrejelzésekben

- Fizikai parametrizáció

- rácstávolságnál kisebb skálájú, illetve túlságosan bonyolult folyamatok leírására*

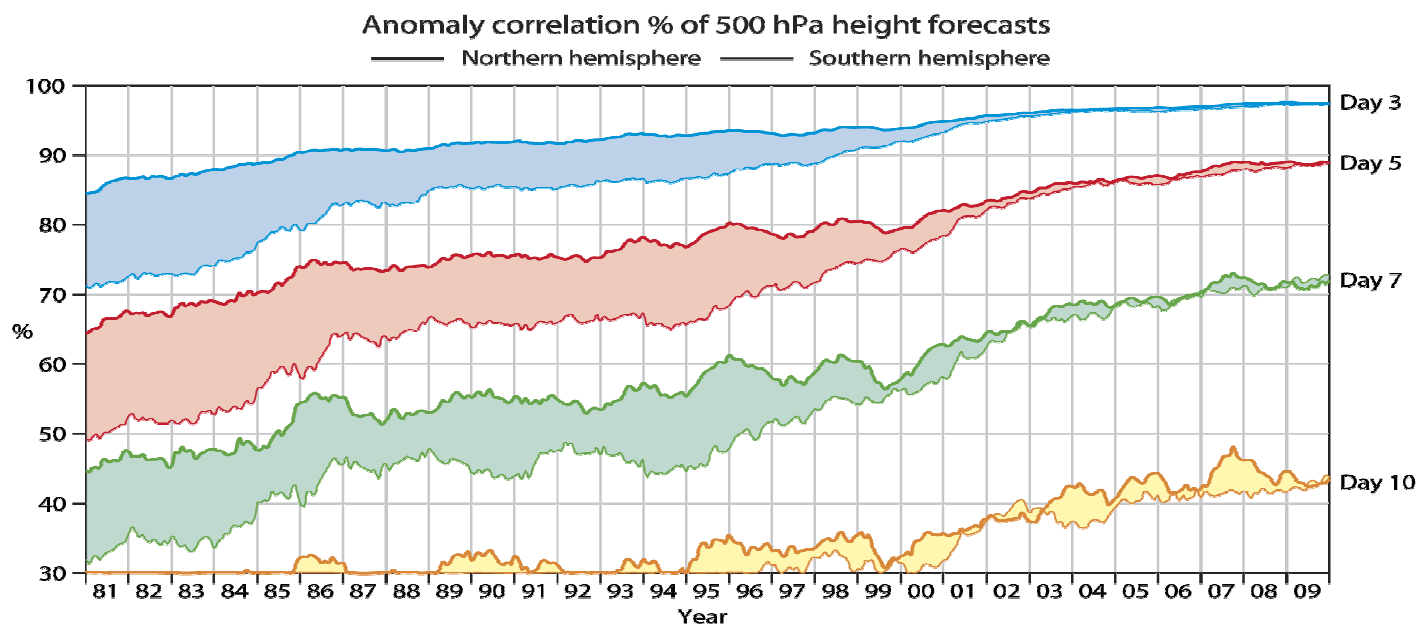
(➔ sok mindent nem ismerünk ezeknél a folyamatoknál)

- Példák: sugárzás, konvekció, felhőfizika, planetáris határréteg, turbulencia, diffúzió, gravitációs hullám ellenállás, talaj hidrológia ...*



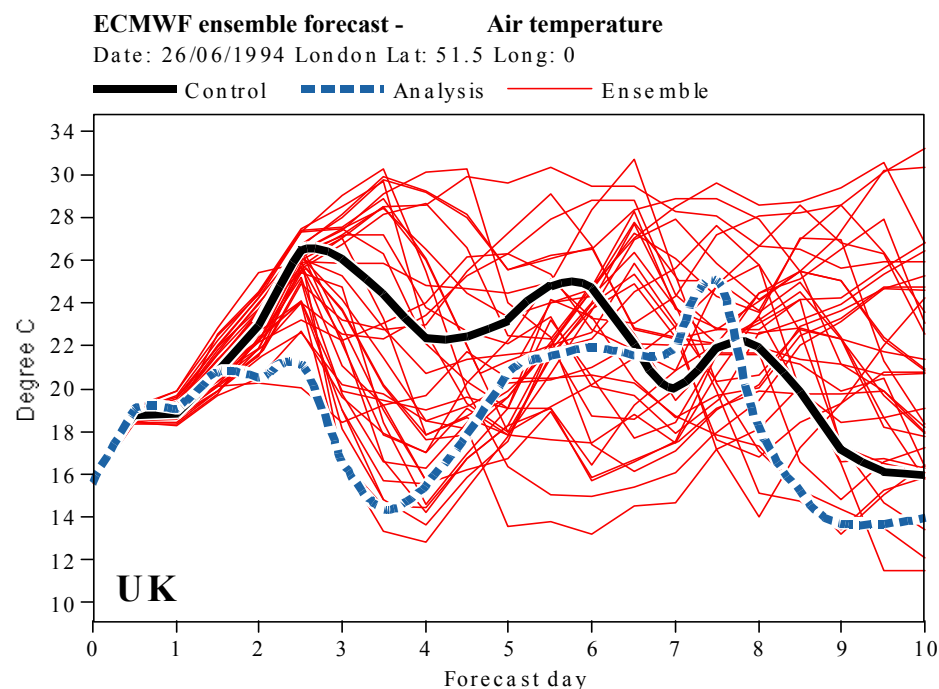
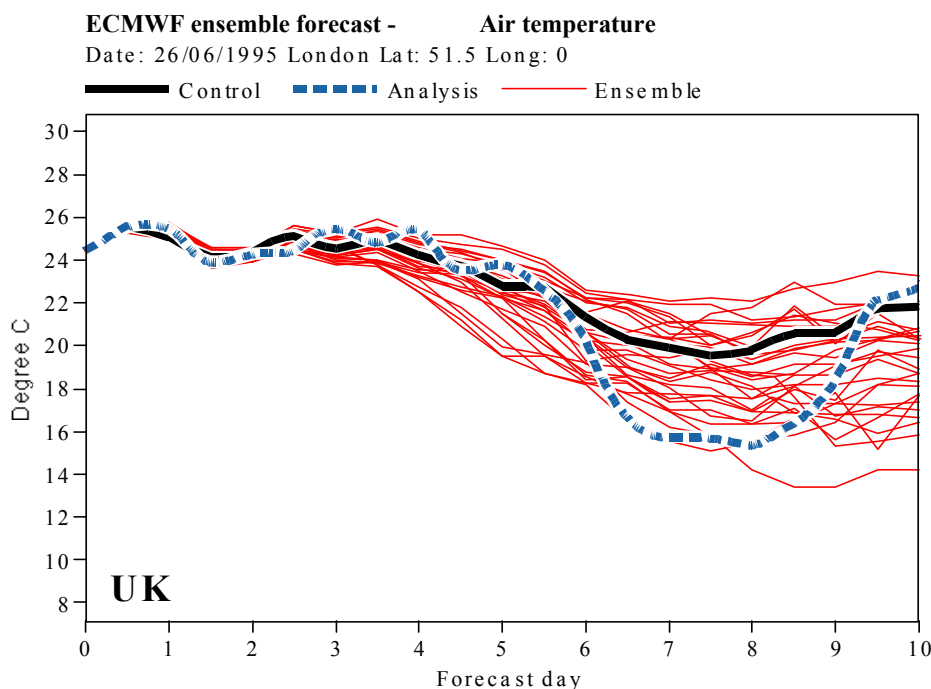
Az előrejelezhetőség korlátai

- A kaotikus rendszereket előrejelezhetetlennek nevezzük.
- Ez nem jelenti azt, hogy már a következő időpillanatra sem tudunk előrejelzést adni.
- Az előrejelzések minősége idővel fokozatosan romlik, míg el nem veszítik értéküket.



Az előrejelezhetőség korlátai

- Az előrejelezhetőség függ attól, hogy:
 - Hova akarunk előrejelezni
 - Milyen paramétert
 - Milyen kezdeti analízis áll rendelkezésünkre
 - Milyen modellt használunk
 - Milyenek a légköri feltételek



2012.04.20.

Ensemble előrejelzések I. - Bevezetés

19

A bizonytalanságok számszerűsítése

Miért van szükség az ensemble (együttes) előrejelzésekre?

→ **Számszerűsítsük a bizonytalanságainkat és adjuk meg az előrejelzéseink bekövetkezési valószínűségét is!**

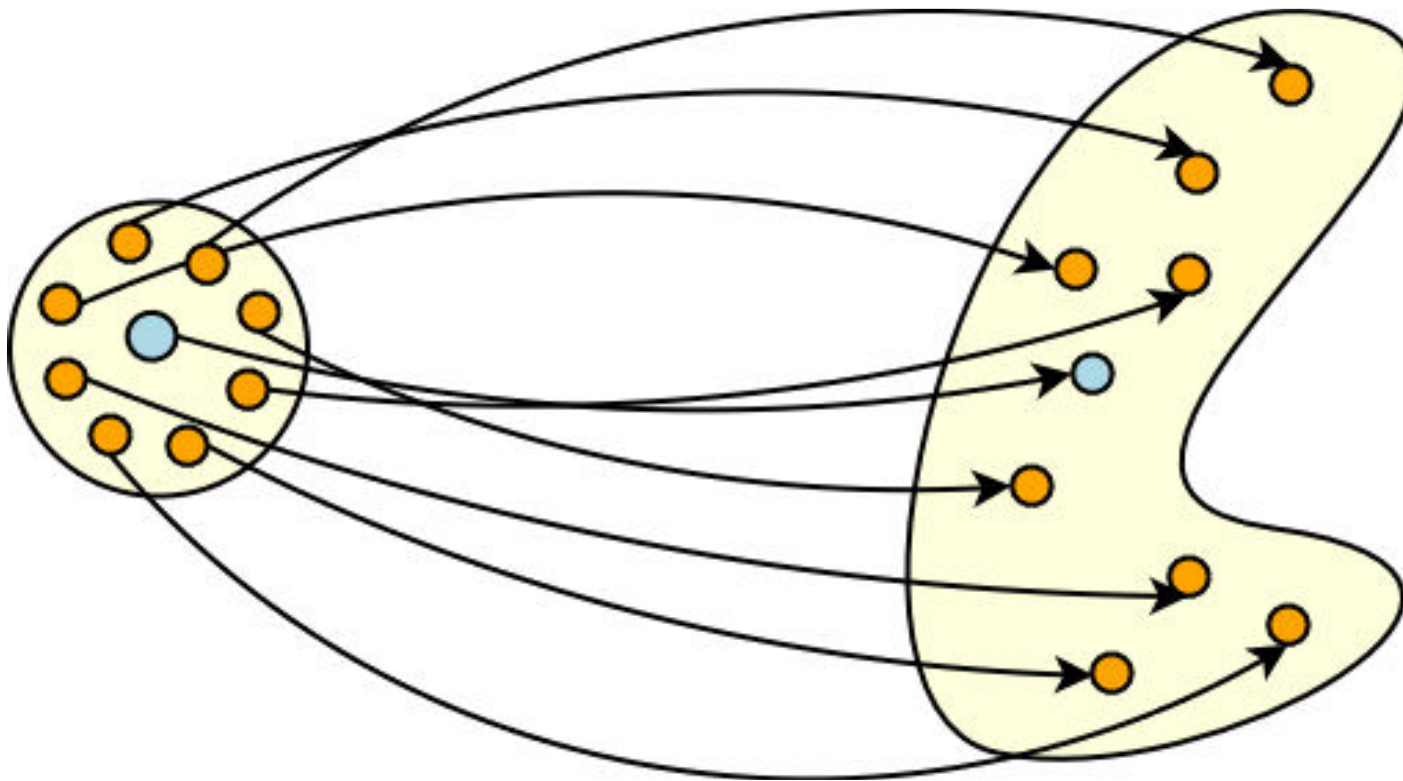
A bizonytalanságok számszerűsítése

- Megoldás az előrejelzés során eluralkodó bizonytalanságok számszerűsítésére:
 - Ensemble (**együttes**) előrejelzések készítése
 - **Nem egyetlen** előrejelzést készítünk a „legjobbnak ítélt” kezdeti feltételből kiindulva, a „legjobbnak ítélt” módszerrel.
 - **Előrejelzések együttesét** készítjük, melyek a kezdeti feltételükben különböznek csekély mértékben (a bizonytalansági határon belül), vagy a modellintegrálás során használt módszerek eltérőek.
- ⇒ valószínűségi megközelítés lehetségessé válik

