

Parametrizációk

Allaga-Zsebeházi Gabriella
zsebehazi.g@met.hu

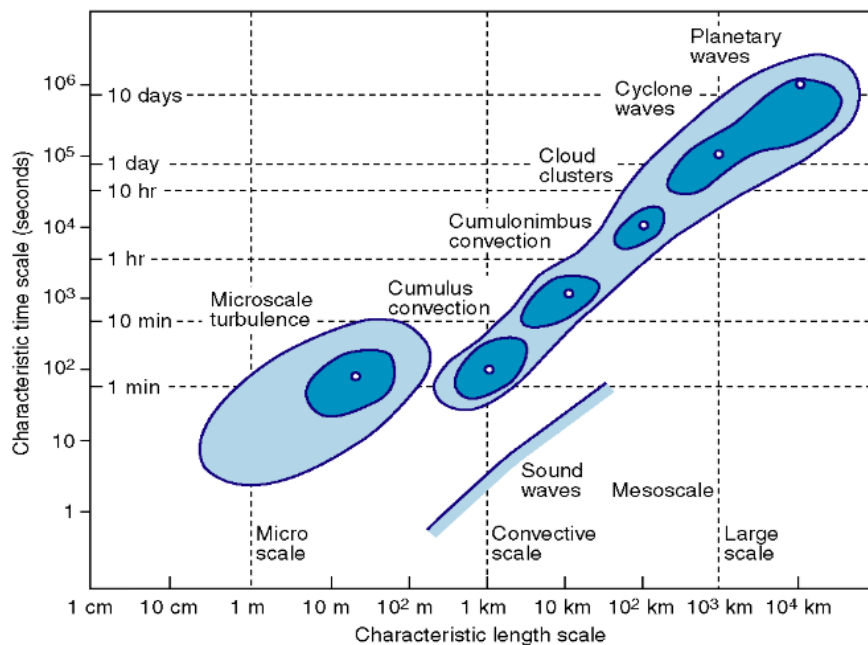
Numerikus előrejelzés 2021-2022/I. félév

2021. 11. 17.

Bevezetés

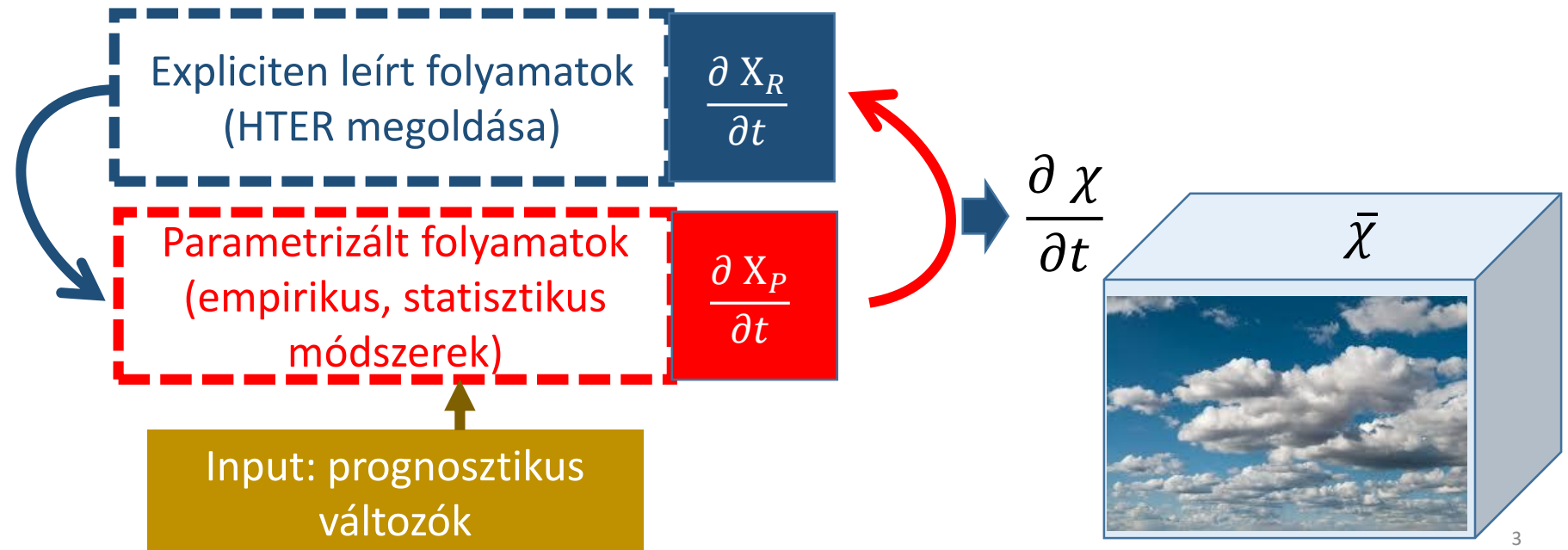
- A **hidro-termodinamikai egyenletrendszer (HTER)** a légköri mozgások **teljes spektrumát** leírja
- A **numerikus modellekben** nem tudunk minden folyamatot figyelembe venni → **közelítéseket** alkalmazunk (véges differencia séma, spektrális módszer)
- A diszkretizált HTER megoldásával a ráctávolságnál 2-7x nagyobb skálájú folyamatokat tudjuk jól leírni (→ **effektív felbontás**)
- A parametrizációval a szubgrid (ráctávolságnál kisebb skálájú) folyamatokat kezeljük

