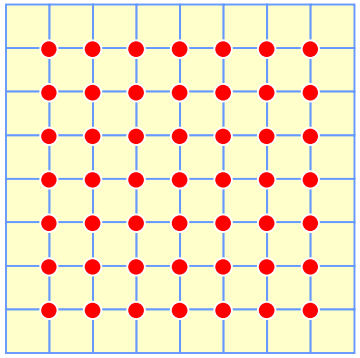
Galjorkin módszerek
Spektrális módszer

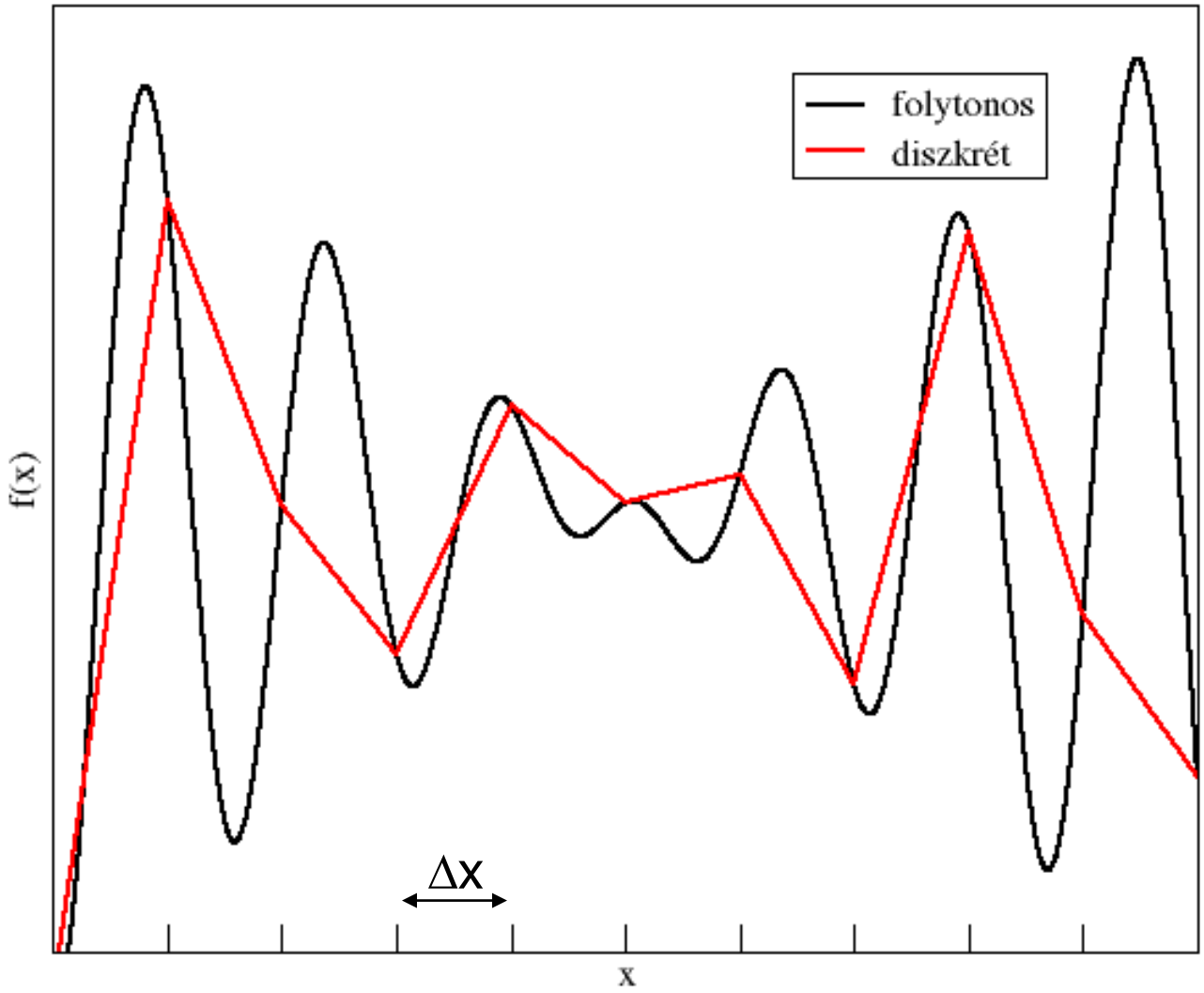
Szépszó Gabriella
szepszo.g@met.hu

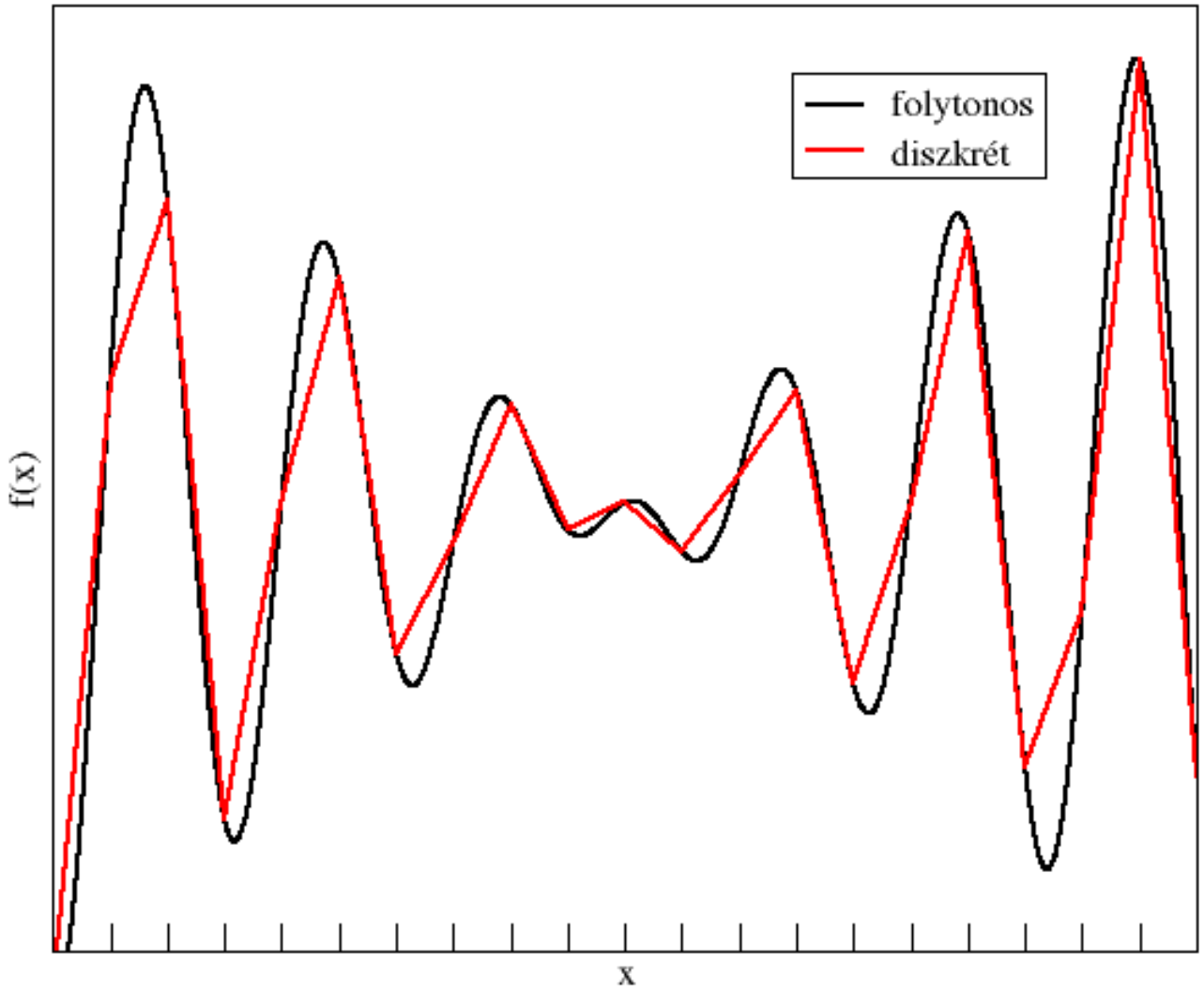
Előadások: http://nimbus.elte.hu/~numelo