következtetni lehet az előrejelzés bizonytalanságára

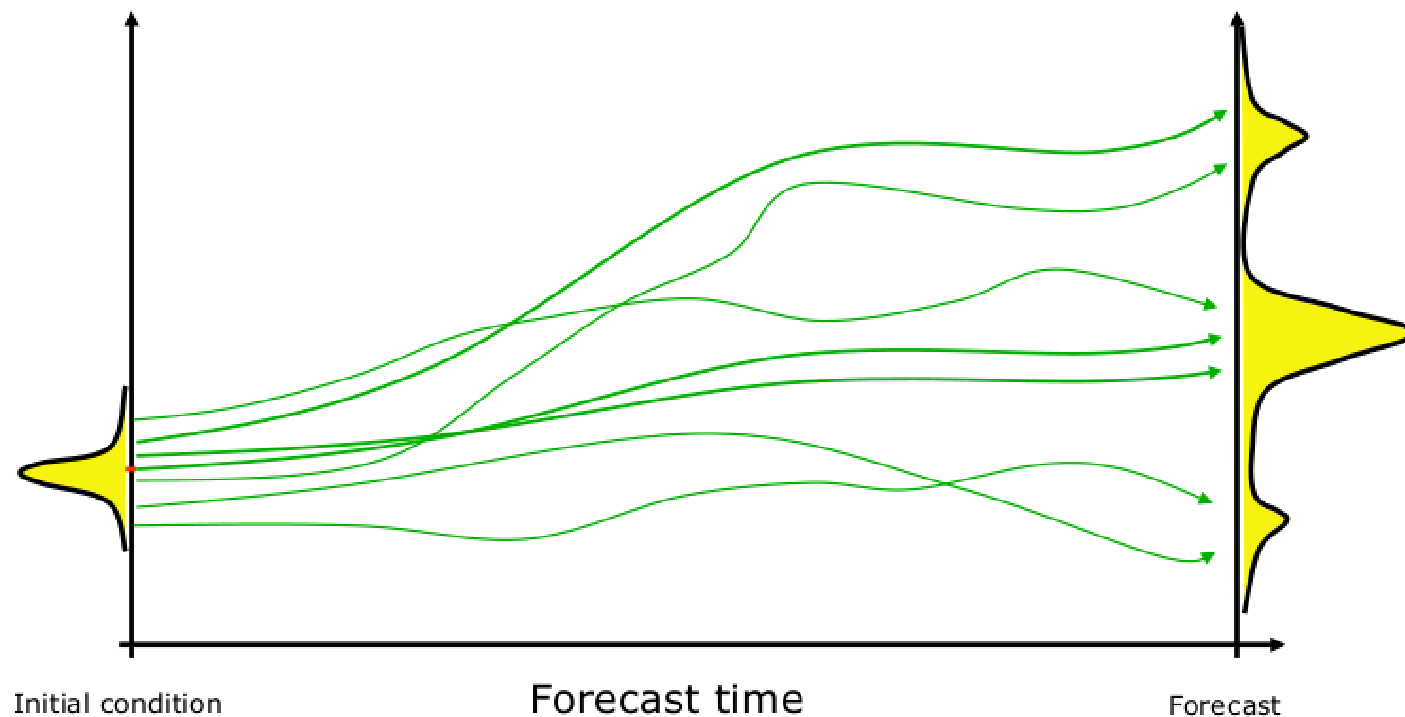
A bizonytalanságok számszerűsítése

- Ensemble előrejelzés két dimenzióban



A bizonytalanságok számszerűsítése

- Valószínűségi szemléletmód egy változó előrejelzése során

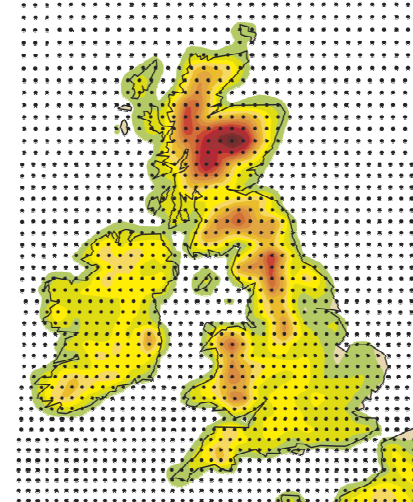
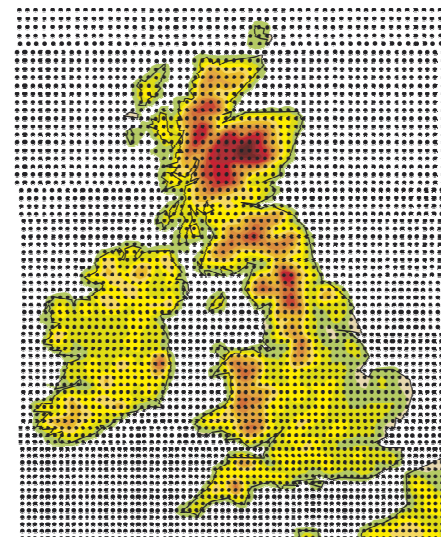


Ensemble előrejelzések készítésének módszerei

- Ensemble előrejelzések készítésére több módszer is alkalmazható (a cél, hogy az előrejelzés készítése során fellépő **összes bizonytalanságot számszerűsítsük**):
 - Multi-modell ensemble (modellek felírásában rejlő bizonytalanságok)
 - Felszíni mezők bizonytalanságainak figyelembe vétele
 - Fizikai parametrizációk bizonytalanságai (multi-fizika, sztochasztikus fizika)
 - Multi-analízis ensemble
 - Kezdeti feltétel perturbációk származtatása:
 - Breeding (tenyésztéses) módszerrel
 - **Szinguláris vektorok (SV)** módszerével
 - Az adatasszimiláció során alkalmazott megfigyelések perturbálása

Ensemble előrejelzések készítésének módszerei

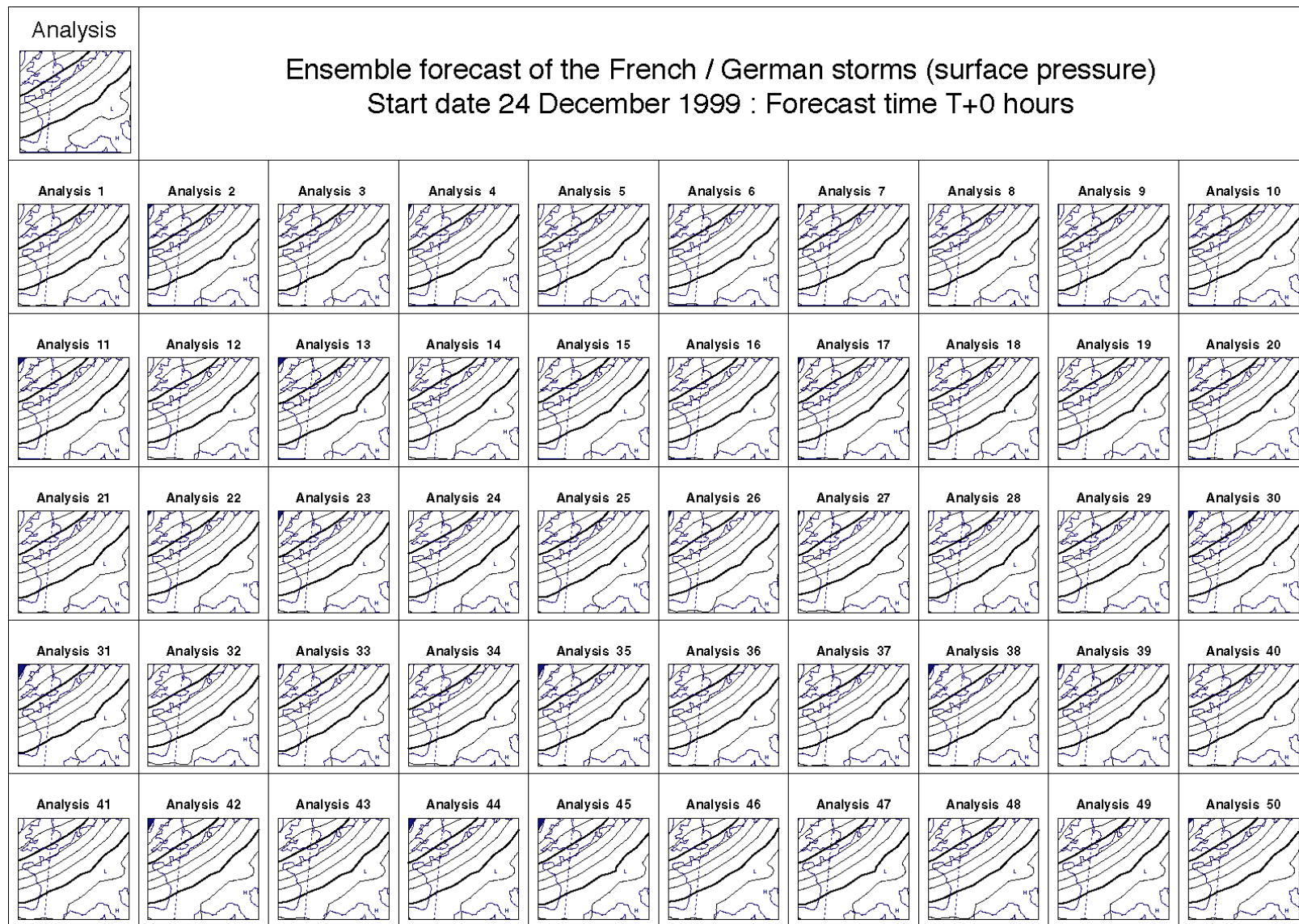
- Mint láthattuk, hogy egy-egy előrejelzés elkészítése, rendkívül költséges.
- Annak érdekében, hogy több előrejelzést futtathassunk, kompromisszumokat kell kötnünk
→ **Rosszabb felbontáson**, nagyobb időlépcsővel szoktak ensemble előrejelzések készítése során futtatni.
- A jobb felbontású, 'hagyományos' módszerrel készült előrejelzést szokás '**determinisztikus**' előrejelzésnek is nevezni.
- Természetesen az **ensemble** előrejelzések egyes tagjai is determinisztikusak.
- EPS=Ensemble Prediction System
- Kontroll tag=Perturbálatlan, rosszabb felbontáson futtatott tagja a sokaságnak



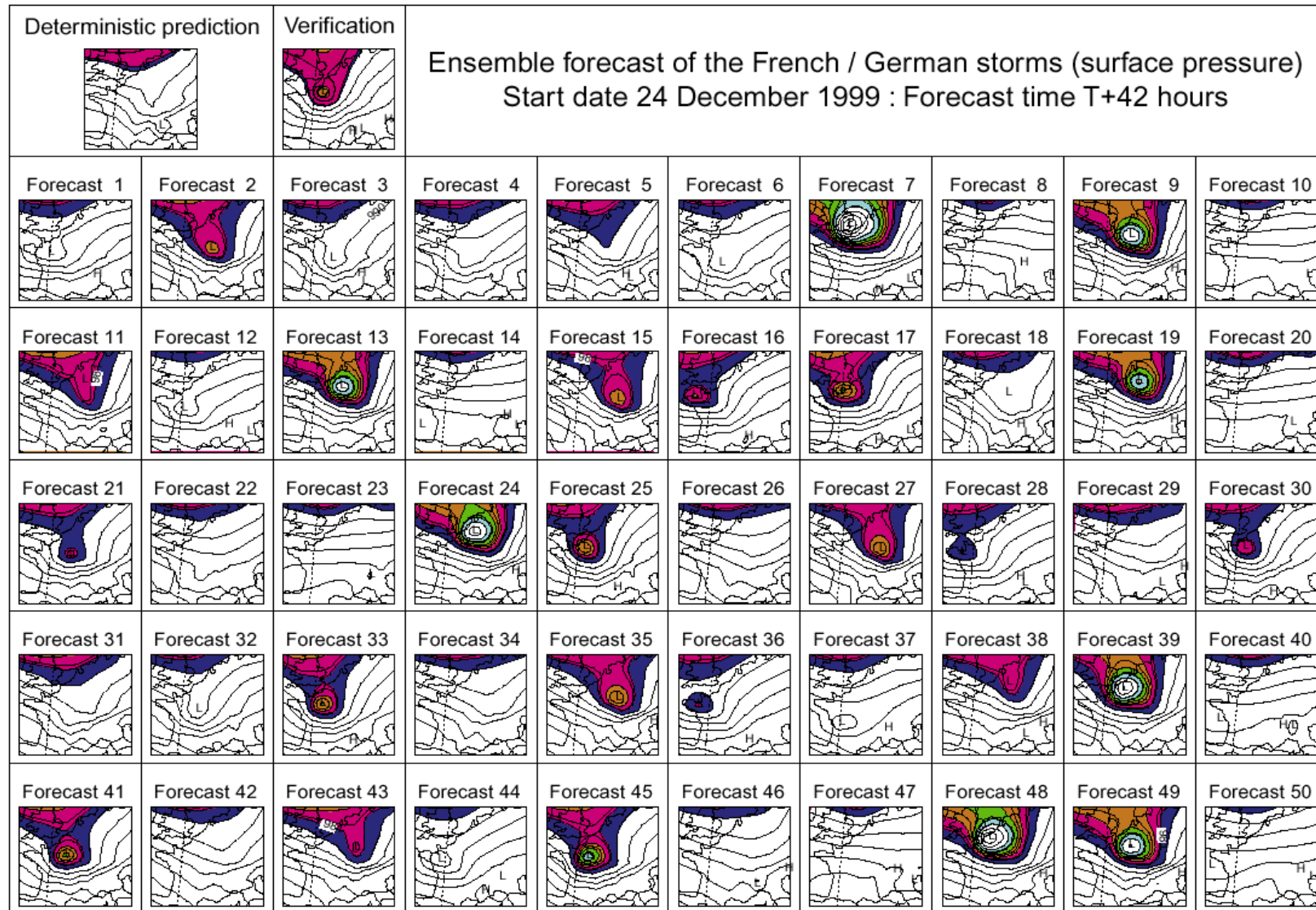
Megjelenítés – Bélyeg diagram

- Az összes tagot ábrázoljuk kis méretben, egymás mellett.
- Könnyen felismerhetők az egyes tagok közötti esetleges lényegi különbségek.
- A kis méret miatt a részletek nehezen tekinthetők át.
- Példa: 1999 Karácsonyán a Lothar nevű viharciklon csapott le Európára, súlyos károkat okozva. A 'determinisztikus' előrejelzésben nem jelent meg ez a rendszer. Néhány ensemble tag viszont jól mutatta.