! *A kis skálájú folyamatok hatását akkor sem hanyagolhatjuk el, ha az átlagokra vagyunk kíváncsiak*

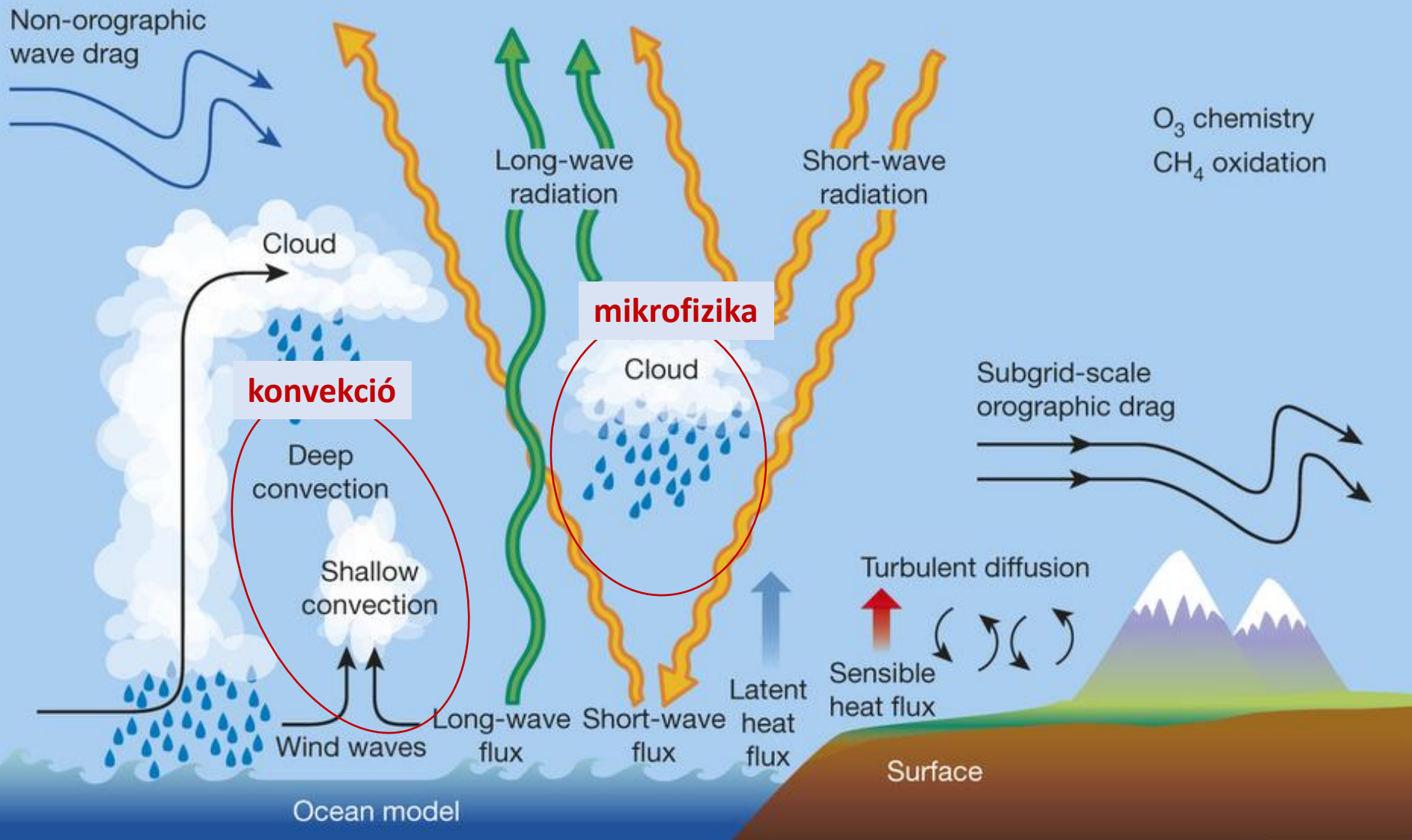


A parametrizáció lényege

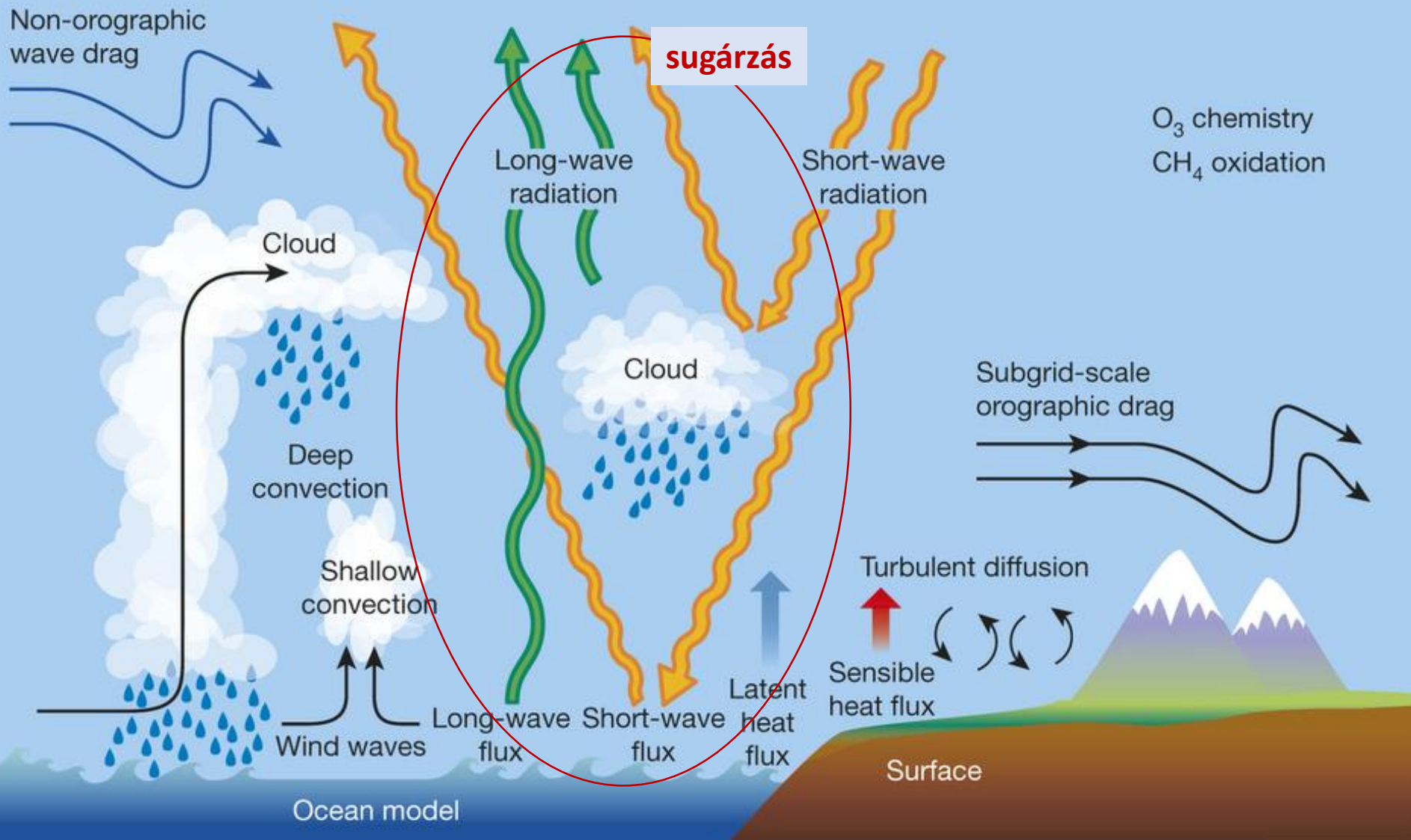
- A ráctávolságnál kisebb skálájú folyamatoknak az átlagos áramlásra gyakorolt hatásukat írja le
- A parametrizálandó folyamatokat a HTER prognosztikus változóival és paraméterek segítségével fejezzük ki
- A parametrizálandó folyamatok általában függőleges irányba adják át az energiát → egy oszlopban történik a leírás, horizontálisan nincs kapcsolat