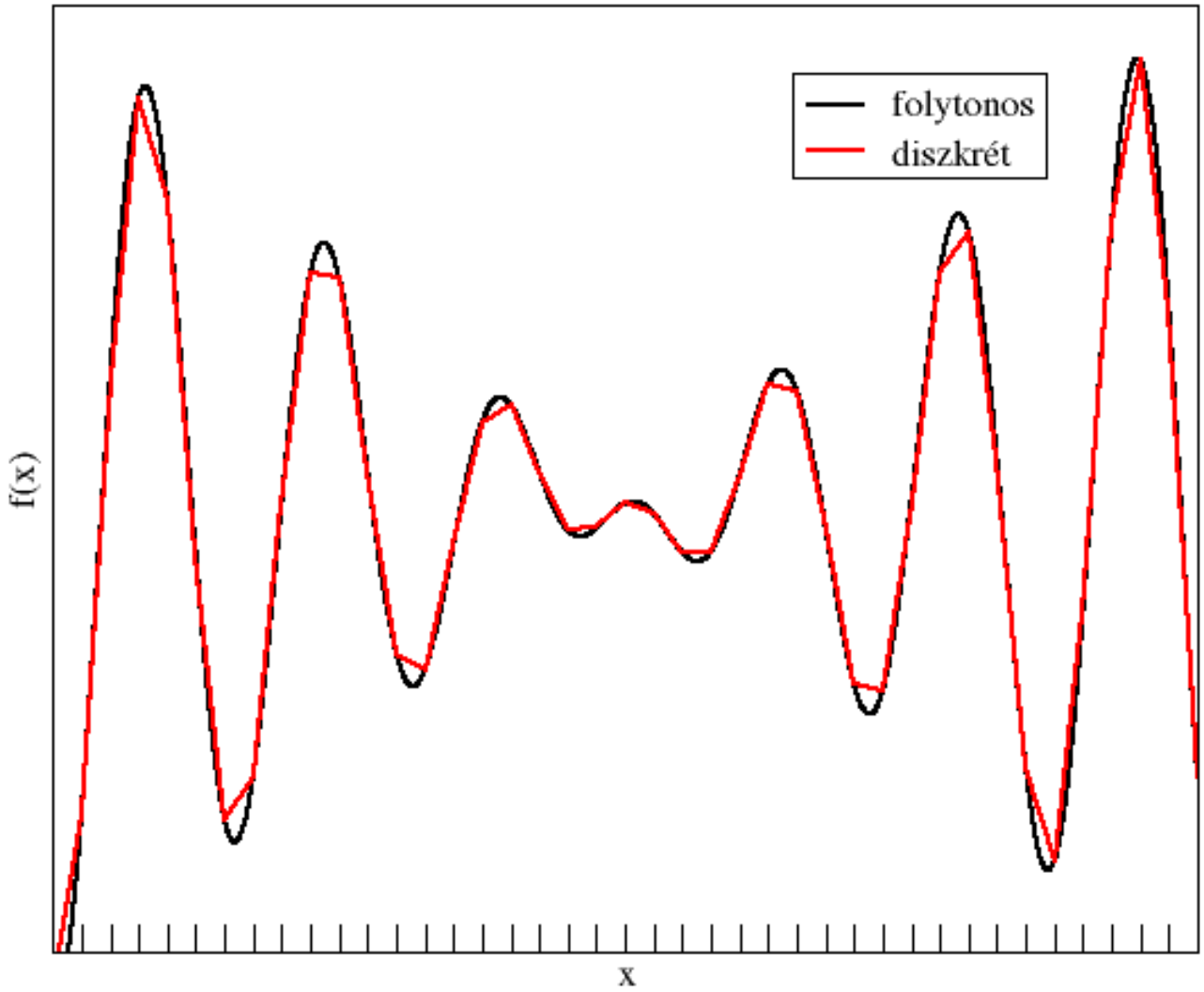
Véges különbséges módszer

- Legyen a vizsgálandó függvény egy egyváltozós függvény: $f=f(x)$
- A $0 \leq x \leq L$ intervallumon vizsgálódunk
- Osszuk fel az intervallumot J darab Δx hosszúságú részre
- Így a függvényünket az $x_j=j\Delta x$ pontokban közelítjük, ahol $j=0, 1, 2, \ldots, J$




folytonos
diszkrét
f(x)
Δx
x


folytonos
diszkrét
f(x)
x


folytonos
diszkrét
f(x)
x

Galjorkin módszer

- Írjuk fel *f(x)*-et a következő alakban:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left[a_k \cos\left(\frac{2k\pi x}{L} \right) + b_k \sin\left(\frac{2k\pi x}{L} \right) \right]$$

ahol

$$a_k = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \cos\left(\frac{2k\pi x}{L} \right) dx \qquad \text{k=0, 1, 2, ...}$$

$$b_k = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \sin\left(\frac{2k\pi x}{L} \right) dx \qquad \text{k=1, 2, ...}$$

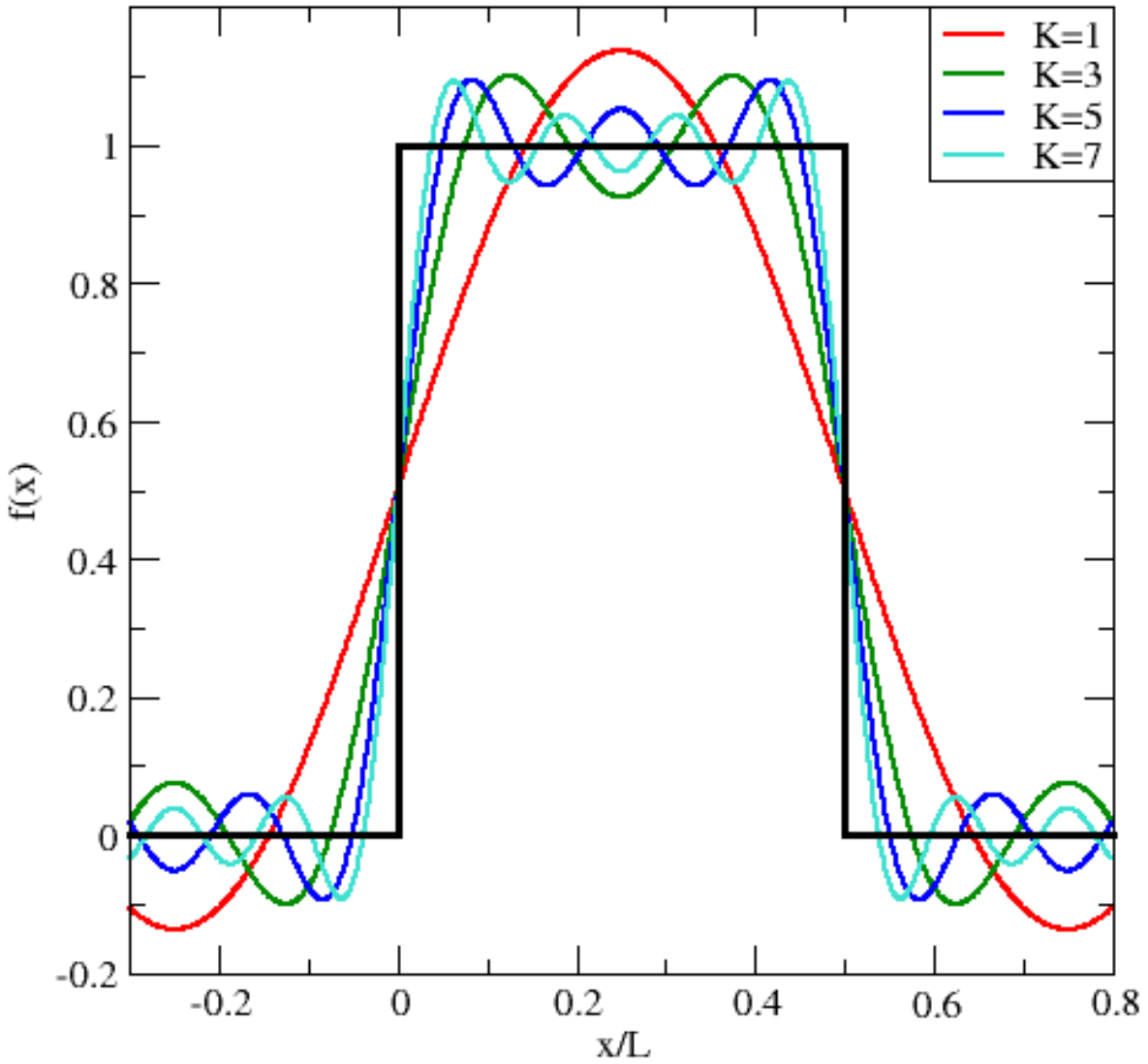
- Természetesen a gyakorlatban **nem tudjuk a képletben szereplő összegzést a végtelenig folytatni**, meg kell állnunk valamilyen véges K értéknél
- Minél nagyobb ez a K érték, annál pontosabban tudjuk közelíteni a függvényt (és ezáltal pontosabb lesz a megoldás is), de annál nagyobb a számításigény is
- Nézzünk erre két példát!
- 1. példa: legyen $$f(x) = \begin{cases} 1 & 0 \le x \le L/2 \\ 0 & L/2 \le x \le L \end{cases}$$
- Számítsuk ki a_k és b_k értékeit!