Megjelenítés – Bélyeg diagram



Megjelenítés – Bélyeg diagram

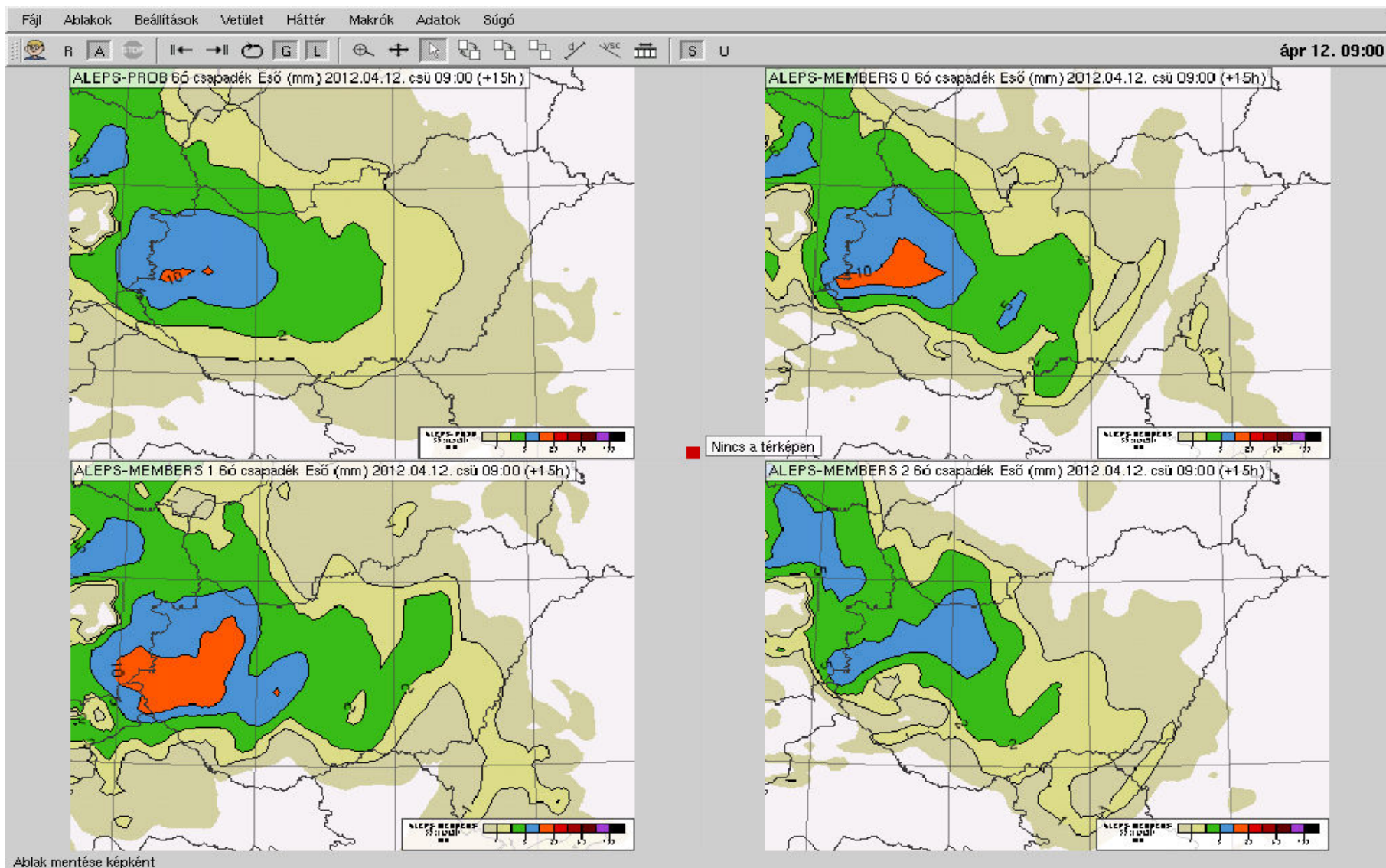


Megjelenítés – Ensemble átlag

- Sok esetben hasznos
- Középtávon jobb a beválása, mint a 'determinisztikus' előrejelzésnek
- DE! vigyázni kell vele: előfordulhat ugyanis, hogy a tagok fele alacsony légnyomást, másik fele magas légnyomást jelez egy adott területre, és ez az átlagban egy jellegtelen nyomási mezőként jelenik majd meg.
- Esetleg érdekesebb lehet a medián (középső elem) használata

Megjelenítés – Ensemble átlag

ensemble átlag és első három tag +15h csapadék előrejelzés



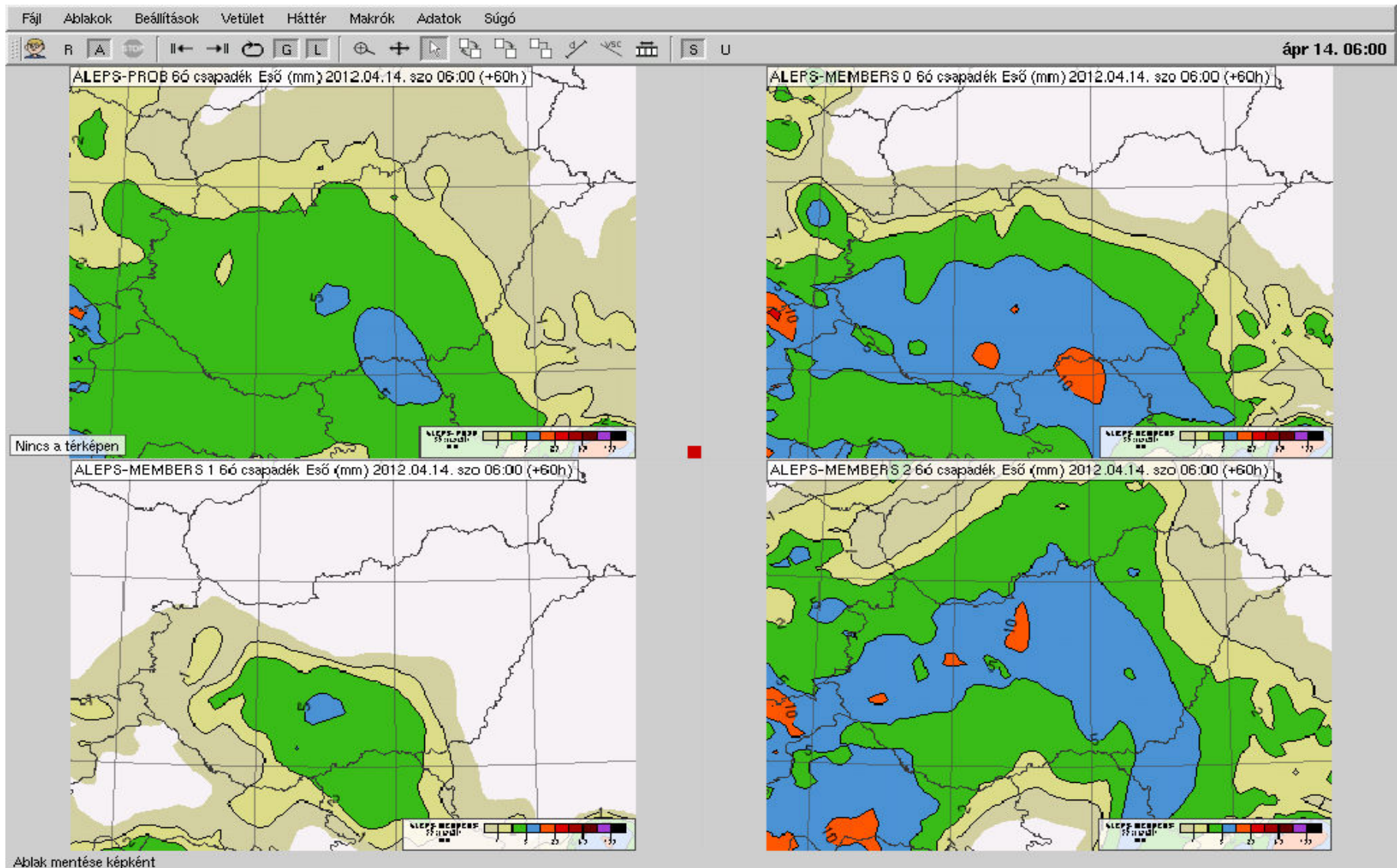
2012.04.20.

Ensemble előrejelzések I. - Bevezetés

30

Megjelenítés – Ensemble átlag

ensemble átlag és első három tag +60h csapadék előrejelzés



2012.04.20.

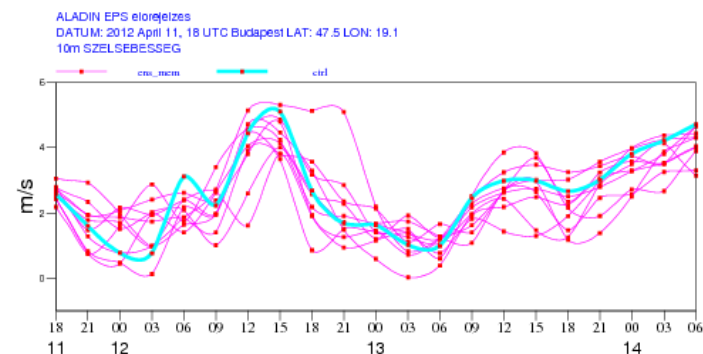
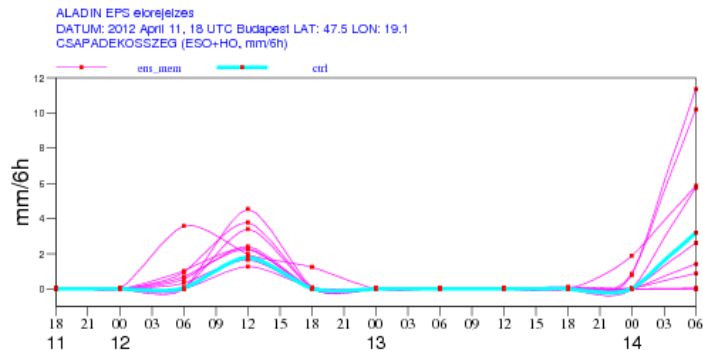
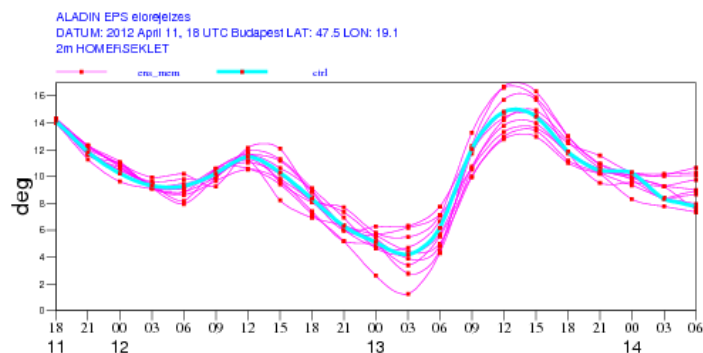
Ensemble előrejelzések I. - Bevezetés