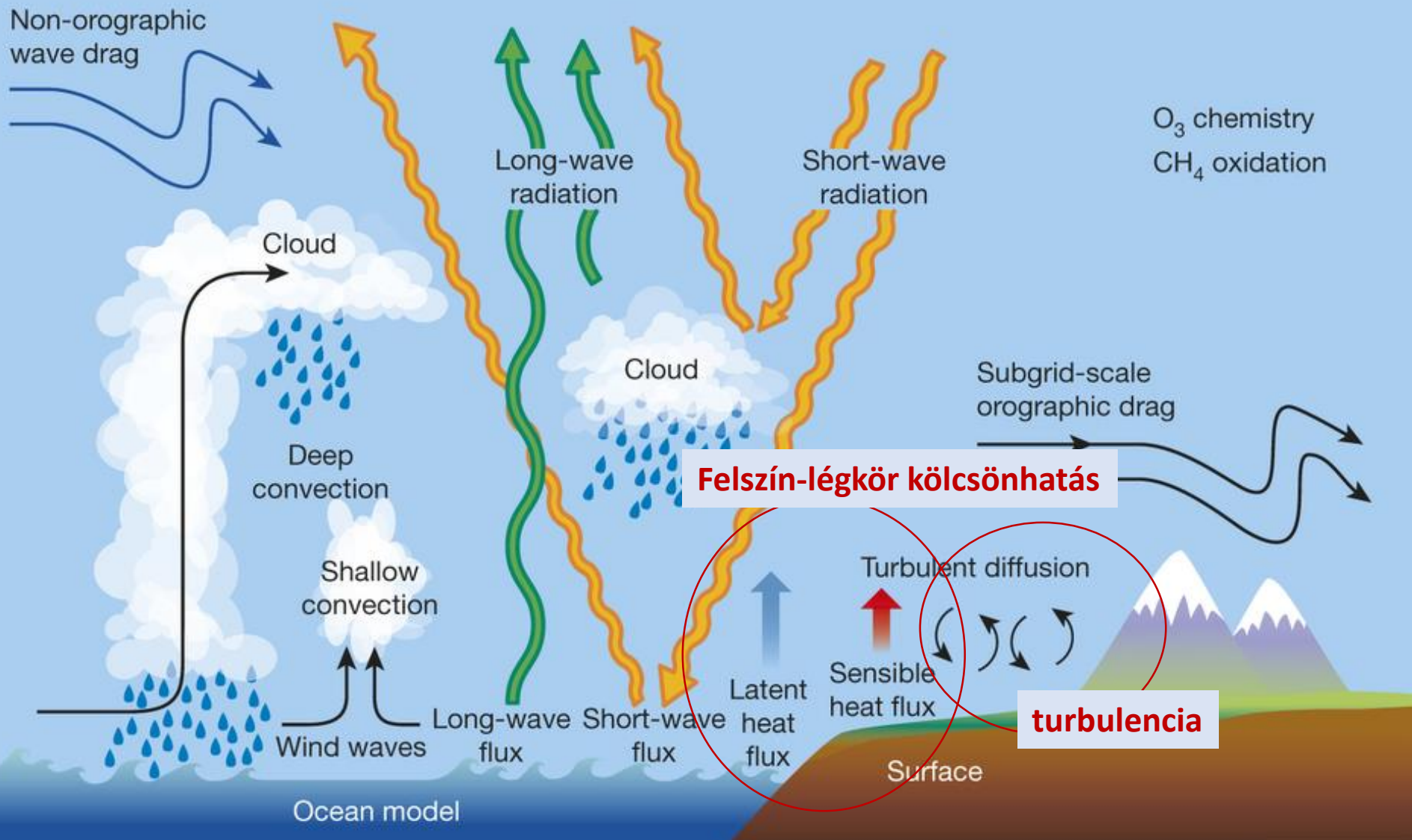
Parametrizálható folyamatok



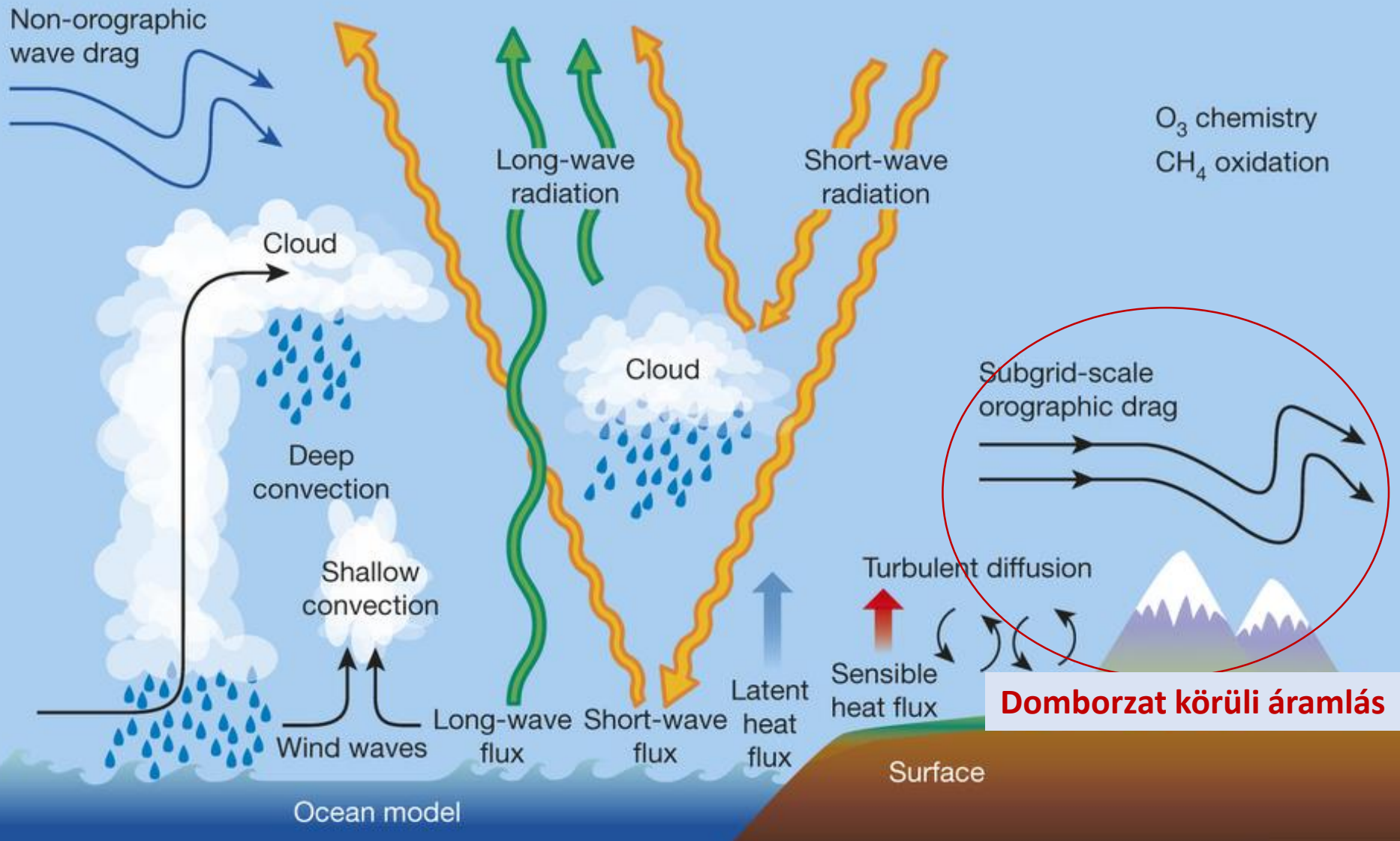
Parametrizálható folyamatok