$$a_0 = 1$$

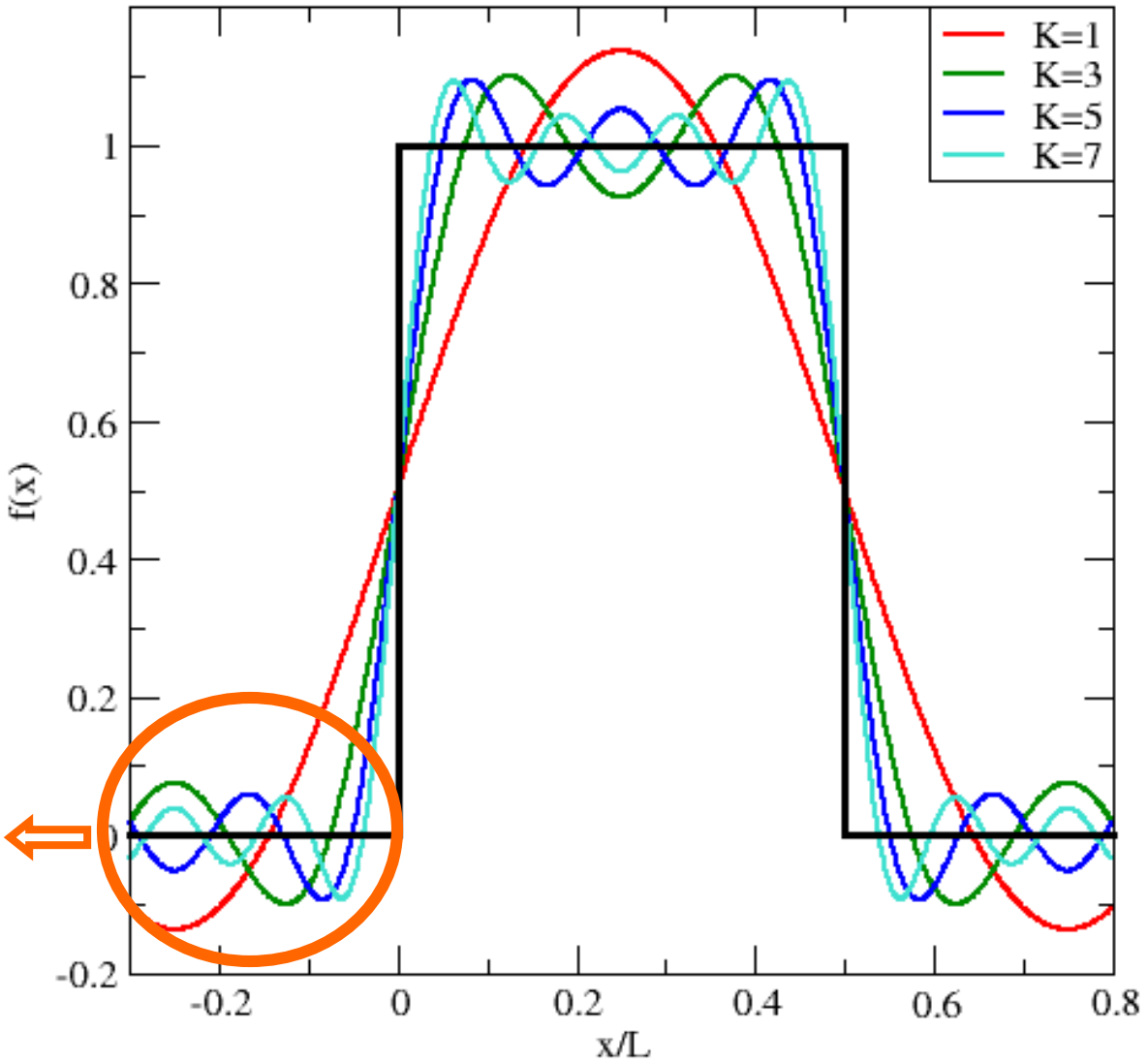
$$a_k = 0 \qquad k = 1,2,3...$$

$$b_k = \frac{1}{k\pi}\left(1 - \cos(k\pi)\right) \qquad k = 1,2,3...$$

K növelésével nő a pontosság:



K növelésével nő a pontosság:



oszcilláció ⇦

2. példa:

- Legyen

$$f(x)=\begin{cases}\sin^2\left(\dfrac{2\pi x}{L}\right) & 0\le x\le L/2\\ 0 & L/2\le x\le L\end{cases}$$

- Kiszámítva a_k és b_k értékeit:

$$a_0=1/2$$

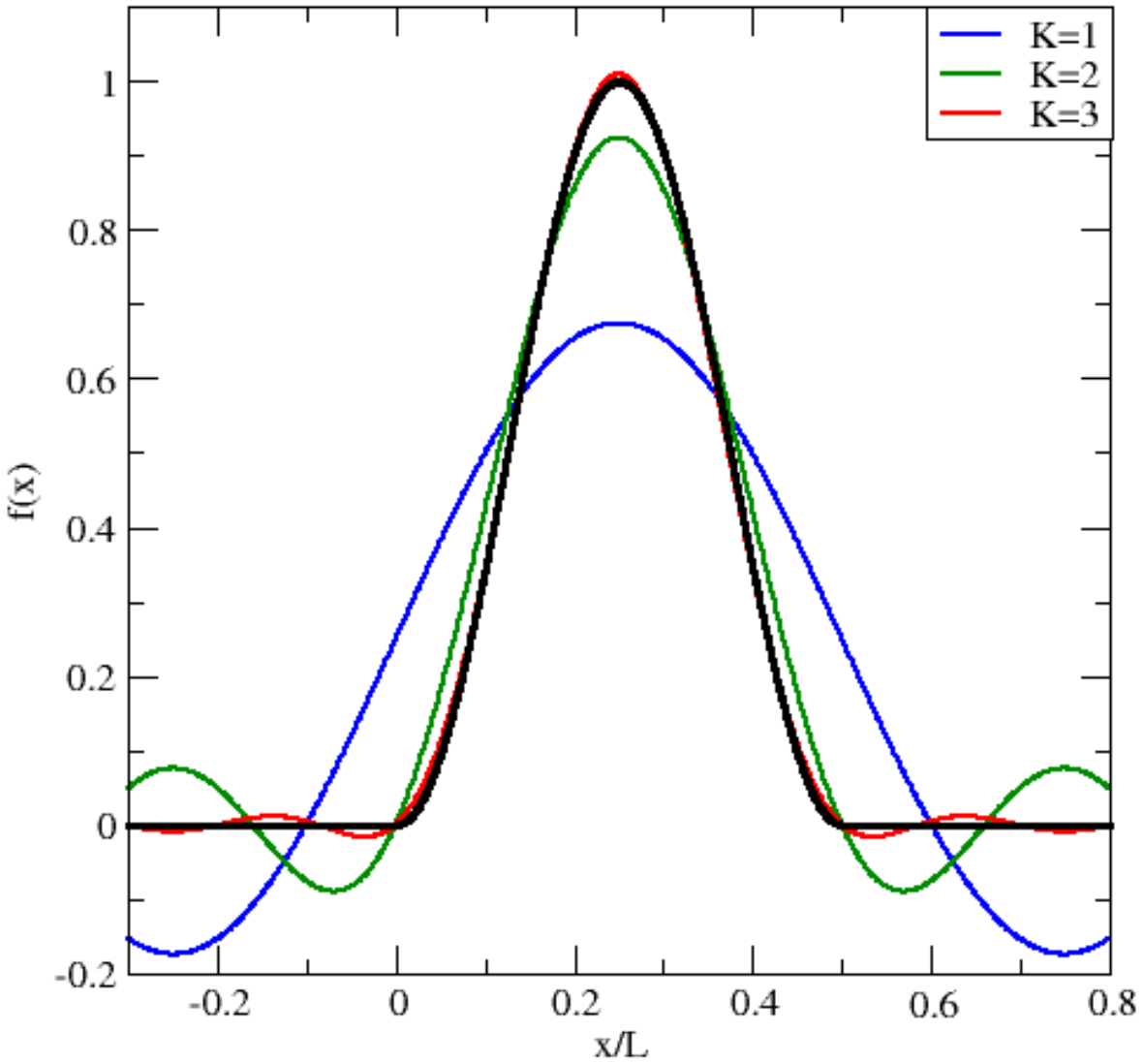
$$a_2=-1/4$$

$$a_k=0 \qquad k=1,3\ldots$$

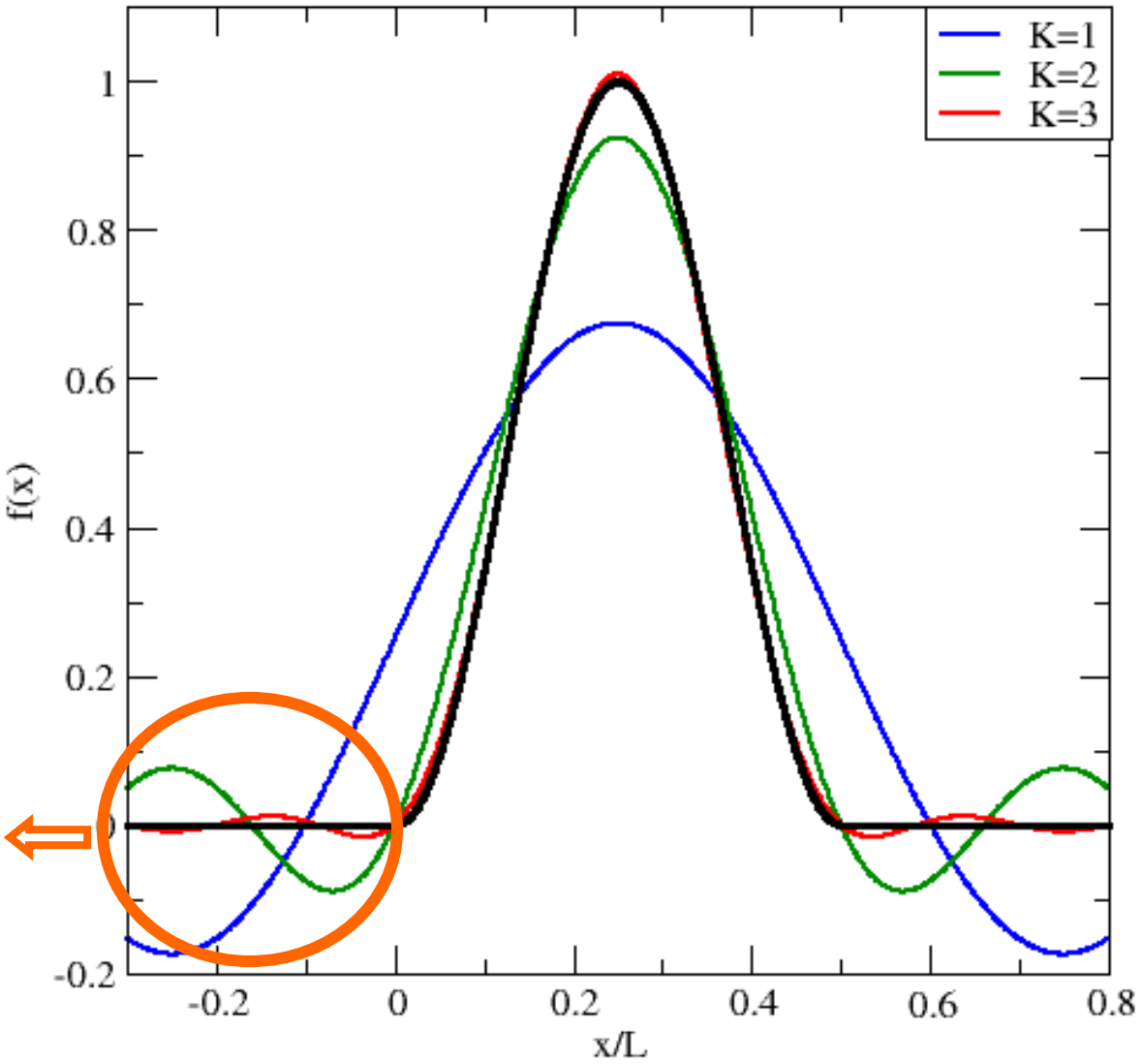
$$b_k=\frac{1}{4\pi}\left\{\frac{2}{k}\left[1-\cos(k\pi)\right]+\frac{1}{(2-k)}\left[1-\cos\left((2-k)\pi\right)\right]-\frac{1}{2+k}\left[1-\cos\left((2+k)\pi\right)\right]\right\}$$

$$k=1,3,4,5\ldots$$

K növelésével nő a pontosság:



K növelésével nő a pontosság:

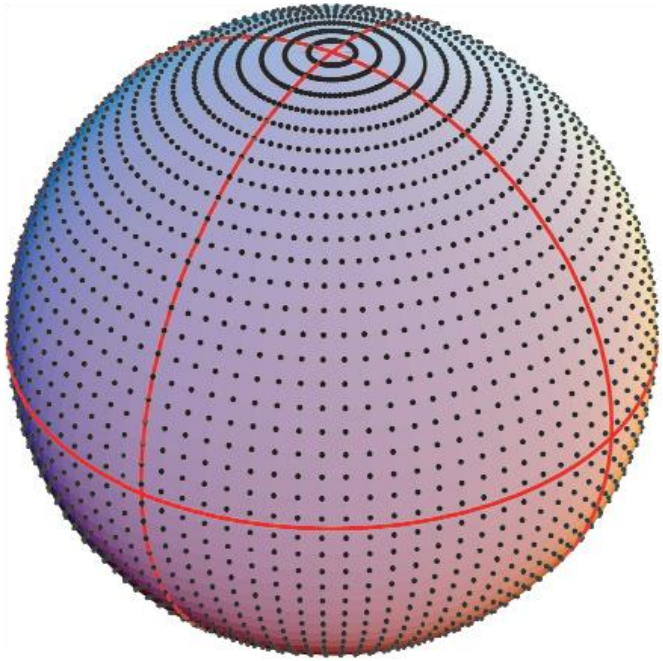


oszcilláció ⇦

- Tehát az ismeretlen változókat valamilyen függvényrendszer elemeinek segítségével írjuk fel → **Galjorkin módszerek**
- Két módszercsalád: **spektrális** és **véges elem** módszer
- Feladat: az együtthatók meghatározása
- Megjegyzések:
  - Széles körben elterjedt módszer elsősorban globális problémák megoldására
    (nincs pólus-probléma, szférikus harmonikusok)
  - Léteznek korlátos tartományú (regionális) alkalmazások is
    (pl. biperiodikus – teljes harmonikus függvények →
    a biperiodicitás újabb problémát vet fel (l. később)

Mi a pólus-probléma?

- Véges differencia módszer – szélesség-hosszúság rácson
- Meridiánok konvergenciája a pólusokon
- Ekvidisztáns szélesség-hosszúság rács esetén kis időlépcsők a stabilitáshoz



Szférikus harmonikusok – szférikus sorfejtés:

$$f(\lambda,\varphi) \approx \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{l} f_l^{\,m} Y_l^{\,m}(\lambda,\varphi)$$

→ ortogonális rendszert alkotnak

- Tekintsük az $L(u)=f(x)$ egyenletet, ahol

  L: differenciál operátor
  $f(x)$: kényszer tag

- Keressük $u(x)$-et a következő alakban:

$$u(x)=\sum_{j=1}^{\infty} u_j \varphi_j(x)$$

$$u(x) \approx \sum_{j=1}^{N} u_j \varphi_j(x)$$

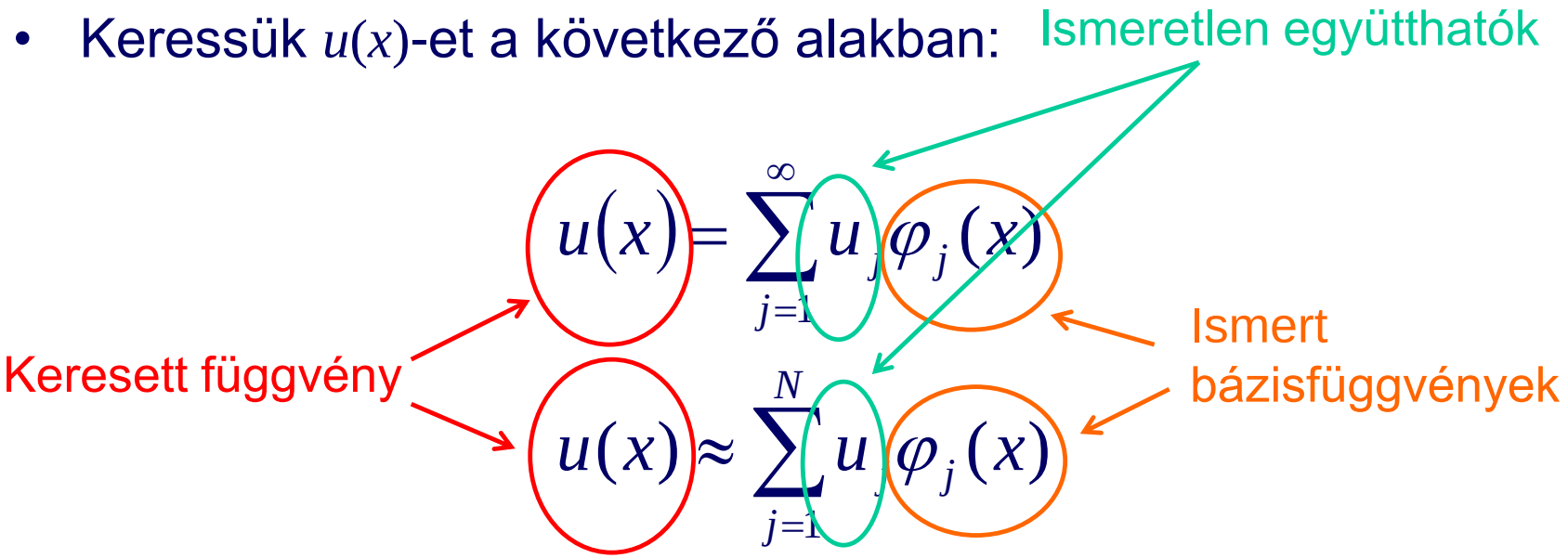
- A $\varphi_j(x)$ (bázis) függvények ismertek, a feladat az u_j (x-től nem függő) együtthatók meghatározása

- Kell még valamilyen feltétel, hogy az u_j-ket meghatározhassuk

- Tekintsük az $L(u)=f(x)$ egyenletet, ahol

  L: differenciál operátor
  $f(x)$: kényszer tag

- Keressük $u(x)$-et a következő alakban:



- A $\varphi_j(x)$ (bázis) függvények ismertek, a feladat az u_j (x-től nem függő) együtthatók meghatározása

- Kell még valamilyen feltétel, hogy az u_j-ket meghatározhassuk

- A Galjorkin módszerek esetében megköveteljük a közelítési **hiba** (e_N) **ortogonalitását** a bázisfüggvényekre:

$$\int_a^b e_N \varphi_i(x) dx = 0 \qquad i = 1, \ldots, N$$

- Ahol e_N (vagyis a hiba):

$$e_N = L\left(\sum_{j=1}^{N} u_j \varphi_j(x)\right) - L(u)$$

$$e_N = L\left(\sum_{j=1}^{N} u_j \varphi_j(x)\right) - f(x)$$

- A Galjorkin módszerek esetében megköveteljük a közelítési **hiba** (e_N) **ortogonalitását** a bázisfüggvényekre:

$$\int_a^b e_N \varphi_i(x)\,dx = 0 \qquad i = 1,\ldots,N$$

hiba

bázisfüggvény

- Ahol e_N (vagyis a hiba):

$$e_N = L\left(\sum_{j=1}^{N} u_j \varphi_j(x)\right) - L(u)$$

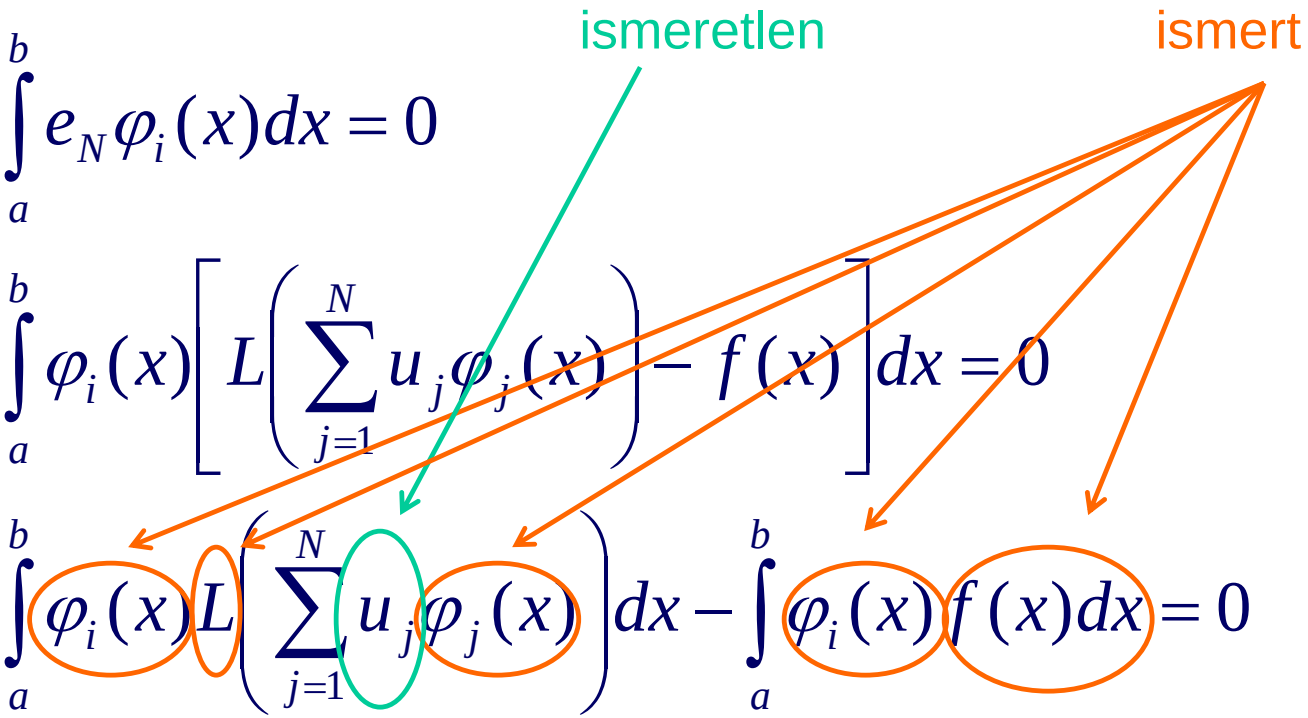
$$e_N = L\left(\sum_{j=1}^{N} u_j \varphi_j(x)\right) - f(x)$$