31

Megjelenítés – Fáklya diagram

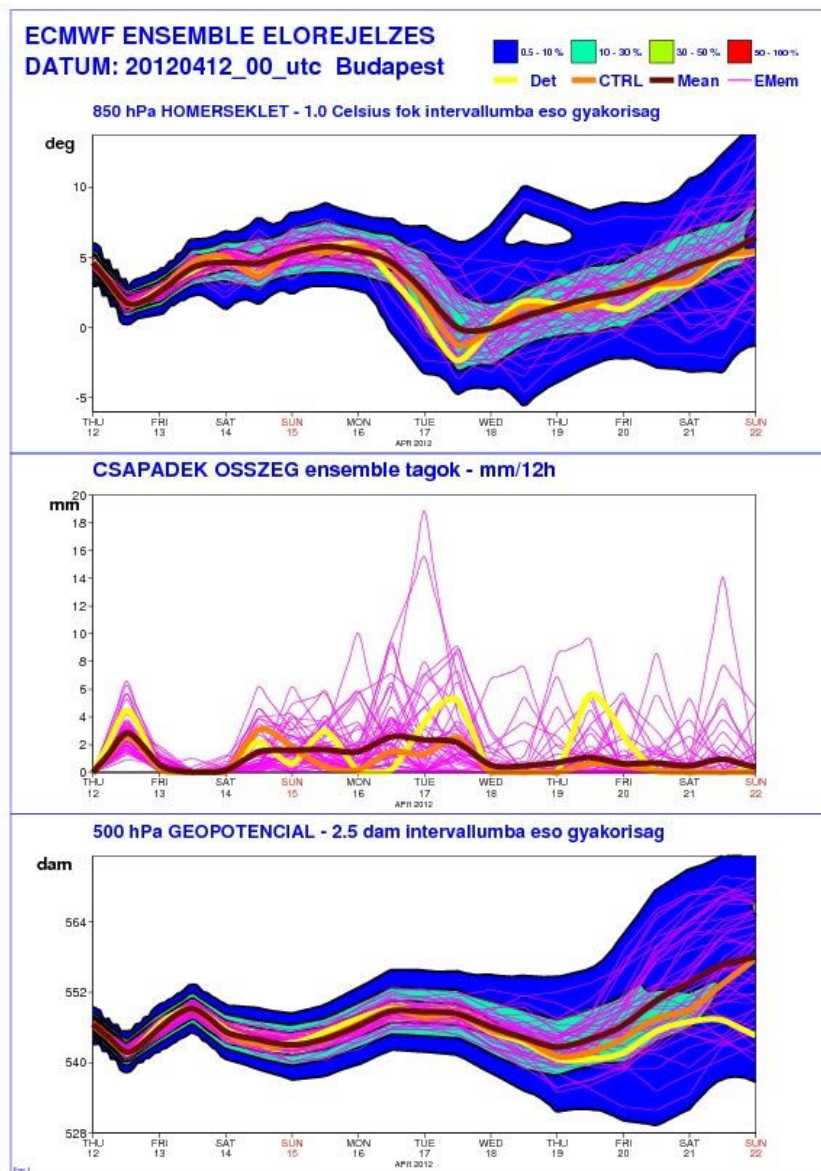
- Egy adott földrajzi helyre vonatkozóan szemlélteti valamely nyomási, vagy magassági szinten egy kiválasztott elemre vonatkozó előrejelzési sokaság időbeli alakulását.
- Leolvashatjuk róla, hogy egy adott helyen hogyan változik az előrejelezhetőség, s ezzel összhangban az előrejelzésünk bizonytalansága.

Megjelenítés – Fáklya diagram



- Rövid-távú korlátos tartományú EPS fáklya diagramja
- Felszín közeli mezők és csapadék tulajdonságai
- Kontroll tag kiemelve
- 2 méteres hőmérséklet és csapadék előrejelzhetősége is nagyban változik az időszak során

Meqjelenítés – Fáklya diagram



- Közép-távú globális EPS fáklya diagramja
- Magas légköri mezők és csapadék tulajdonságai
- Kontroll tag, 'determinisztikus' előrejelzés és ensemble átlag kiemelve
- 850hPa hőmérsékletében és 500hPa geopotenciál előrejelezhetőségében is vannak ugrásszerű változások az időszak során

Megjelenítés – Meteogram

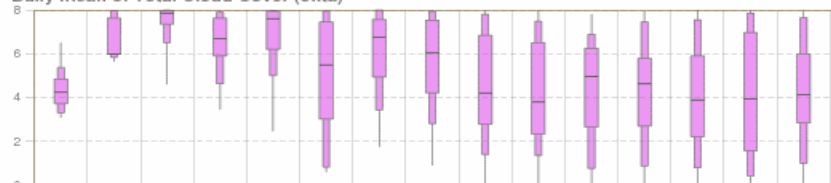
- Hasonlóan a fáklya diagramhoz, a meteogram is egy adott földrajzi helyre vonatkozóan szemlélteti adott meteorológiai elemek időbeli alakulását (boxplot diagramok segítségével)

EPS Meteogram

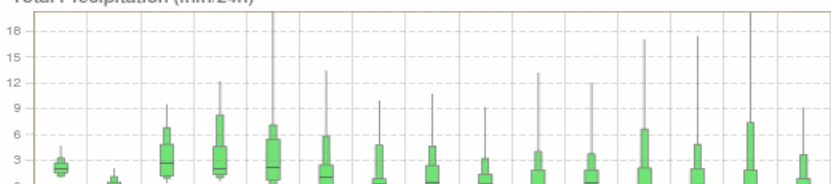
Budapest 47.46°N 18.75°E (EPS land point) 98 m

Extended Range Forecast based on EPS Distribution Thursday 12 April 2012 00 UTC

Daily mean of Total Cloud Cover (okta)



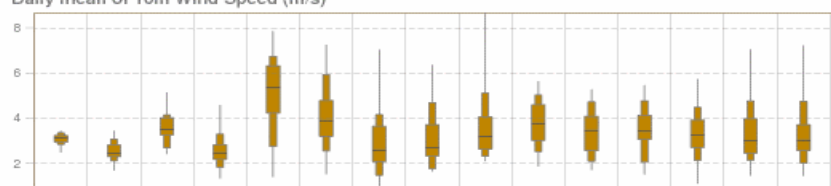
Total Precipitation (mm/24h)



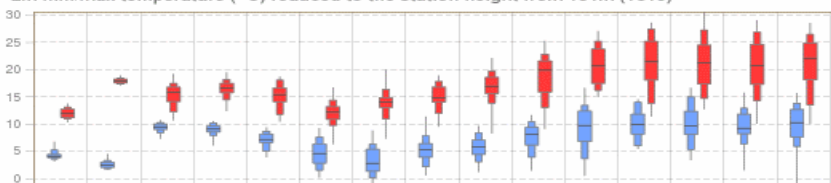
Daily distribution of 10m Wind Direction



Daily mean of 10m Wind Speed (m/s)



2m min/max temperature (°C) reduced to the station height from 181m (T319)



Thu 12 Fri 13 Sat 14 Sun 15 Mon 16 Tue 17 Wed 18 Thu 19 Fri 20 Sat 21 Sun 22 Mon 23 Tue 24 Wed 25 Thu 26
April 2012

max
90%
75%
median
25%
10%
min
Magics++ 2.5.1

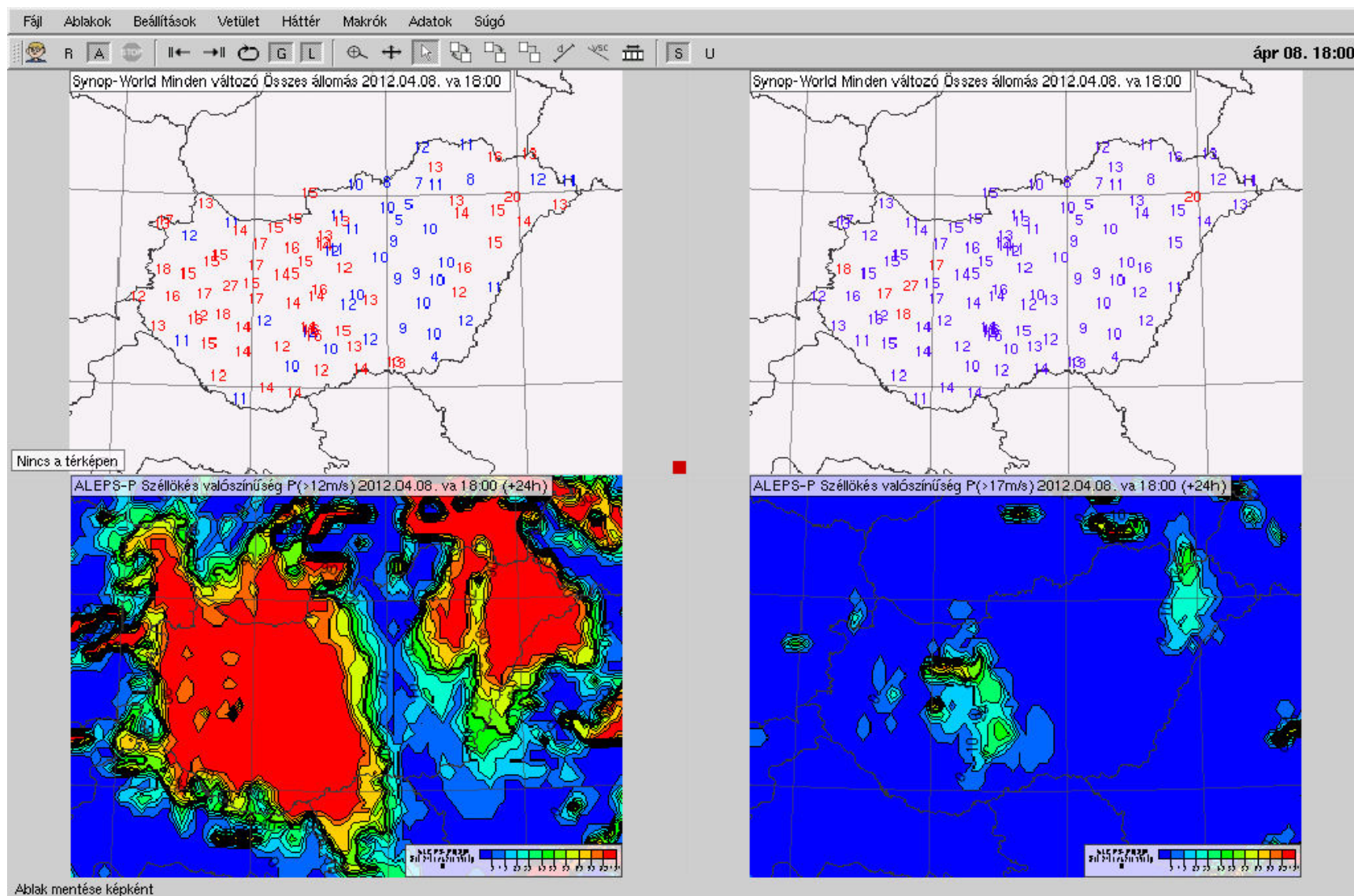
ECMWF

Megjelenítés – Valószínűségi térképek

- A valószínűségi térképek egy adott esemény (pl. 0 fok alatti hőmérséklet, 10 m/s-nál nagyobb szélsébség) bekövetkezésének valószínűségét ábrázolják
- Különösen hasznosak lehetnek, ha valamilyen veszélyes időjárási jelenség bekövetkezésének lehetőségét vizsgáljuk, pl.:
 - Árvíz megindulásához szükséges mennyiségű csapadék lehullása egy adott folyó vízgyűjtőjén
 - Balatoni viharjelzés küszöbértékét meghaladó széllelés (1.fok= 12m/s, 2.fok=17m/s)