Parametrizálható folyamatok

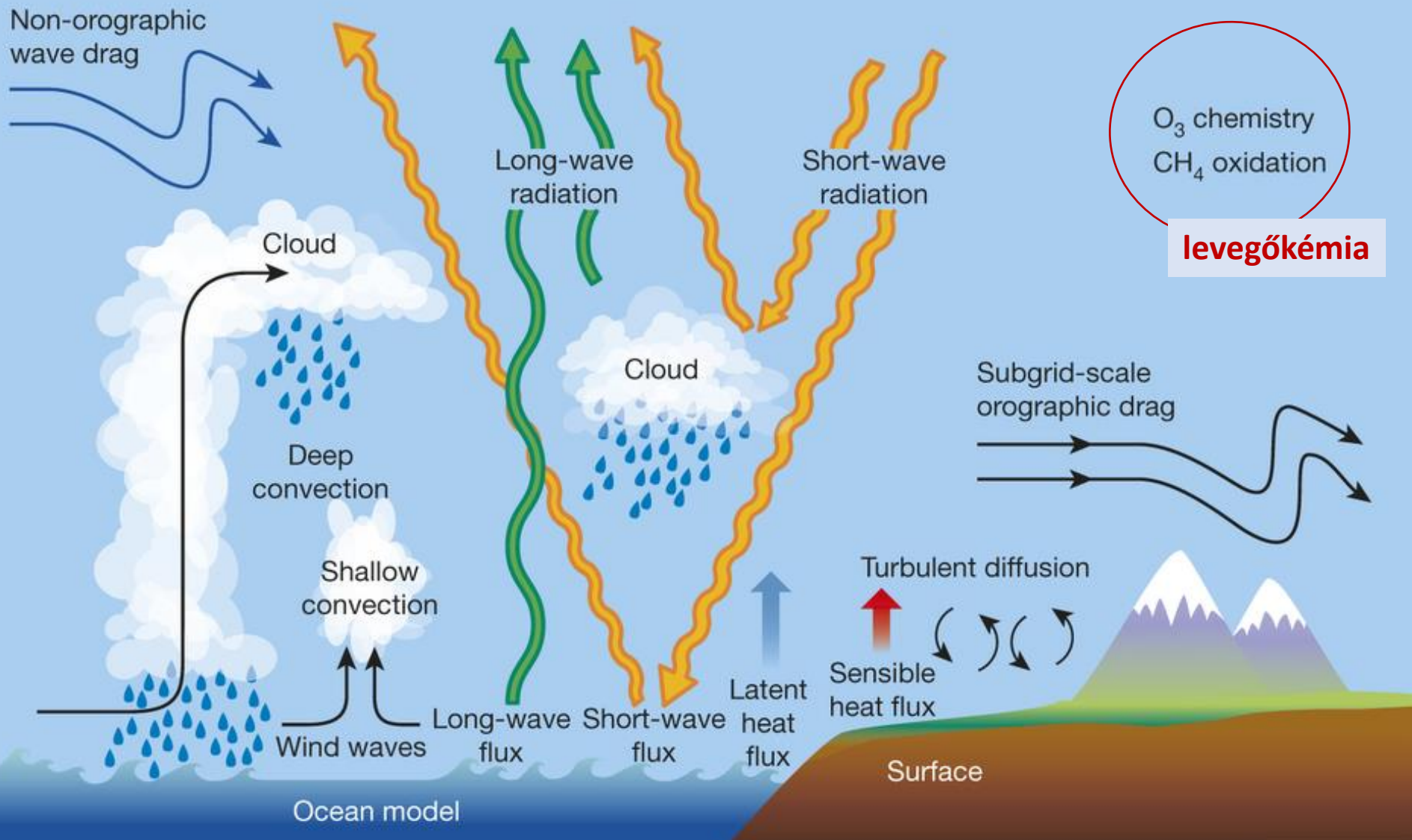


Parametrizálható folyamatok

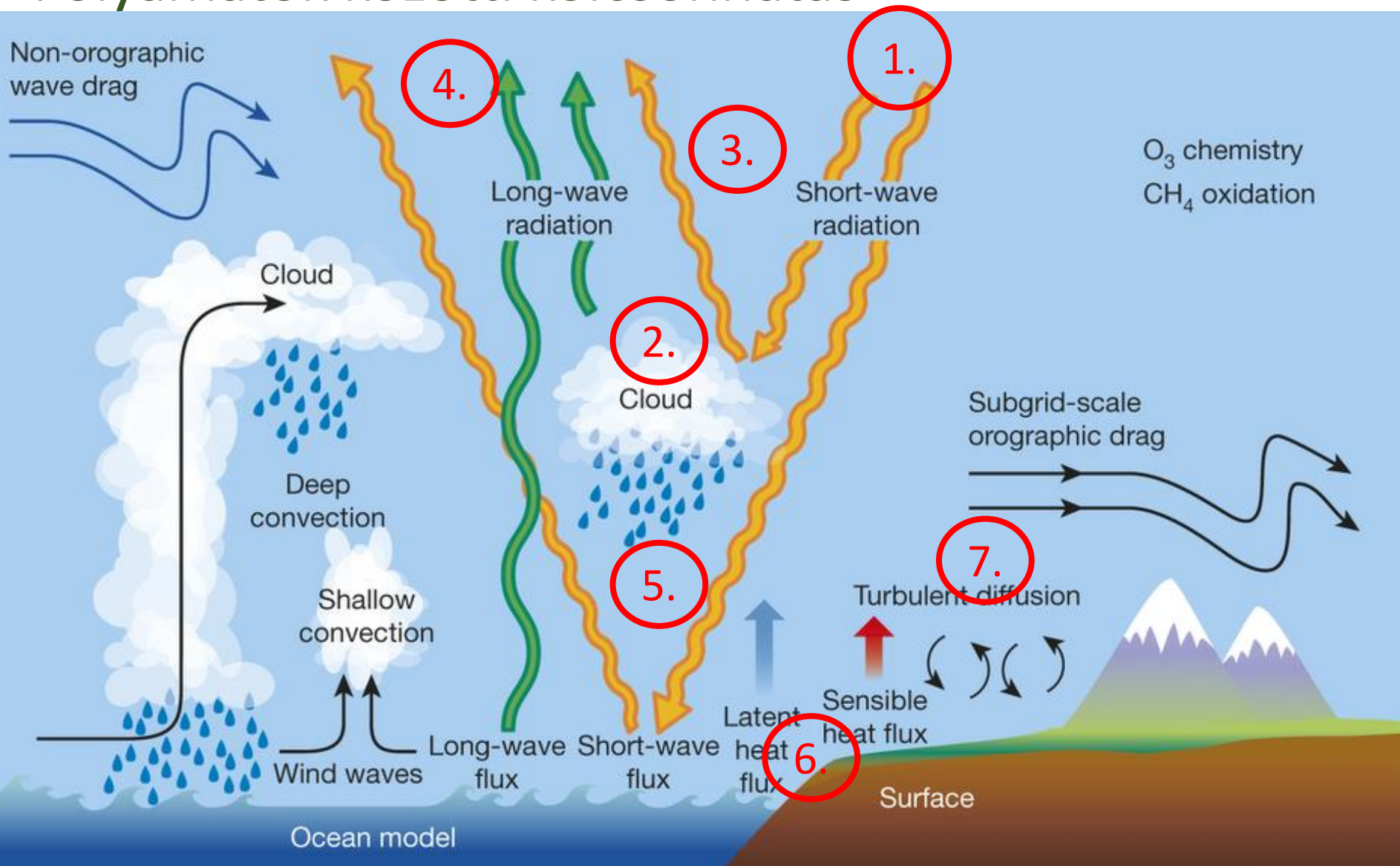


Domborzat körüli áramlás