$$\int_a^b e_N \varphi_i(x)dx = 0$$

$$\int_a^b \varphi_i(x)\left[L\left(\sum_{j=1}^{N} u_j \varphi_j(x) \right) - f(x) \right] dx = 0$$

$$\int_a^b \varphi_i(x) L\left(\sum_{j=1}^{N} u_j \varphi_j(x) \right) dx - \int_a^b \varphi_i(x) f(x)dx = 0$$

- N db egyenletből álló rendszert kapunk N db ismeretlenre (u_j)



- N db egyenletből álló rendszert kapunk N db ismeretlenre (u_j)

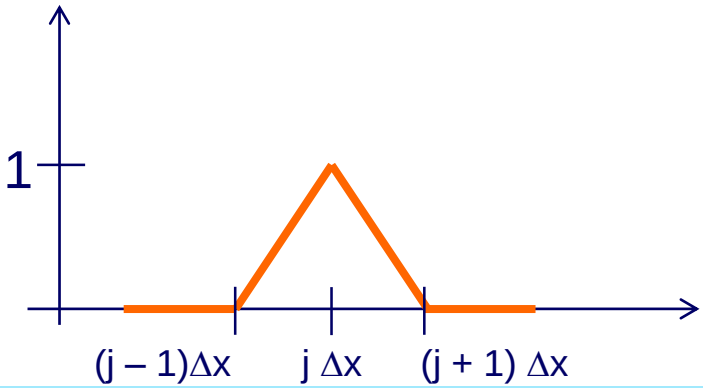
Bázisfüggvények

Spektrális módszer

- A bázisfüggvények maguk is ortogonális rendszert alkotnak – globális bázisfüggvények
- A feladat geometriájától és a határfeltételektől függő választás
  - Téglalap alakú tartományon, periodikus határfeltétellel – Fourier sorfejtés
  - Legendre függvények a szélességi köröktől való függésre

Véges elem módszer

- A bázisfüggvények egy kis tartománytól eltekintve nulla értékűek – lokális bázisfüggvények
- Ahol értékük nem nulla, alacsonyrendű polinomokat alkalmazunk
- Pl. „kalap” függvények



Példa spektrális módszerre

- Legyen

$$L(u) = f(x) \qquad 0 \le x \le \pi$$

$$L = \frac{d^2}{dx^2}$$

HF

- Valamint legyen

$$u(0) = u(\pi) = 0$$

$$\varphi_j = \sin(jx) \qquad j = 1, \ldots, N$$

$$u_i = -\frac{2}{i^2 \pi} \int_0^{\pi} \varphi_i f(x) dx$$

Az együtthatók arányosak a kényszer Fourier transzformáltjával

Példa véges elem módszerre

- Legyen:

$$L(u) = f(x) \qquad 0 \le x \le \pi$$

$$L = \frac{d^2}{dx^2}$$

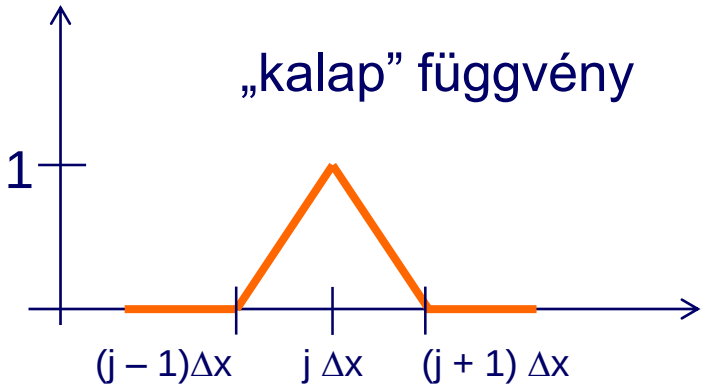
HF

$$u(x) \approx \sum_{j=1}^{N} u_j \varphi_j(x)$$

- Valamint legyen

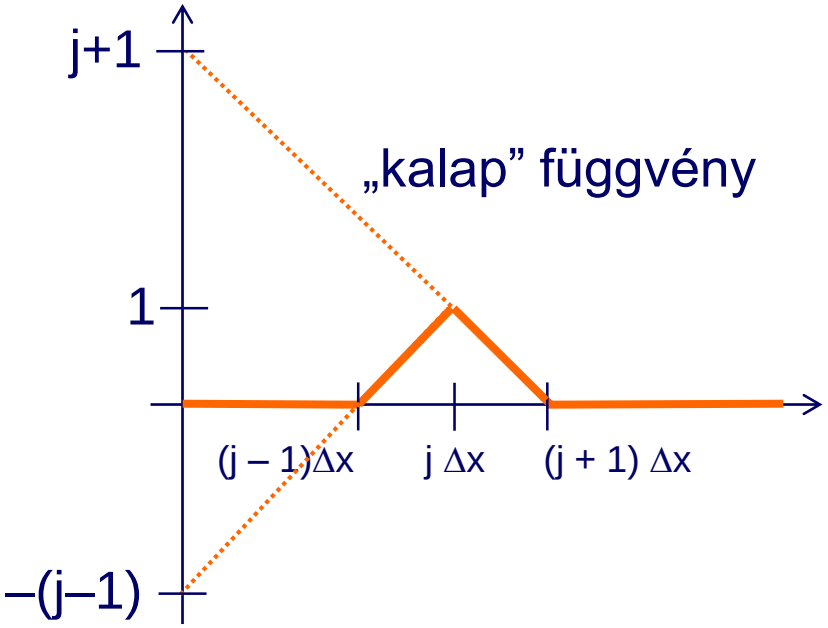
$$u(0) = u(\pi) = 0$$

φ_j "kalap" fv.



HF

- A $\varphi_j(x)$ függvények alakja:



$$\varphi_j(x) = \begin{cases} 0 & ha \quad x < (j-1)\Delta x \\ 0 & ha \quad x > (j+1)\Delta x \\ \dfrac{x-(j-1)\Delta x}{\Delta x} & ha \quad (j-1)\Delta x \le x \le j\Delta x \\ \dfrac{-x+(j+1)\Delta x}{\Delta x} & ha \quad j\Delta x \le x \le (j+1)\Delta x \end{cases}$$

HF

- A $\varphi_j(x)$ függvények x-szerinti deriváltja:

$$\frac{d\varphi_j}{dx} = \begin{cases} 0 & ha \quad x < (j-1)\Delta x \\ 0 & ha \quad x > (j+1)\Delta x \\ \dfrac{1}{\Delta x} & ha \quad (j-1)\Delta x \le x \le j\Delta x \\ -\dfrac{1}{\Delta x} & ha \quad j\Delta x \le x \le (j+1)\Delta x \end{cases}$$

$$\frac{u_{i-1} - 2u_i + u_{i+1}}{\Delta x^2} = \frac{f_{i-1} + 4f_i + f_{i+1}}{6}$$

$$\frac{u_{i-1} - 2u_i + u_{i+1}}{\Delta x^2} = f_i$$

Véges különbséges alak
(a véges elem pontosabb)

Fázishiba

- 1D lineáris advekciós egyenlet: $\frac{\partial \phi}{\partial t} + c\frac{\partial \phi}{\partial x} = 0$
- Fourier bázisfüggvények: $\phi(x,t) = \sum_{k=-N}^{N} a_k(t) \cdot e^{ikx}$
- A térbeli és időbeli deriváltak:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \sum_{k=-N}^{N} i \cdot k \cdot a_k(t) \cdot e^{ikx}; \qquad \frac{\partial \phi}{\partial t} = \sum_{k=-N}^{N} \frac{da_k(t)}{dt} \cdot e^{ikx}$$

- Az együtthatókra vonatkozó egyenlet:

$$\frac{da_k(t)}{dt} + c \cdot i \cdot k \cdot a_k(t) = 0 \rightarrow a_k(t) = e^{-ickt}$$

- Tehát a fázissebesség megegyezik a folytonos feladatbeli fázissebességgel → **nincs fázishiba**

Stabilitás

- 1D lineáris advekciós egyenlet: $\frac{\partial \phi}{\partial t} + c\frac{\partial \phi}{\partial x} = 0$

- Leapfrog séma + Fourier bázisfüggvények:

$$\frac{\phi^{n+1} - \phi^{n-1}}{2\Delta t} + c \cdot i \cdot k \cdot \phi^{n} = 0$$

- Neumann-módszer alkalmazása:

$$\lambda_k^2 + 2\Delta t \cdot c \cdot i \cdot k \cdot \lambda_k - 1 = 0$$

$$\lambda_{k1,2} = -i \cdot k \cdot c \cdot 2\Delta t \pm \sqrt{1 - k^2 c^2 \Delta t^2}$$

- Stabilitási feltétel: $(k \cdot c \cdot \Delta t)^2 \le 1$

$$c\frac{\Delta t}{\Delta x} \le \frac{1}{\pi}$$

véges különbséges esetnél szigorúbb feltétel

Többdimenziós eset

- Barotróp örvényességi egyenlet:

$$\frac{\partial}{\partial t}\nabla^2\psi + \mathbf{k}\times\nabla\psi\cdot\nabla(\nabla^2\psi) + \beta\frac{\partial\psi}{\partial x} = 0$$

ahol ψ az áramfüggvény.