Megjelenítés – Valószínűségi térképek

17 és 12 m/s feletti szélőkés



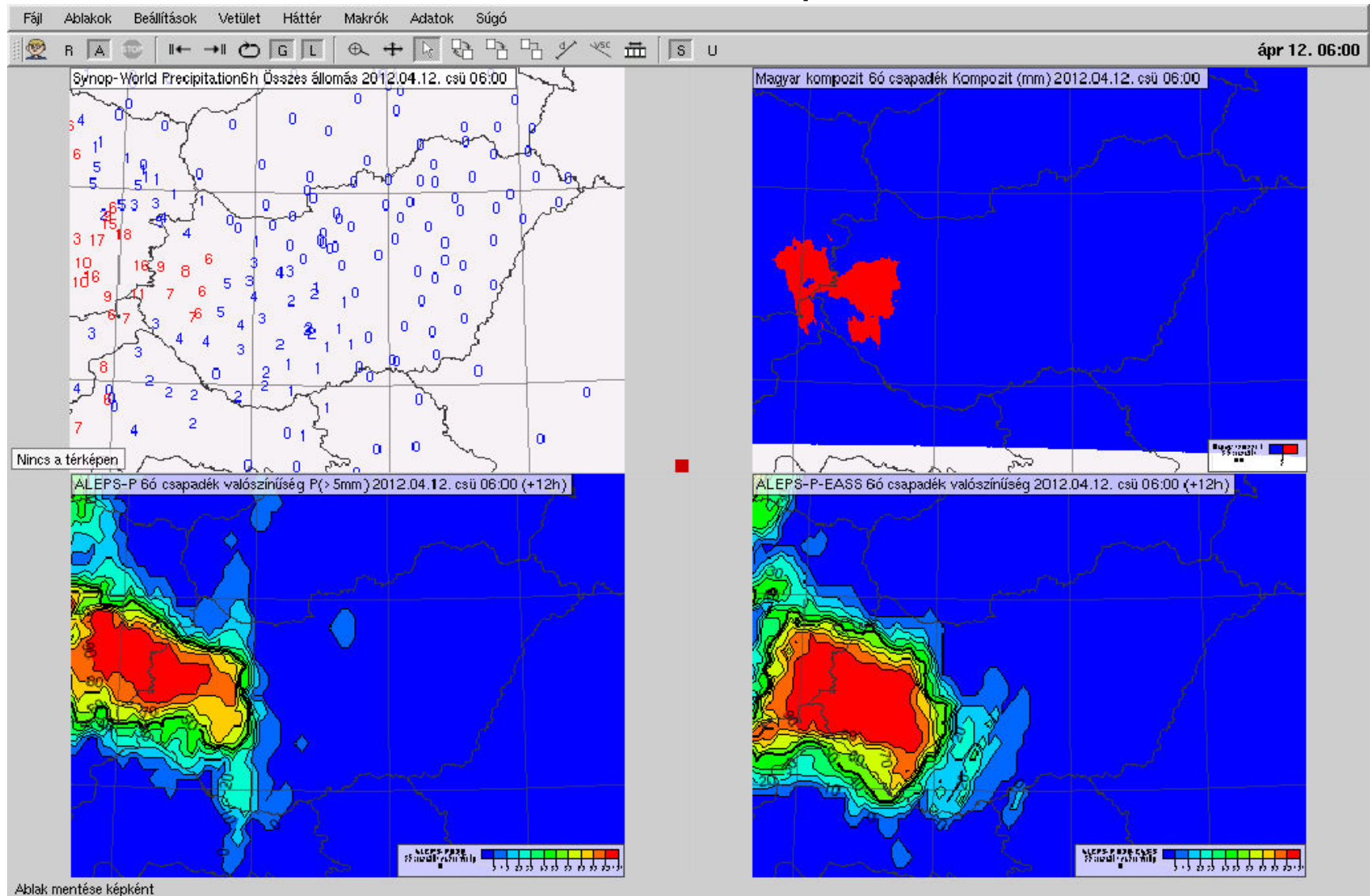
2012.04.20.

Ensemble előrejelzések I. - Bevezetés

37

Megjelenítés – Valószínűségi térképek (csap)

5 mm feletti csapadék



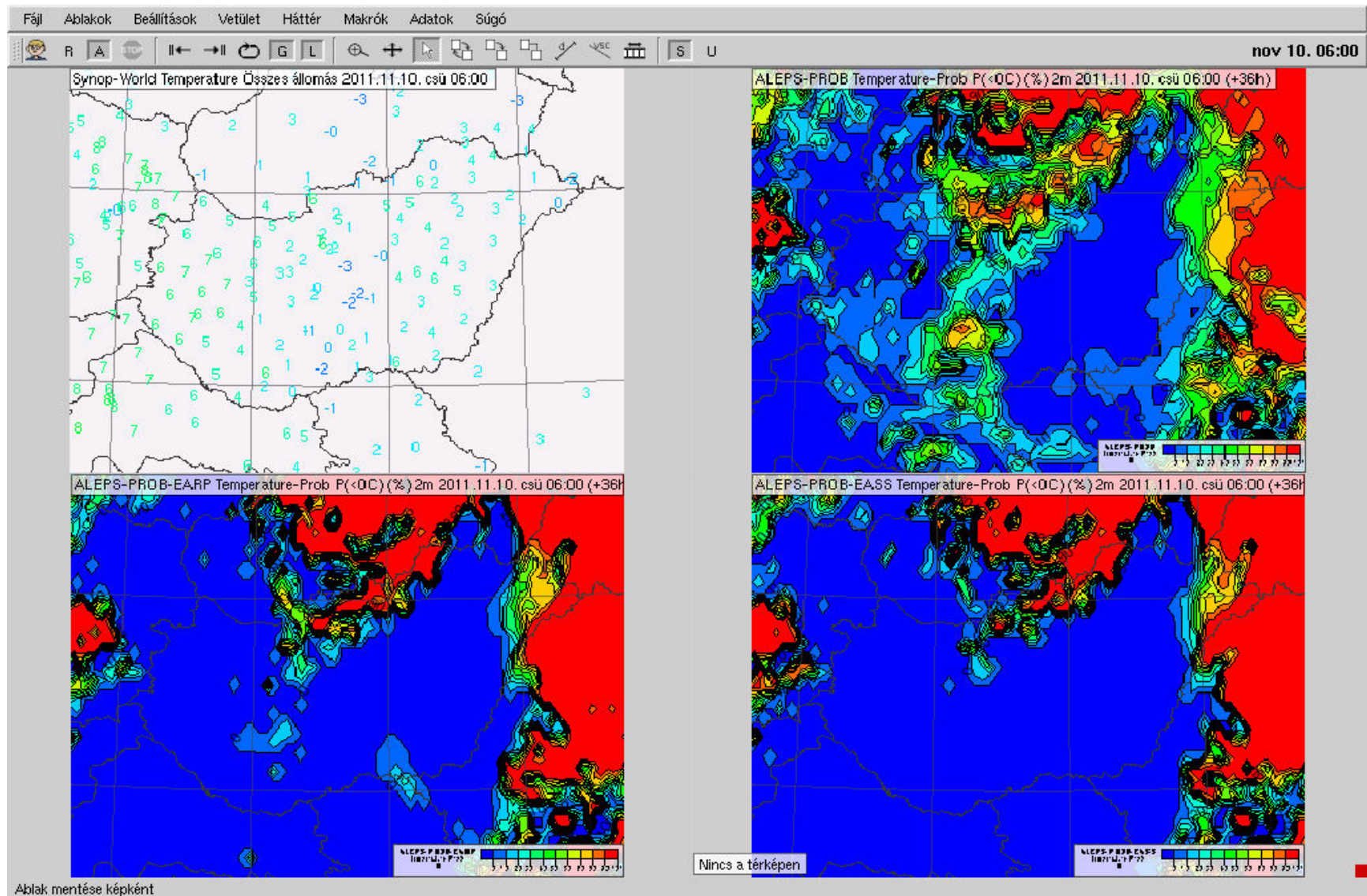
2012.04.20.

Ensemble előrejelzések I. - Bevezetés

38

Megjelenítés – Valószínűségi térképek

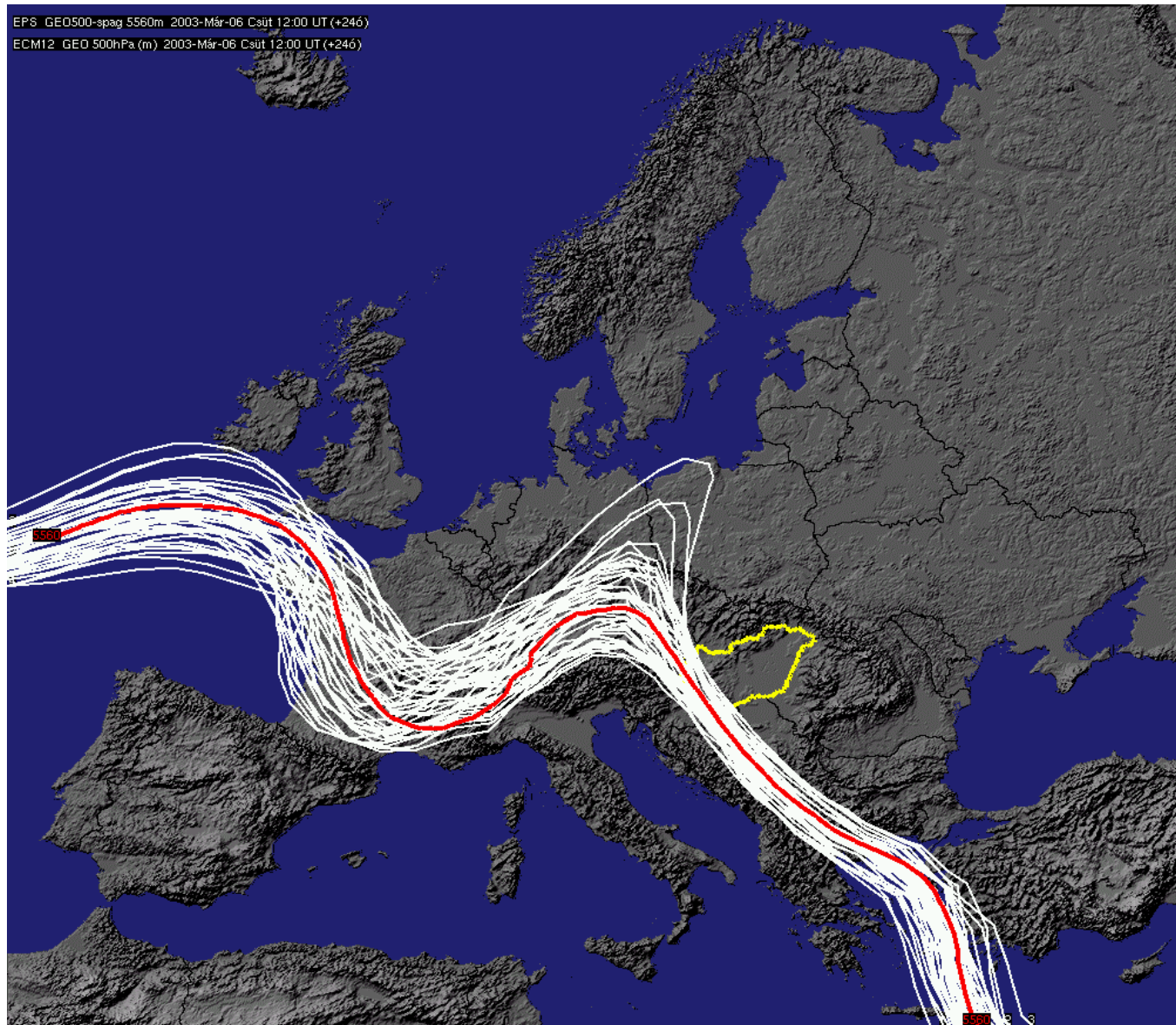
0 °C alatti hőmérséklet



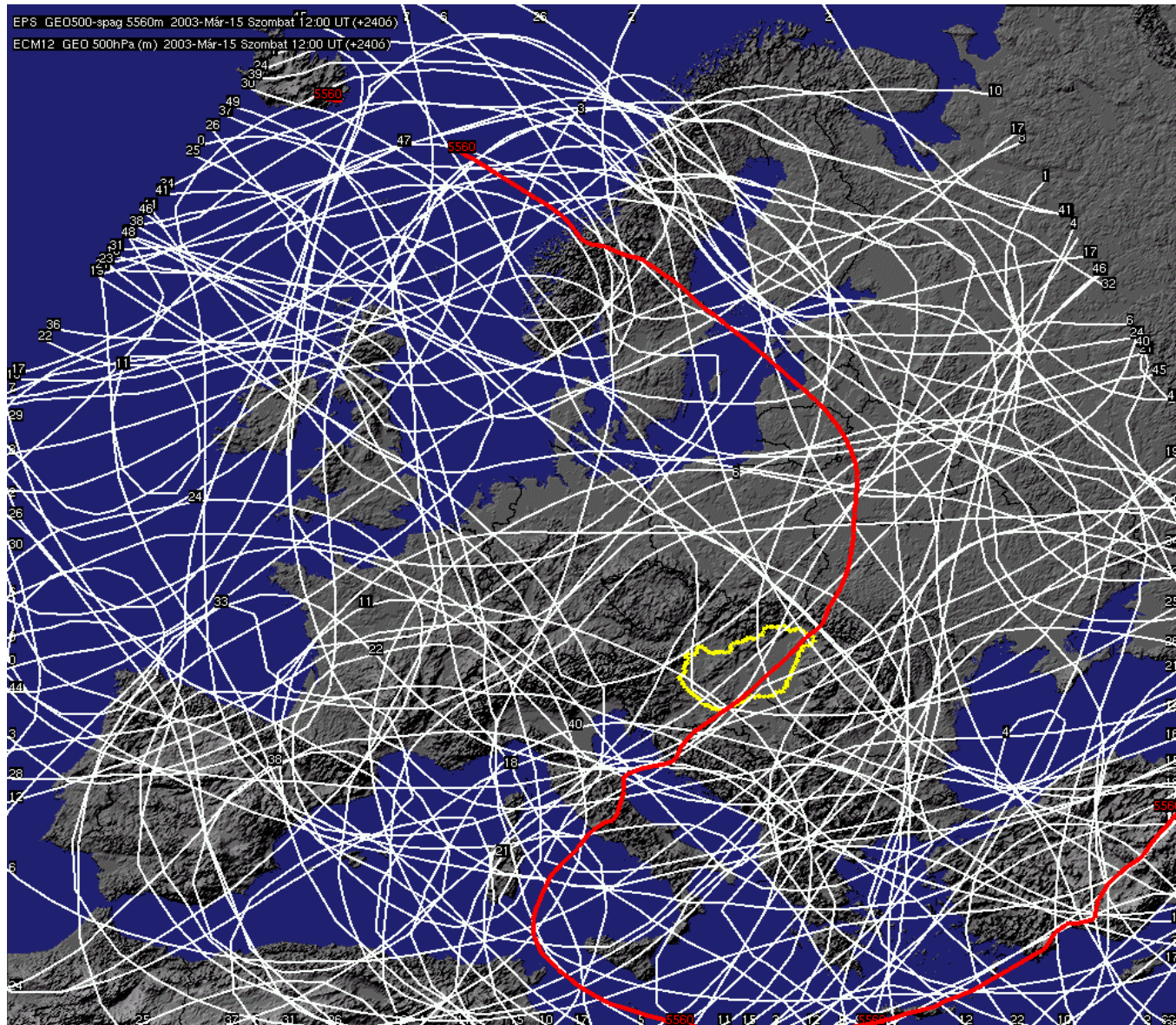
Megjelenítés – Spaghetti diagram

- Egy kiválasztott elem egy adott izovonalát ábrázoljuk az összes ensemble tagra vonatkozóan
- Míg a fáklya diagram egy adott helyre és az előrejelzés teljes időtartamára jelzi a bizonytalanság mértékét, addig a spaghetti diagram azt mutatja meg hogy egy adott időpontban mely területen lesz nagy (vagy kicsi) az előrejelzés bizonytalansága