Parametrizálható folyamatok



Folyamatok közötti kölcsönhatás

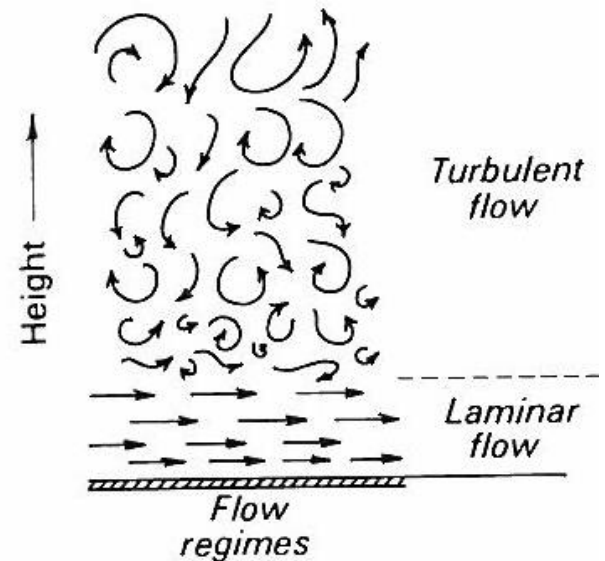
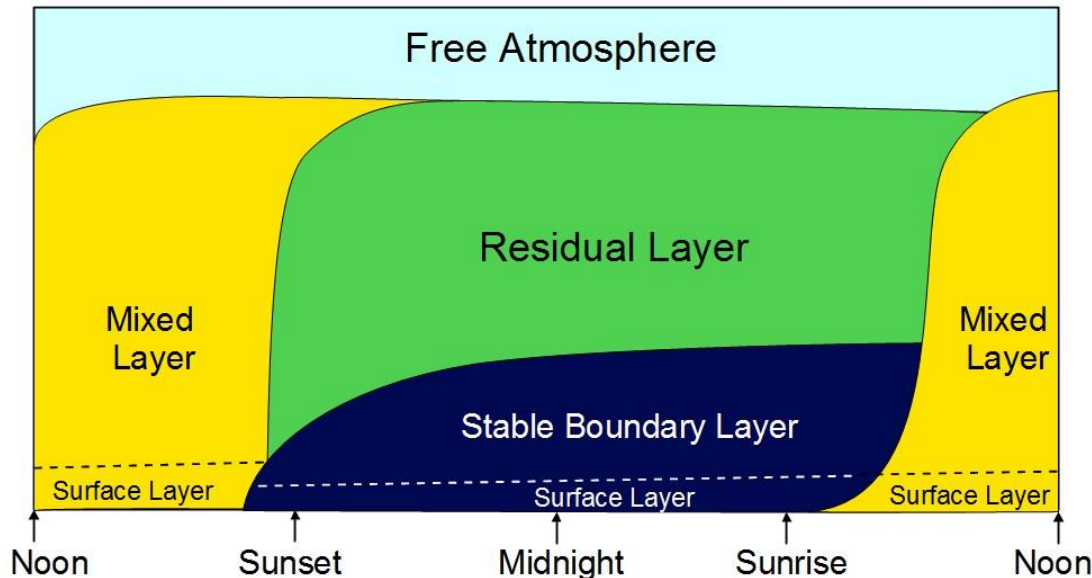