- Tekintsünk biperiodikus mezőket, valamint a következő ortogonális bázisfüggvényeket – teljes harmonikus függvények:

$$\varphi_{mn}(x,y) = e^{i(mkx+nly)} \qquad k = \frac{2\pi}{L_x} \quad \text{és} \quad l = \frac{2\pi}{L_y}$$

- Ekkor a ψ függvény a következő módon közelíthető:

$$\psi(x,y,t) \approx \sum_{m=-M}^{M} \sum_{n=-N}^{N} C_{mn}(t) e^{imkx} e^{inly}$$

ahol $C_{mn}(t)$ spektrális együtthatók

- Legyen

$$\mathbf{M} = mk\mathbf{i} + nl\mathbf{j}$$

$$\mathbf{R} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$$

- Ekkor

$$\psi(x,y,t) \approx \sum_{\mathbf{M}} C_{\mathbf{M}}(t) e^{i\mathbf{M}R}$$

- Írjuk fel az egyenlet különböző tagjait:

$$\psi \approx \sum_{\mathbf{M}} C_{\mathbf{M}}(t) e^{i\mathbf{MR}}$$

$$\nabla^2 \psi \approx -\sum_{\mathbf{M}} (\mathbf{MM}) C_{\mathbf{M}} e^{i\mathbf{MR}}$$

$$\nabla \psi \approx \sum_{\mathbf{H}} i\mathbf{H} C_{\mathbf{H}} e^{i\mathbf{HR}}$$

$$\nabla(\nabla^2 \psi) \approx -\sum_{\mathbf{L}} i\mathbf{L}(\mathbf{LL}) C_{\mathbf{L}} e^{i\mathbf{LR}}$$

- Ezeket kell behelyettesíteni az eredeti egyenletbe $\Rightarrow$ nagyon bonyolult alakot kapunk!

- Ezeket kell behelyettesíteni az eredeti egyenletbe $\Rightarrow$ nagyon bonyolult alakot kapunk!

$$\frac{dC_M}{dt} = \frac{imk\beta C_M}{MM} + \sum_H \frac{(M-H)(M-H)k \cdot \left[H \times (M-H)\right]}{MM} C_{M-H} C_H$$

- A jobb oldali tag különböző hullámok kölcsönhatását írja le (a nemlineáris advekciós tag kifejtésével)

$\rightarrow$ **Transzformációs módszer (l. később)**

A spektrális módszer előnyei:

- A derivált meghatározása a K csonkítási értékig teljesen pontos és egyszerű (hiszen analitikusan deriválható függvényeket kell deriválnunk, pl. $\sin$, $\cos$)
- Egy megfelelően „sima” függvény esetében a megoldandó egyenletek száma lényegesen kevesebb, mint a véges különbséges módszer esetén

Ugyanakkor:

- Egyes műveletek (pl. két függvény szorzata) bonyolulttá válhatnak vagy számítási igényük nő meg
- Ilyen esetekben célszerű a számításokat a **spektrális tér** helyett a **fizikai térben** (azaz a rácsponti térben) végezni

A meteorológiában a spektrális módszer alkalmazása azokra a műveletekre szorítkozik, ahol térbeli (azon belül is a horizontális) deriváltak kiszámítására van szükség

Transzformációs módszer

- A spektrális modellekben a spektrál-technika alkalmazása a horizontális differenciál operátorok kiszámítására és az azokkal végzett **lineáris műveletekre** korlátozódik

- Minden egyéb számítás (pl. fizikai parametrizáció, nemlineáris dinamika) továbbra is a rácsponti térben történik

- A két tér között **transzformációs módszer** segítségével teremtenek kapcsolatot

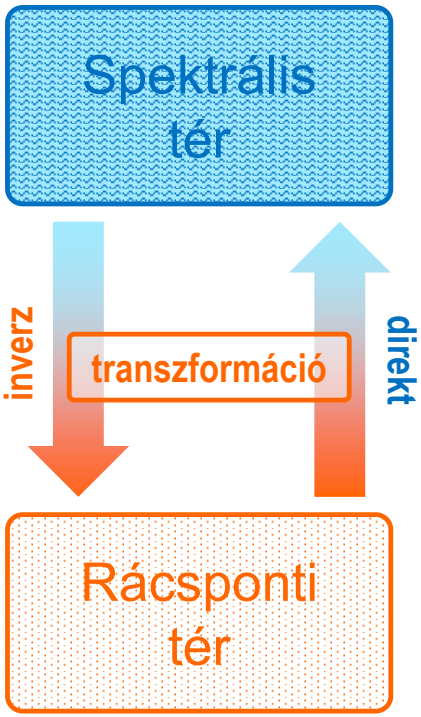
Mi a spektrális tér?

- A rácsponti térben a változók rácspontbeli értékeit tárolják: $T_{(i,j,k),t}$, $q_{(i,j,k),t}$
- A spektrális modellekben az állapothatározókat a választott bázisfüggvény-rendszer szerint sorba fejtik
- Azaz a spektráltérben a különböző hullámszámhoz tartozó **spektrális együtthatókat** tárolják: $u_{(i,j,k),t}$

A két tér között minden időlépésben szükséges az áttérés, ezért lényeges a transzformációs módszer hatékonysága

Ezek alapján egy spektrális modell végrehajtásának **fő lépései**:

1. Számítások a spektrális térben: lineáris operátorok alkalmazása a spektrális állapotvektorra (pl. **differenciál-operátorok** számítása, **szemi-implicit** séma)
2. A horizontális deriváltakkal kiegészített állapotvektor inverz transzformációja a spektrális térből a rácsponti térbe, pl. inverz gyors-Fourier transzformáció (inverz FFT) alkalmazásával
3. Nemlineáris tagok, fizikai parametrizációk kiszámítása a rácsponti térben, szemi-Lagrange séma, időbeli léptetés
4. Direkt transzformáció, pl. gyors-Fourier transzformáció (direkt FFT): sorfejtés alkalmazása az állapotváltozókra → ismétlés az új időlépcsőre



- A spektrális módszer alkalmazása:
  - definiálni kell egy rácsot („transform grid”)
  - a nemlineáris tagokat ebben a rácsponti térben kezelik
  - a deriváltakat a spektrális térben számítják
- A spektrális modellt általában a **csonkítási** hullámszámmal (pl. ECMWF: T799, l. később), vagy a kapcsolódó rács („transform grid”) rácstávolságával jellemzik (ALADIN: 8km)
- Ez utóbbi (rácstávolság) szemléletesebb, de a spektrális és a véges különbséges módszerek korrekt összehasonlítása az, ha a még leírható legkisebb jelenség méretét adjuk meg

Csonkítás

- Csonkítás

$$\sum_{n=1}^{N} \ldots \qquad N = ?$$

- Kis n értékek $\Rightarrow$ nagy hullámhosszak
- Nagy n értékek $\Rightarrow$ kis hullámhosszak
- Minél nagyobb N értéke, annál pontosabban határozhatjuk meg a keresett mennyiségeket, de annál nagyobb a számításigény is – kompromisszum
- A csonkítással elveszhet információ a rácsponti és a spektrális tér közötti transzformációnál

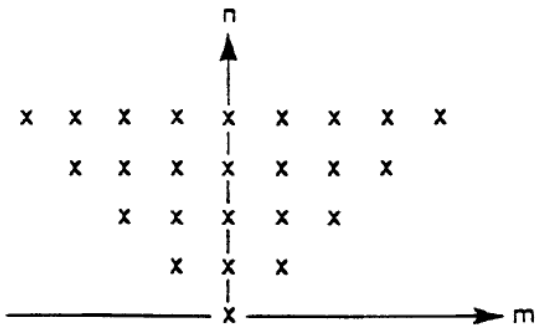
- **Globális modelleknél:**

földrajzi hosszúság

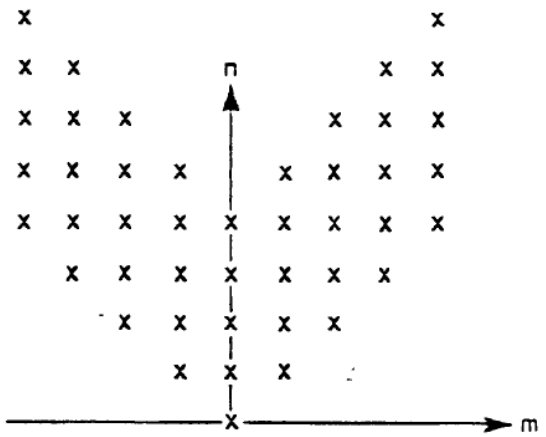
$$Q(\lambda,\mu)=\sum_{m=-M}^{M}\sum_{n=|m|}^{N(m)} C_{mn}\cdot Y_{m,n}(\lambda,\mu)$$

- M=? N=?
- m és n közötti kapcsolat
- Háromszög (egységes felbontás), rombusz alakú (szélességi körök „rövidülése”)

Trianguláris
$N(m)=M$ (pl. T799)