Megjelenítés – Spaghetti diagram



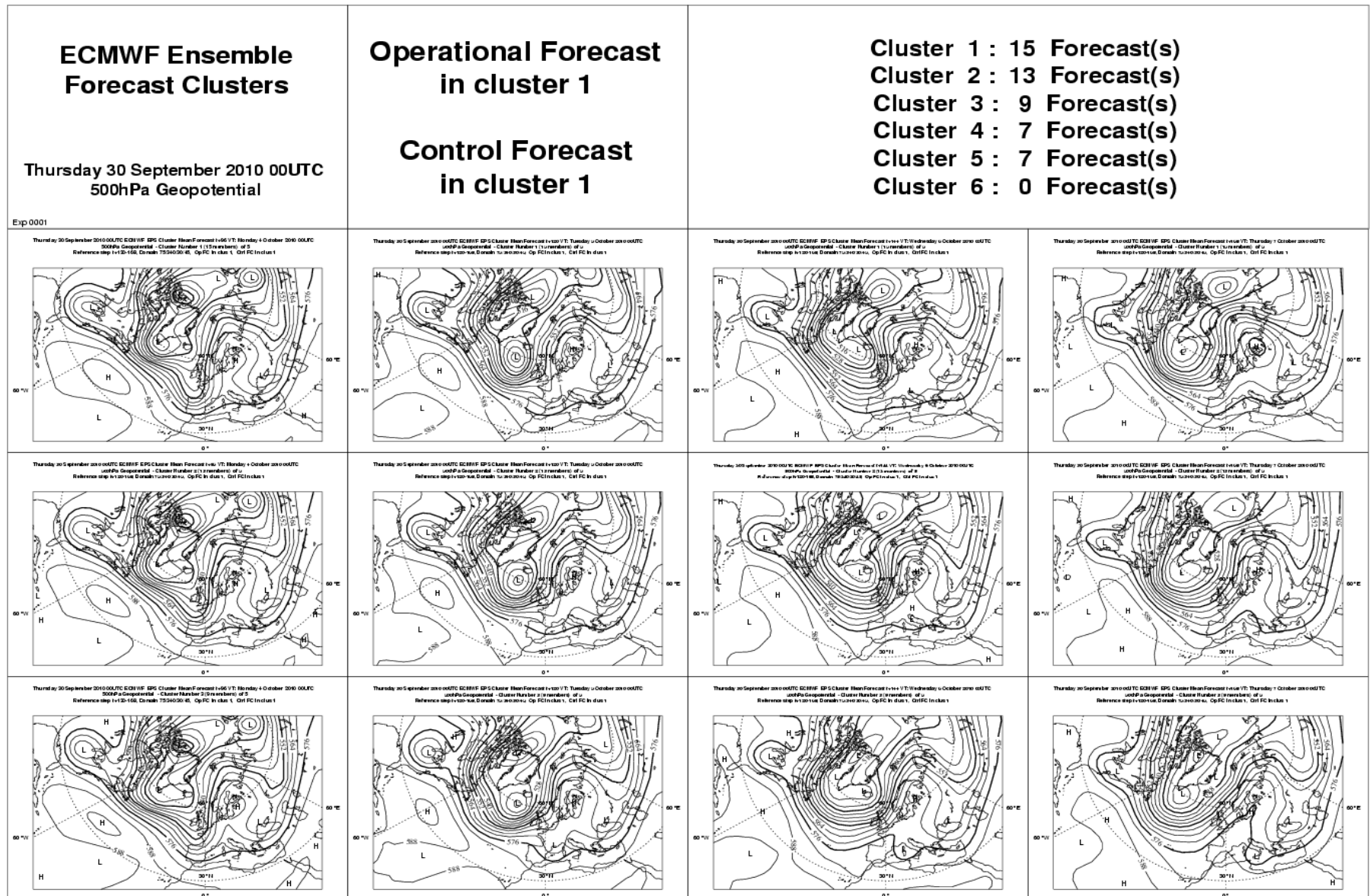
Megjelenítés – Spaghetti diagram



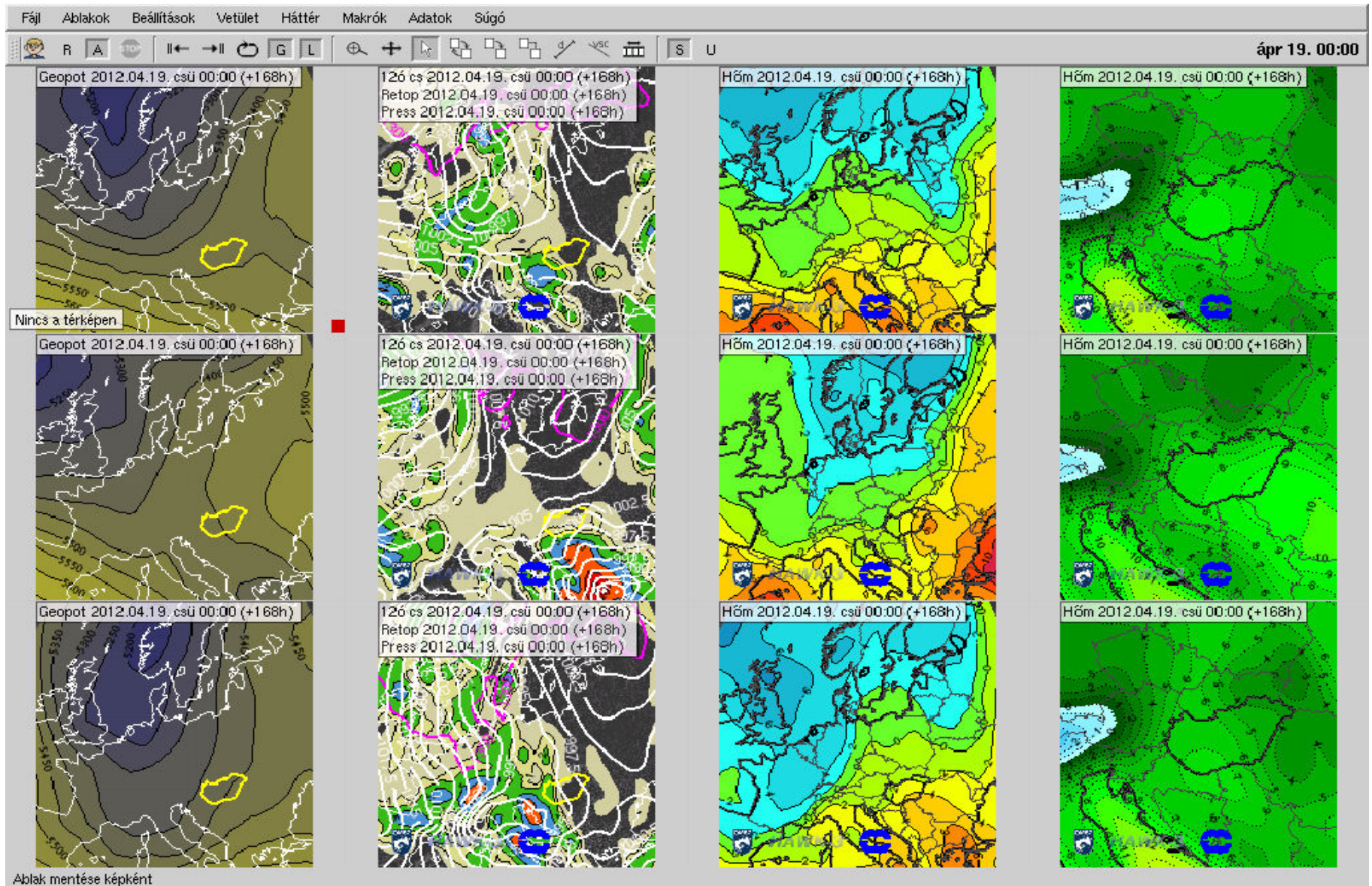
Megjelenítés – Clusterek

- Az információ tömörítése céljából a valamely norma szerint hasonló ensemble tagokat véges számú clusterbe csoportosítják, ezáltal lehetővé válik az egyes előrejelzési alternatívák gyors felismerése
- Clusterek készítése során az a célunk, hogy az egy csoportba eső tagok minél hasonlóbbak legyenek egymáshoz, míg a különböző csoportok minél különbözőbb lehetséges kimeneteleket reprezentálják a légkörnek.

Megjelenítés – Clusterek



Megjelenítés – Clusterek



2012.04.20.

Ensemble előrejelzések I. - Bevezetés

45

Ensemble előrejelzések felhasználása

- Ensemble előrejelzések készítésével lehetségessé válik **valószínűségi értékek megadása**
- Következtetni lehet az előrejelzés **bizonytalanságára**
- Mindez nagy segítséget nyújthat
 - A **veszélyes időjárási események** előrejelzésében
 - **Katasztrófavédelemben**
 - Jövőbeli (pl. gazdasági) **intézkedések tervezésében**

⇒ döntések **előkészítésében** segíthet

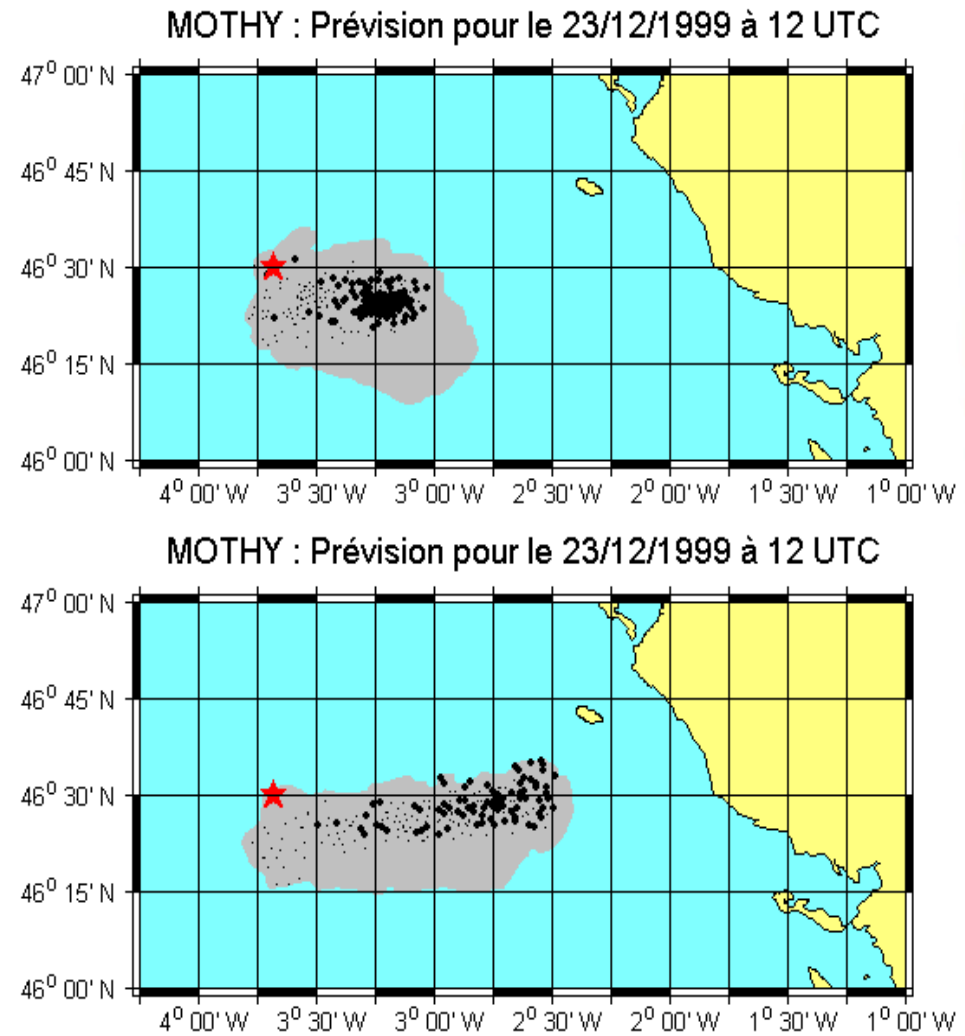
Ensemble előrejelzések felhasználása

- **Katasztrófavédelem:**
 - 1999. dec. 12-én az Erika nevű tankhajó hajótörést szenvedett a francia partok közelében.
 - Számítások az ensemble átlag illetve a szennyeződés terjedésének szempontjából legkedvezőtlenebb tag felhasználásával.