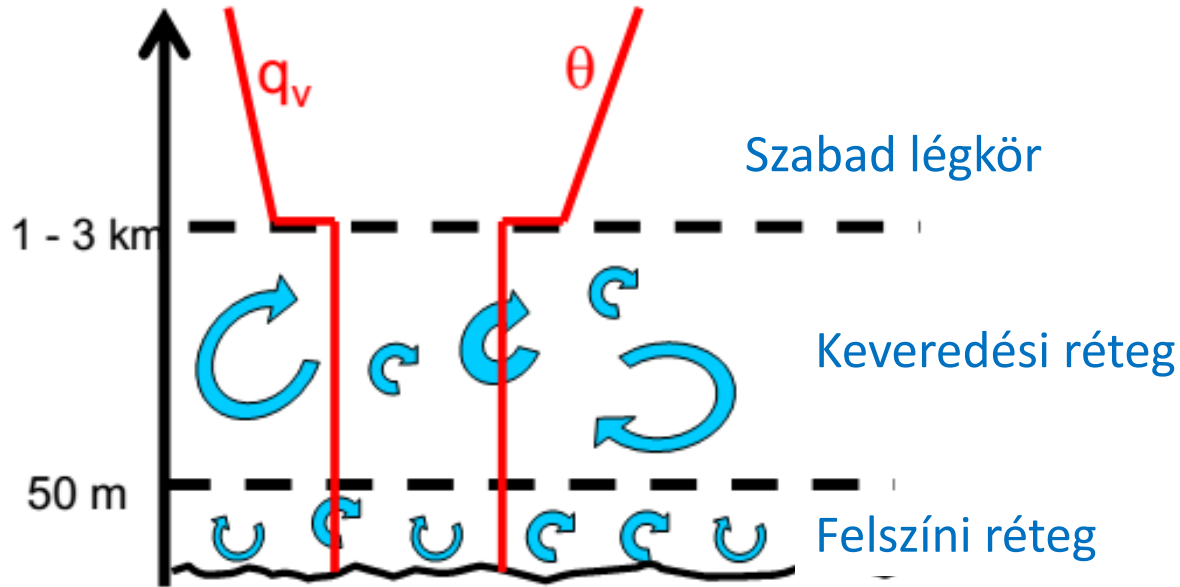
A planetáris határréteg

A planetáris határréteg

- A légkör legalsó része (alsó 1-3 km), ahol a momentum-, hő- és nedvesség egyenlegben domináns szerepet játszik a turbulens vertikális áramlás
- A szállítást örvények végzik, amelyek mérete legfeljebb a határréteg vertikális kiterjedése
- A felszín hatása (pl. surlódás, hűtés, fűtés) legfeljebb egy napig érvényesül



A planetáris határréteg szerkezete nappal



Felszíni réteg (Prandtl réteg):

- a planetáris határréteg legalsó része (kb. az alsó 10%-a)
- a turbulencia inkább mechanikai mint termikus úton keletkezik és fogy (surlódás révén)

Keveredési réteg:

- a turbulencia inkább termikus úton keletkezik és fogy
- Konvekcióval örvények keletkeznek (termikek)

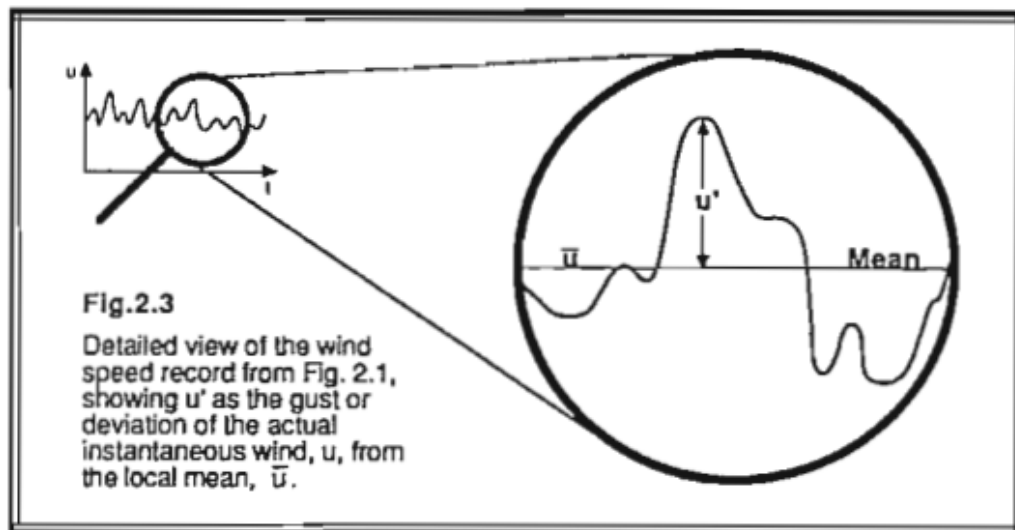
Turbulencia

a parametrizálás indoka

Kvázi-random jelenség, determinisztikus leírása nehéz, helyette statisztikai módszereket alkalmazunk

- Létezik egy statisztikailag stabil (előrejelezhető) átlagos érték, amely körül a sebesség változik
- Egy adott helyen és időben csak meghatározott intervallumon belül tud változni a sebesség (szórás \rightarrow turbulencia intenzitása, kinetikus energia mérőszáma)

Különböző méretű és frekvenciájú örvények \rightarrow **Navier-Stokes egyenletek** dinamikailag minden mozgást leírnak, de **megoldásukhoz megfelelő kezdeti- és peremfeltételekre** van szükség (minden skálán előállítani nehéz és költséges).