Romboidális
$N(m)=|m|+M$

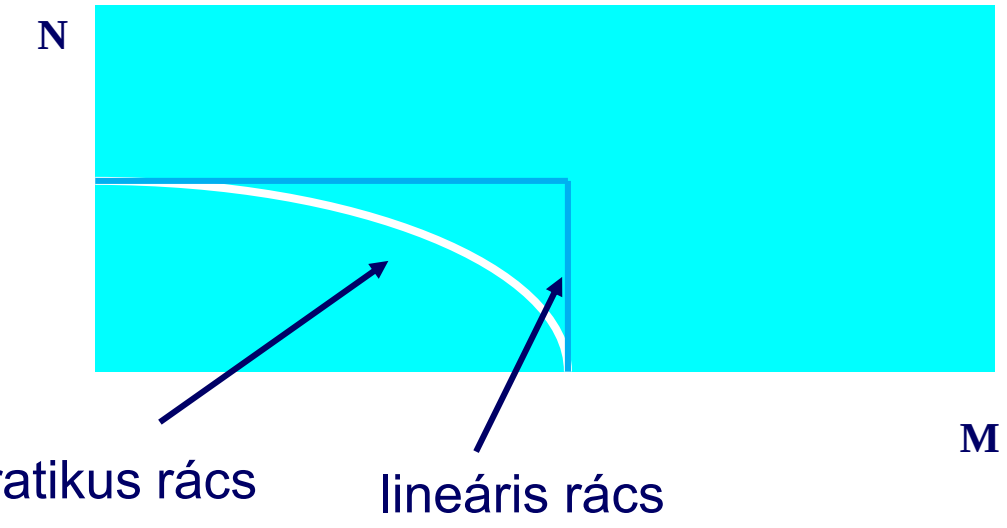


- **<u>Korlátos tartományú (regionális) modelleknél</u>**:

$$\psi(x,y,t) \approx \sum_{m=-M}^{M} \sum_{n=-N}^{N} C_{mn}(t) e^{imkx} e^{inly}$$

- M=? N=?
- m és n közötti kapcsolat
- elliptikus, téglalap alakú

$$\frac{n^2}{N^2} + \frac{m^2}{M^2} \leq 1$$



Megjegyzés: téglalap alakú csonkításnál teljesen pontos a spektrális és a rácsponti tér közötti transzformáció

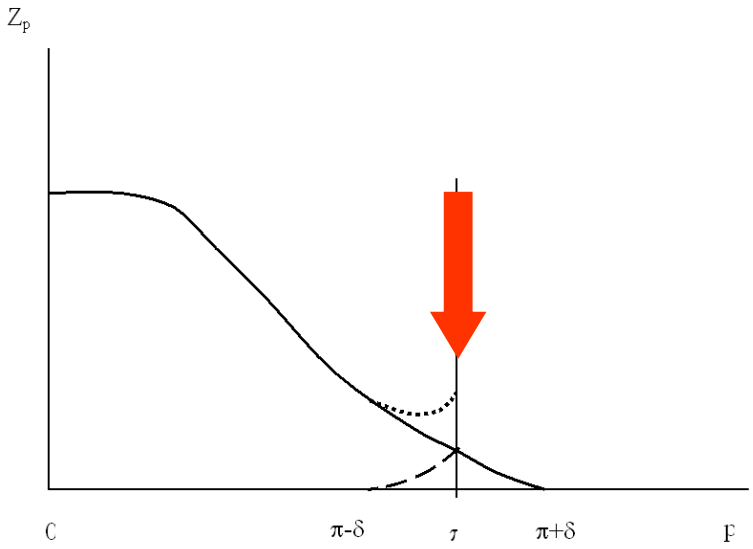
Aliasing (nem-lineáris instabilitás)

- Adott egy Δx felbontású rács
- Ez legjobb esetben egy $2\Delta x$ hullámhosszú hullámot tud leírni
- Az előrejelzés során megjelennek olyan hullámok is, amelyek $2\Delta x$-nél rövidebbek, energiájuk a rendszerhez adódik
- Tehát a $2\Delta x$-nél kisebb hullámhosszú hullámok zajként jelennek meg...

- Ha vannak nem-lineáris tagok is:

$$Q(x,y) = \sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N} Q_{mn} e^{imkx} e^{inly} \qquad Q_1(x,y) \text{ x } Q_2(x,y)$$

- Ekkor M-nél (N-nél) nagyobb hullámszámra is keletkezik információ
- Ezek a hullámok zajként jelennek meg és energiájuk hatással van az amúgy „jól” leírt hullámok energiájára – főként a legrövidebb hullámoknál okoz gondot
- Philips kísérlete (1957): stabilitási kritériumot kielégítő időlépcső, mégis „instabil” modellkísérlet



- Tekintsük a [0,2π] intervallumot és ezen alkalmazzunk Δx rácsfelbontást

- A rácspontok száma: $J = 2\pi/\Delta x + 1$

- Ezzel a felbontással a leírható legrövidebb hullám hullámszáma: $K = (J - 1)/2 = \pi/\Delta x$

- Hogy a spektrális tér és a rácsponti tér között ne veszítsünk információt, a csonkítási hullámszám (M) és a rácspontok száma között szükséges:

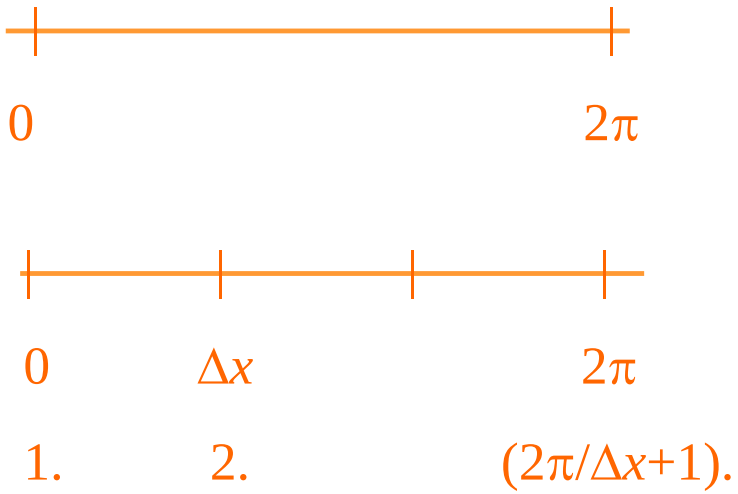
- Tekintsük a [0,2π] intervallumot és ezen alkalmazzunk Δx rácsfelbontást

- A rácspontok száma: $J = 2\pi/\Delta x + 1$

- Ezzel a felbontással a leírható legrövidebb hullám hullámszáma: $K = (J - 1)/2 = \pi/\Delta x$

- Hogy a spektrális tér és a rácsponti tér között ne veszítsünk információt, a csonkítási hullámszám (M) és a rácspontok száma között szükséges:

- Tekintsük a [0,2π] intervallumot és ezen alkalmazzunk Δx rácsfelbontást
- A rácspontok száma: $J = 2\pi/\Delta x + 1$
- Ezzel a felbontással a leírható legrövidebb hullám hullámszáma: $K = (J - 1)/2 = \pi/\Delta x$
- Hogy a spektrális tér és a rácsponti tér között ne veszítsünk információt, a csonkítási hullámszám (M) és a rácspontok száma között szükséges:

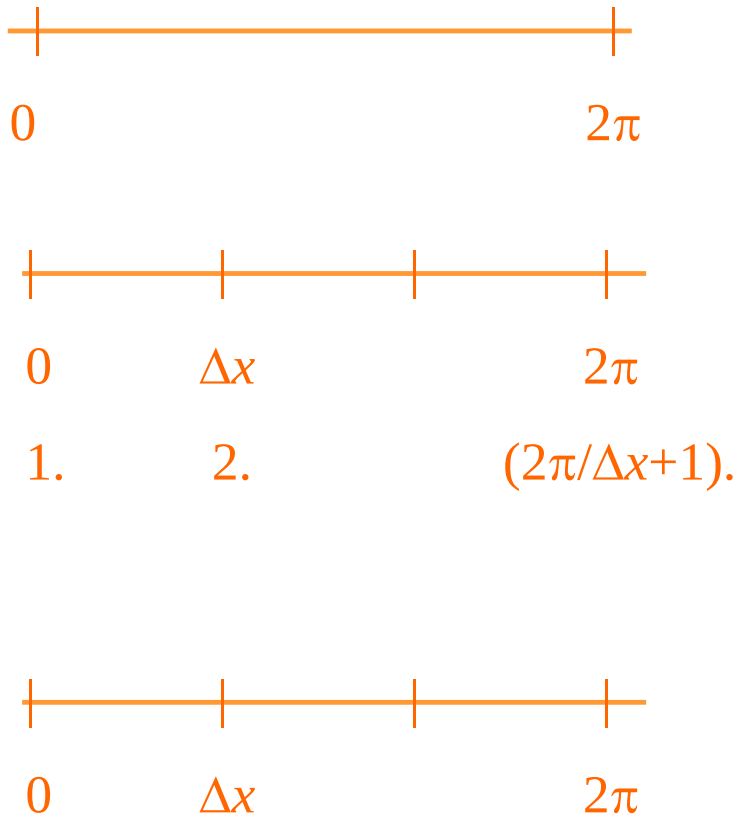


- Tekintsük a [0,2π] intervallumot és ezen alkalmazzunk Δx rácsfelbontást

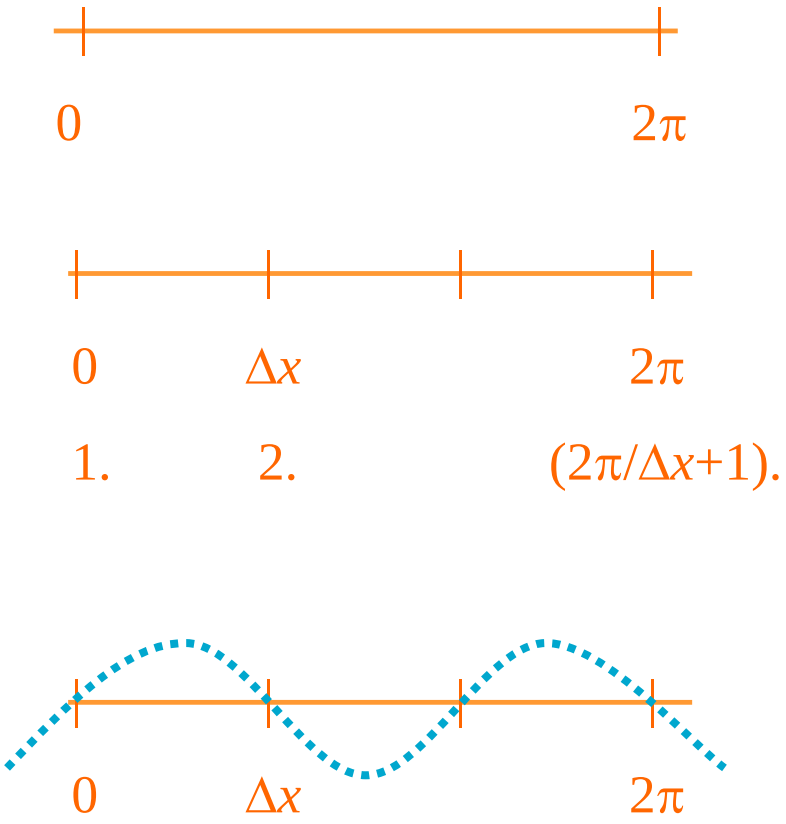
- A rácspontok száma: $J = 2\pi/\Delta x + 1$

- Ezzel a felbontással a leírható legrövidebb hullám hullámszáma: $K = (J - 1)/2 = \pi/\Delta x$

- Hogy a spektrális tér és a rácsponti tér között ne veszítsünk információt, a csonkítási hullámszám (M) és a rácspontok száma között szükséges:



- Tekintsük a [0,2π] intervallumot és ezen alkalmazzunk Δx rácsfelbontást
- A rácspontok száma: $J = 2\pi/\Delta x + 1$
- Ezzel a felbontással a leírható legrövidebb hullám hullámszáma: $K = (J - 1)/2 = \pi/\Delta x$
- Hogy a spektrális tér és a rácsponti tér között ne veszítsünk információt, a csonkítási hullámszám (M) és a rácspontok száma között szükséges:

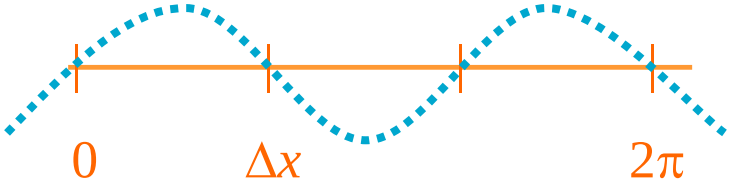


- Tekintsük a [0,2π] intervallumot és ezen alkalmazzunk Δx rácsfelbontást

- A rácspontok száma: $J = 2\pi/\Delta x + 1$

- Ezzel a felbontással a leírható legrövidebb hullám hullámszáma: $K = (J - 1)/2 = \pi/\Delta x$

- Hogy a spektrális tér és a rácsponti tér között ne veszítsünk információt, a csonkítási hullámszám (M) és a rácspontok száma között szükséges:

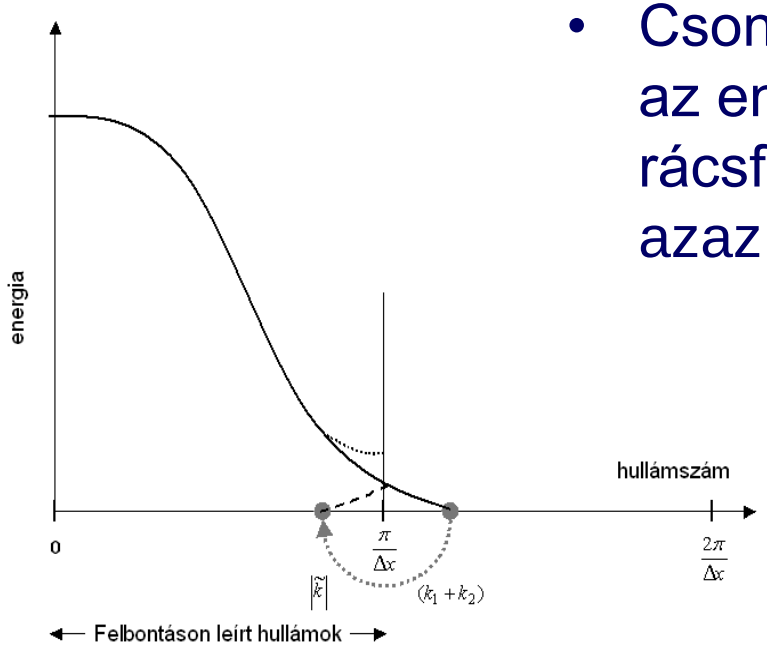


$$J \geq 2M + 1$$

- A nem-lineáris szorzatok miatt megjelennek $(k_1 + k_2) > K$ hullámszámú hullámok

- Energiájuk a spektrumban szimmetrikusan elhelyezkedő hullámok energiájához adódik hozzá:

$$\tilde{K} = \pi / \Delta x - \left(k_1 + k_2 - \pi / \Delta x\right) = 2\pi / \Delta x - \left(k_1 + k_2\right)$$



- Csonkítás megválasztása:
  az energiatöbblet ne okozzon változást a rácsfelbontás által még leírt hullámokon, azaz

$$\tilde{K} \geq K$$

$$2\pi / \Delta x - 2M \geq M$$

$$J - 1 - 2M \geq M$$

- A **<u>spektrális módszernél</u>** a nem-lineáris instabilitás könnyen kiküszöbölhető, ha $2M+1$ rácspont helyett több pontot definiálunk adott számú hullámhoz (túlcsonkítás):

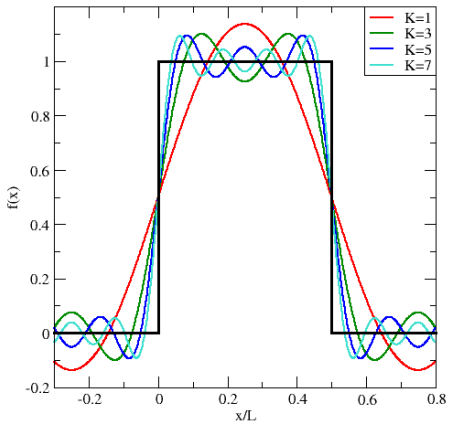
$$J \geq (4)3M + 1$$

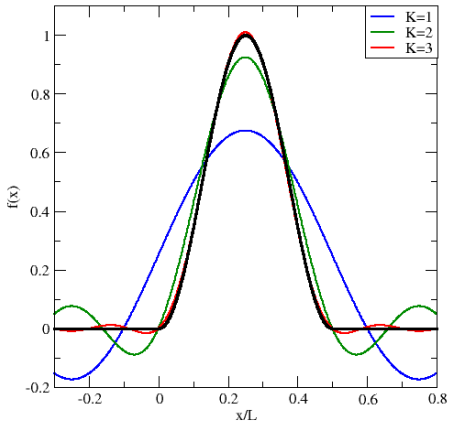
$$K \geq (4)3N + 1$$

- A szemi-Lagrange kezelés esetében „nincs gond” az advekciós tagokkal, nem is kell túlcsonkítani → használható a „lineáris rács”, azaz a rácspontok száma kétszerese a hullámok számának
- Vannak további numerikus sémák, amelyek csillapítják a rövidhullámokat

Gibbs oszcilláció

- „Simább” függvény esetében már kisebb K értékre is viszonylag pontos közelítést kapunk
- Az erős gradiensű helyek közelében oszcillációt tapasztalunk
  (ún. *Gibbs oszcilláció*)
- Az oszcilláció erőssége függ magától a folytonos függvénytől
- Különösen zavaró olyan függvényeknél, ahol erős gradiensek léphetnek fel, de fizikai okokból a függvény értékének mindig pozitívnak kell maradnia
  (pl. domborzat)





Összefoglalás: előnyök, hátrányok

- A hidro-termodinamikai egyenletrendszerben szereplő deriváltak pontosan (analitikusan) számolhatók
- A nem-lineáris tagoknál az aliasing (nem-lineáris instabilitás) megfelelő túlcsonkítással elkerülhető
- A spektrális együtthatók száma kisebb, mint a rácspontok száma (gazdaságosabb tárolás)
- A globális modelleknél nincs pólus probléma
- A szemi-implicit séma Helmholtz-egyenletének megoldása triviális a spektrális módszernél
- Nincs fázishiba

DE:

- A sémák bonyolultak lehetnek
- A műveletek száma a felbontás növekedésével gyorsabban növekszik, mint a rácsponti esetben
- A transzformációs módszer nélkül a nemlineáris tagok kiszámolása nagyon költséges
- Globális modellek esetében örvényesség- és divergencia-egyenlet (a pólusoknál a szélirány „elvesztése” miatt)
- Erős gradiensű tagoknál oszcilláció, illetve nem reális értékek
- Nehézség **korlátos tartományú esetben** (szférikus harmonikusok nem alkalmazhatók)

Korlátos tartományú eset:

- Fourier-függvények alkalmazása esetén követelmény: periodikusság
- A meteorológiai mezők általában nem periodikusak egy korlátos tartomány felett
- Megoldás: kiterjesztési (E) zóna, ahol az információkat periodikussá tesszük