Ensemble előrejelzések felhasználása

- Az átlagos (fent) és a leg pesszimistább előrejelzés (lent)
- Előrejelzés: a leg pesszimistább esetben sem éri el a szennyeződés a partokat december 23-a előtt
- Előrejelzés: a leg pesszimistább esetben sem éri el a szennyeződés a partokat december 23-a előtt
- Végül december 25-én érte el az olajfolt Franciaország partjait



Ensemble előrejelzések felhasználása

- **Üzleti döntések meghozatala:**
 - Egy utcára nyíló kávézó rendelkezik terasszal és azon 20 szabadtéri hellyel is.
 - A tulajdonosnak két nappal korábban el kell döntenie, hogy kipakol-e a teraszra és annak üzemeltetéséhez alkalmaz-e extra munkaerőt.
 - Ezt a döntést az eső valószínűségének függvényében hozza meg.



Ensemble előrejelzések felhasználása

- Tegyük fel, hogy az extra munkaerő bére 10.000 Ft, az elérhető plusz bevétel 50.000 Ft
- Ha a tulajdonos nem alkalmaz extra munkaerőt, a plusz bevétel 0 Ft, de költsége sincsen
- Ha alkalmaz extra munkaerőt
 - és eső lesz, akkor költsége 10 000 Ft
 - és nem lesz eső, akkor a költsége 10 000 Ft, bevétele pedig 50 000 Ft
- A haszon a következő képlettel becsülhető (P az eső valószínűsége):



Ensemble előrejelzések felhasználása

$$\text{BEVÉTEL} = P \cdot (0 - 10.000) + (1 - P) \cdot (50.000 - 10.000) = 40.000 - 50.000P$$

- Ha tehát $P < 0.8$ megéri extra munkaerőt alkalmazni, míg $P > 0.8$ esetében nem
- 'Determinisztikus' előrejelzés esetén a tulajdonos mindig alkalmazna extra munkaerőt ha nem jelzünk előre esőt, és soha, amikor szerepel a prognózisban csapadék
- 'Determinisztikus' esetben az igen/nem döntést maga a modell igen/nem kimenetele határozná meg. Ensemble előrejelzés esetén az igen/nem döntést az esemény valószínűsége és az árak együttesen határozzák meg.

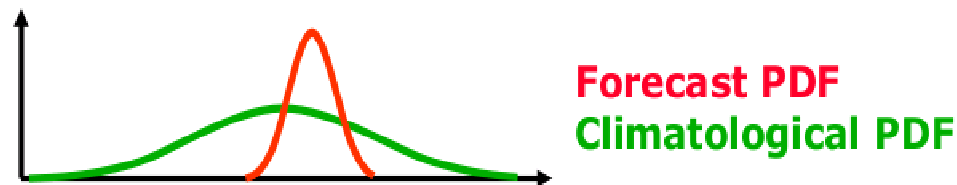
Ensemble előrejelzések értékelése

- A '**determinisztikus**' előrejelzés esőt mondott
 - Az eső esett
 - Ez egy jó előrejelzés volt?
 - ☐ Igen
 - ☐ Nem
 - ☐ Nem tudom
- Az **ensemble előrejelzés** 20% esélyt adott az esőre
 - Az eső esett
 - Ez egy jó előrejelzés volt?
 - ☐ Igen
 - ☐ Nem
 - ☐ Nem tudom



Ensemble előrejelzések értékelése

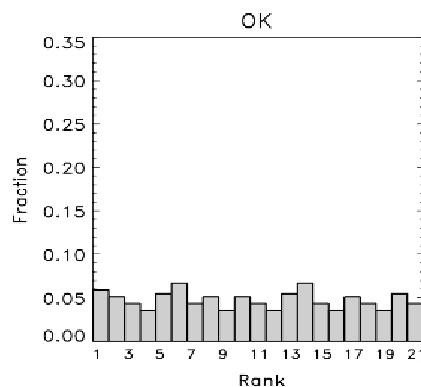
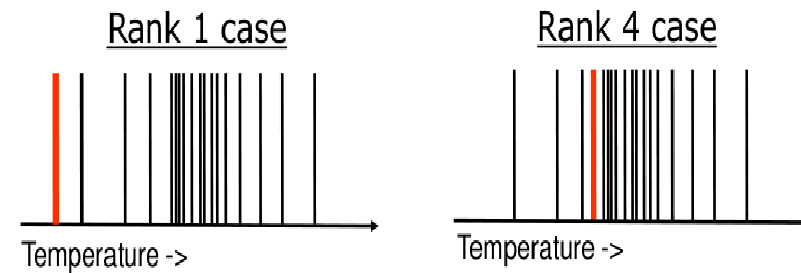
- Egy valószínűségi előrejelzés karakterisztikái:
 - **Konzisztencia:** A megfigyelések statisztikailag ugyanahhoz az eloszláshoz tartoznak, mint az előrejelzett ensemble.
 - **Megbízhatóság:** Megbízhatok a valószínűségekben, amiket az előrejelzésem mond? (pl.: Tényleg 20% az esély?)
 - **Élesség:** Mennyiben különbözik az előrejelzés a klímaátlag valószínűségétől (pl.: 33% eséllyel fog esni holnap)
 - **Pontosság:** Mennyiben különbözik az előrejelzés a klímaátlag valószínűségétől? Jól megfogta a modell?
 - **Skill:** Jobb az előrejelzésem, mint a referencia? (a referencia lehet véletlen, klíma, perzisztencia)



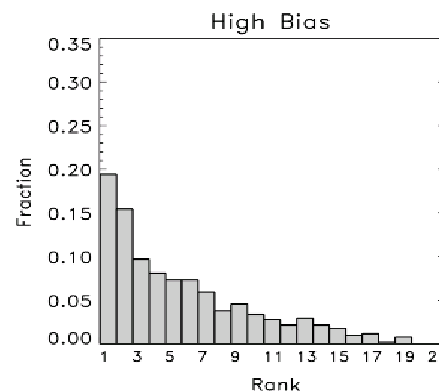
Ensemble előrejelzések értékelése

- Talagrand diagram

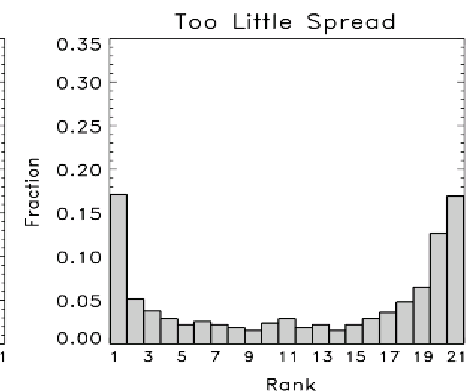
- Az n db előrejelzés $n+1$ db részre (dobozra) osztja az előrejelzési tartományt.
- Minden megfigyelés valamelyik dobozba esik.
- A kellően nagyszámú előrejelzés-megfigyelés pár esetén megjelenített doboz elemszám diagramot nevezzük Talagrand diagramnak.



OBS is indistinguishable from any other ensemble member



OBS is too often below the ensemble members (biased forecast)

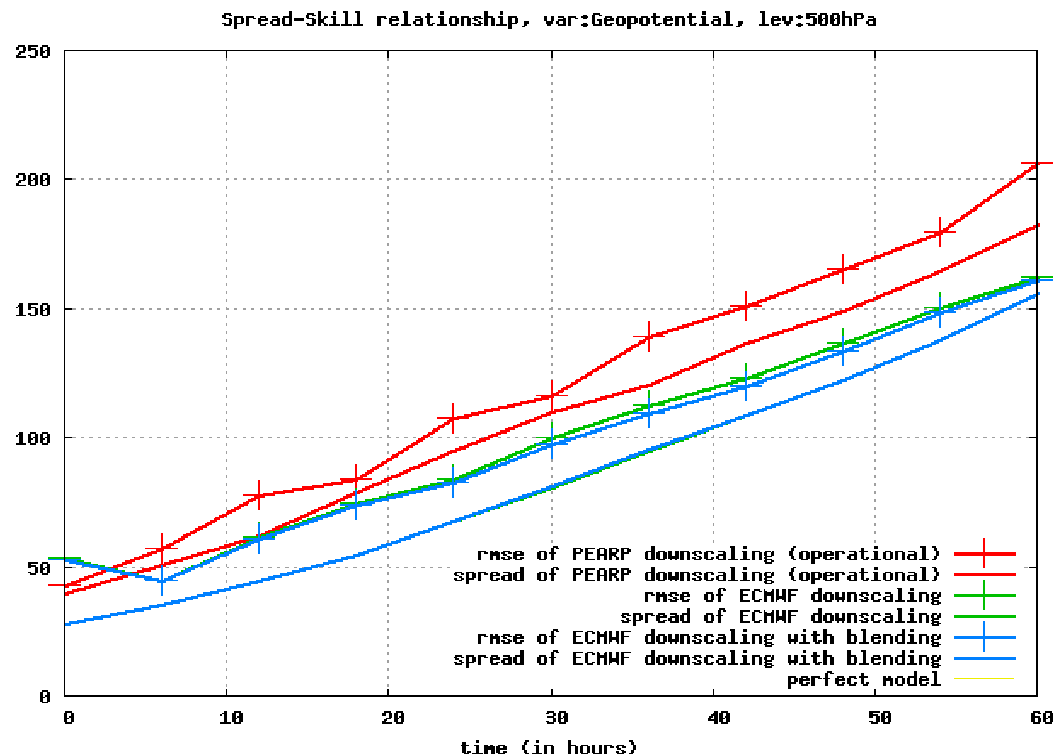


OBS is too often outside the ensemble spread

Ensemble előrejelzések értékelése

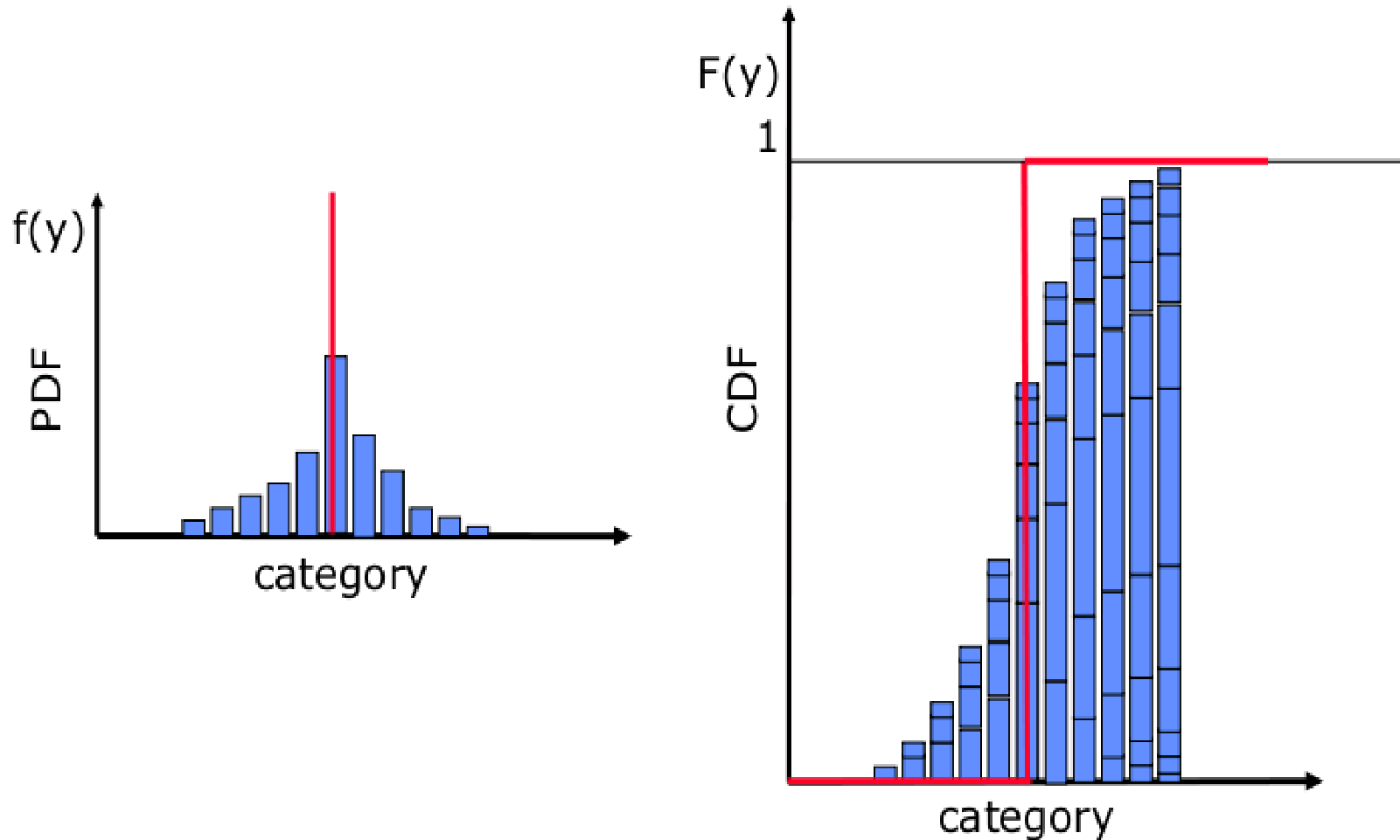
- Spread-Skill kapcsolat

- Összehasonlítom egy-egy előrejelzett paraméterre az ensemble átlag átlagos négyzetes hibáját a tagok átlagos szórásával.
- Azt szeretnénk, ha ez a kettő közel lenne egymáshoz (ensemble rendszer jól leírja a modell bizonytalanságát)



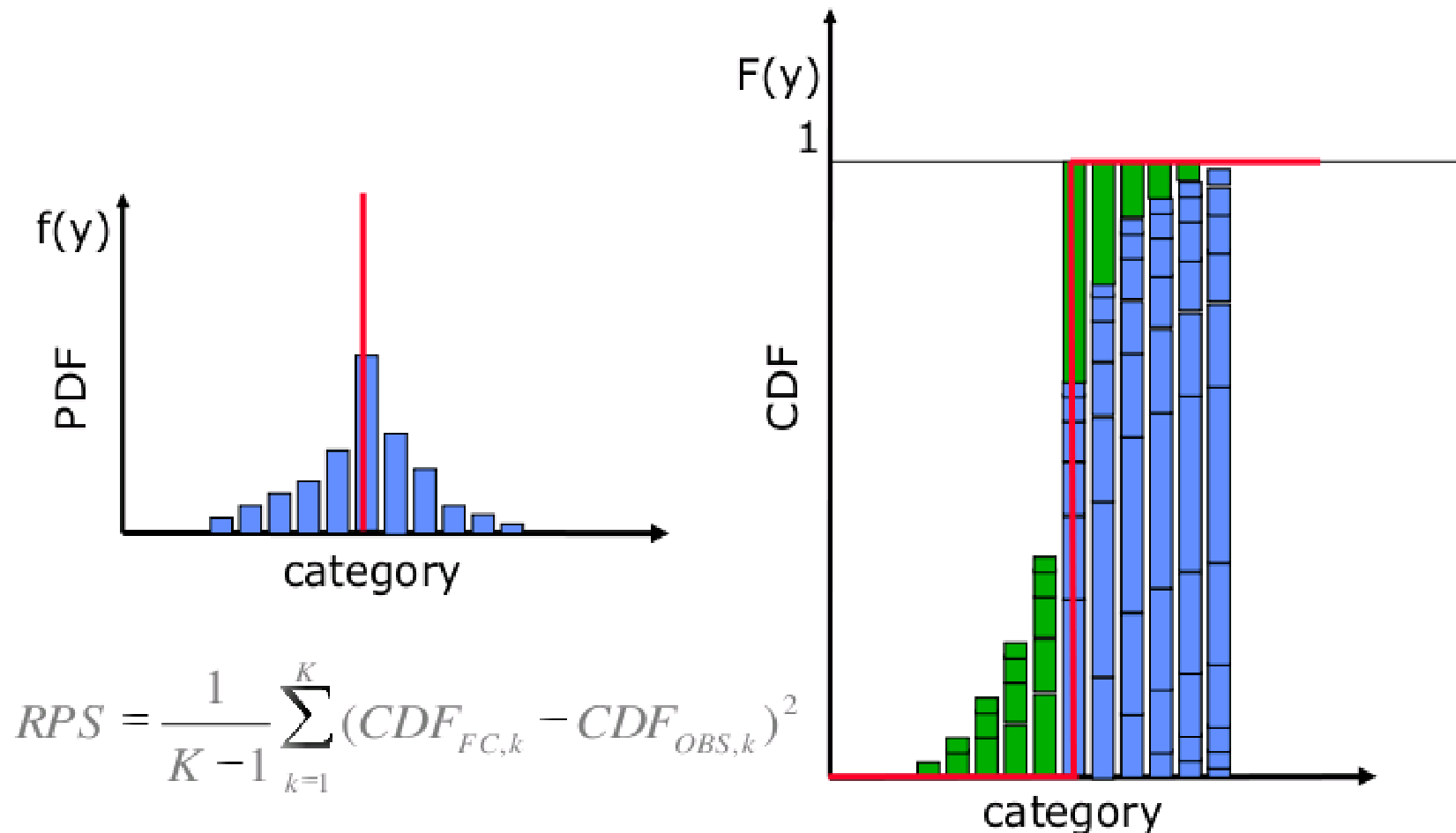
Ensemble előrejelzések értékelése

- Ranked Probability Score (RPS)



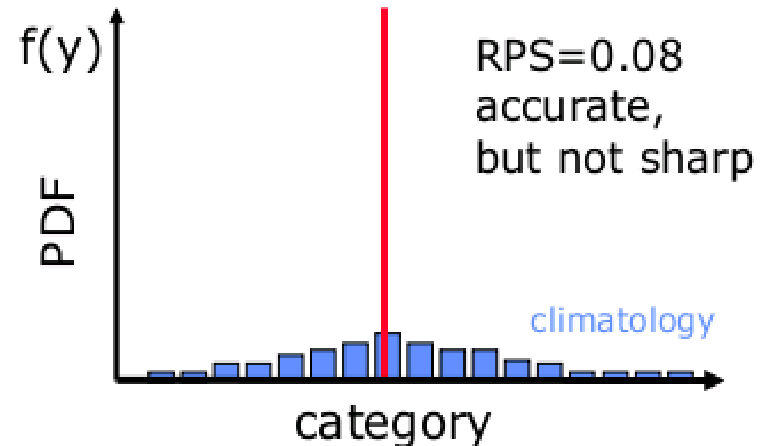
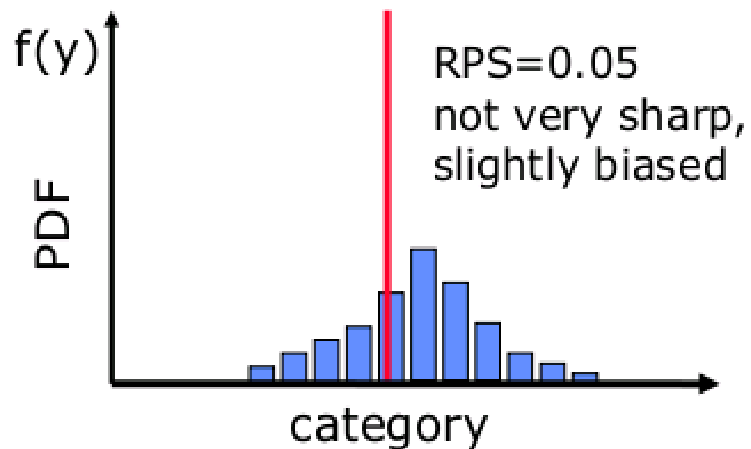
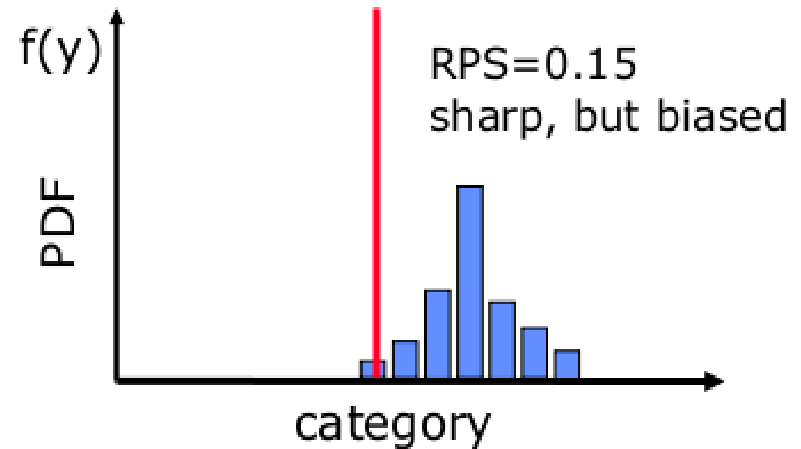
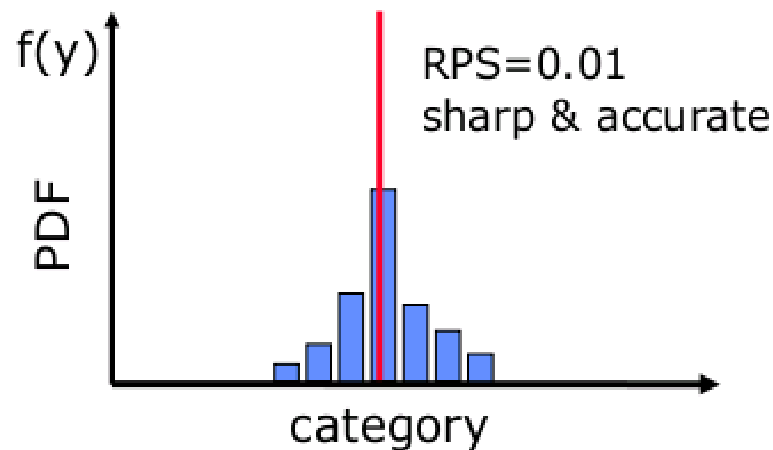
Ensemble előrejelzések értékelése

- Ranked Probability Score (RPS)



Ensemble előrejelzések értékelése

- Ranked Probability Score (RPS)



Ensemble előrejelzések értékelése

- Ranked Probability Skill Score

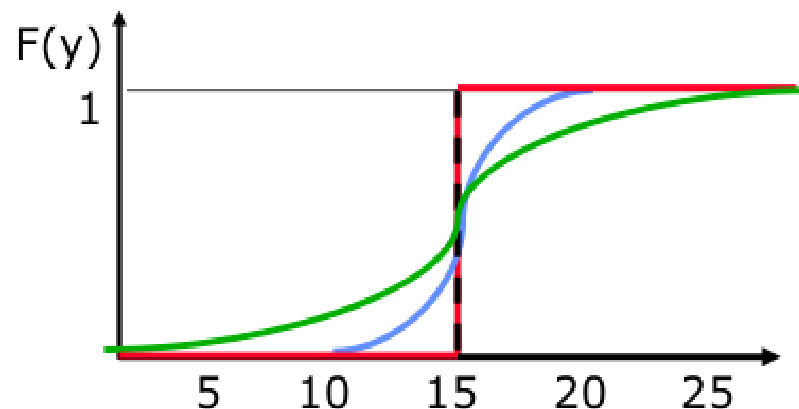
- Az modell és a klíma előrejelzés RPS hányadosából képezzük
- Mindig ezzel a képlettel származtatunk 'skill score'-t a 'score'-okból.

$$RPSS = 1 - \frac{RPS}{RPS_c}$$

- Continuous Ranked Probability Score

- Integráljuk az előrejelzett és a mért eloszlás függvény különbségének a négyzetét.
- Minél kisebb az értéke, annál jobb

$$CRPS = \int_{-\infty}^{+\infty} (F_{FC}(x) - F_{OBS}(x))^2 dx$$



Ajánlott irodalom

- Tél Tamás, Gruiz Márton: Kaotikus dinamika
- Götz Gusztáv: Káosz és Prognosztika
- Lorenz, E. N., 1963: Deterministic nonperiodic flow, Journal of Atmospheric Science, 20, 130
- Palmer, T. N. és Tibaldi, S., 1988: On the prediction of forecast skill, Monthly Weather Review, 166, 245
- Horányi A., Mile M., Szűcs M., 2011: Latest developments around the ALADIN operational short-range ensemble prediction system in Hungary, Tellus, 63A, 642-651
- Richardson, D. S., 2000: Skill and relative economic value of the ECMWF Ensemble Prediction System, Quart. J. Roy. Meteor. Soc, 126, 649-668
- Wilks, D. S., 2005: Effects of stochastic parametrizations in the Lorenz '96 system. Quart. J. Roy. Meteor. Soc, 131, 389-407