Turbulencia

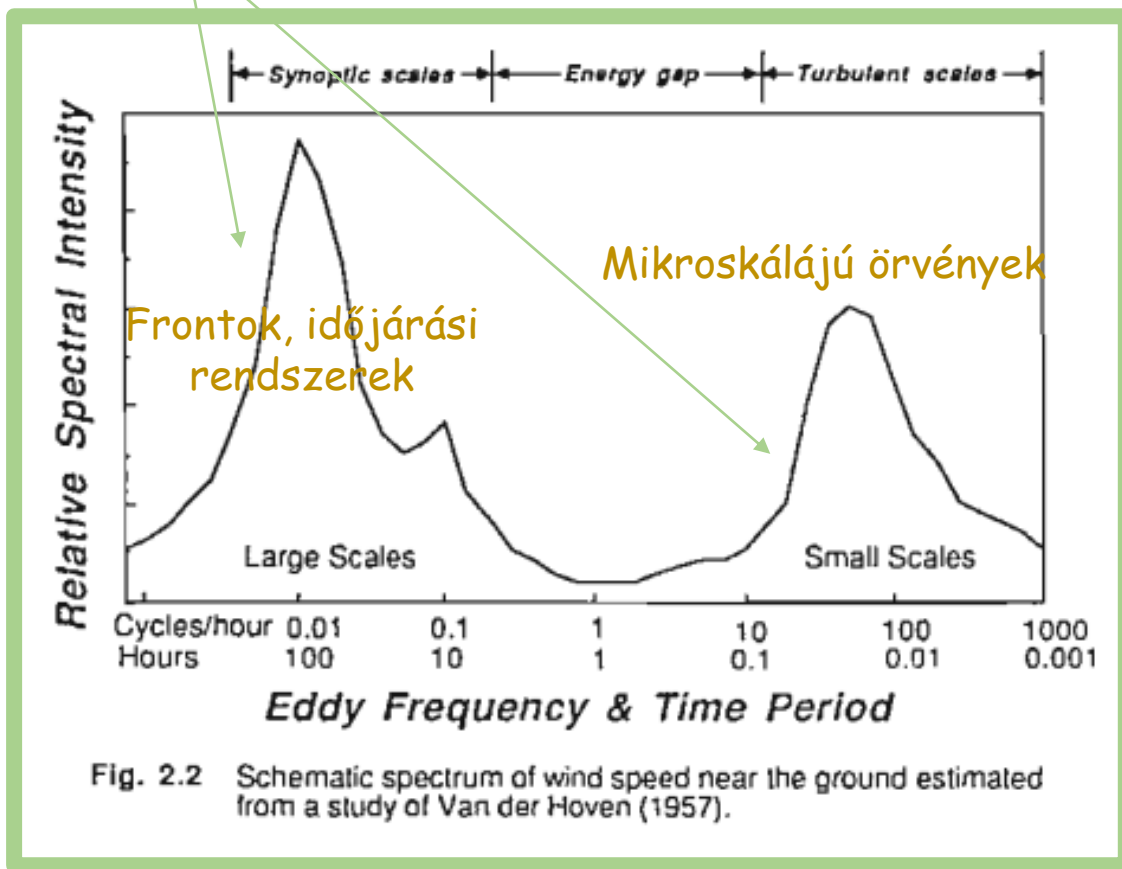
energia spektrum

- A nagyobb méretű örvények felől a kisebb méretűek felé **energia transzportálódik**, végül molekuláris diffúzió révén **disszipálódik**
- Kb. 30 min – 1h periódusidő között: **spektrális hiány**. Az energiaátadás a makro- és mikroskála között nem hatékony.



Turbulencia analízise a skálák elkülönítése révén

Adott méretű örvény kinetikus energiája a teljes kinetikus energiához képest



- Pl. numerikus modellekben a modell felbontásának alsó határa
- De a mikroskálájú örvényeket is figyelembe kell venni (nagy energiát szállítanak)

Turbulencia

matematikai leírás

Az áramlást **átlagos és turbulens (fluktuációk) részre bontjuk** (a spektrális hiány miatt elkülöníthetők). 3D mozgás, változást okoz az állapotváltozókban is

$$\begin{aligned}U &= \bar{U} + u' \\V &= \bar{V} + v' \\W &= \bar{W} + w' \\ \theta &= \bar{\theta} + \theta' \\ q &= \bar{q} + q' \\ c &= \bar{c} + c'\end{aligned}$$

Átlagolási szabályok
Reynolds átlagolás

$$\begin{aligned}A &= \bar{A} + a' \\B &= \bar{B} + b' \\ \bar{a}' &= 0 \\ (\overline{\bar{B} a'}) &= 0 \\ (\overline{AB}) &= \bar{A}\bar{B} + \overline{a'b'}\end{aligned}$$

nemlineáris tag

(ugyanígy: $\overline{a'^2}$, $\overline{a'b'^2}$, $\overline{a'^2b'^2}$)

Variancia (turbulencia intenzitását adja meg)

$$\sigma_A^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} ((\bar{A} + a')_i - \overline{\bar{A} + a'})^2 = \overline{a'^2}$$

Kovariancia (két változó közötti kapcsolat fokát adja meg)

$$\text{cov}(A, B) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N-1} (A_i - \bar{A})(B_i - \bar{B}) = \overline{a'b'}$$

Példa: A mozgásegyenlet első tagjára

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -u \frac{\partial u}{\partial x} - v \frac{\partial u}{\partial y} - w \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + f v + F_{sx}$$

Bontsuk fel az egyenlet prognosztikus változóit átlagokra és fluktuációkra:

$$\frac{\partial(\bar{u}+u')}{\partial t} = -(\bar{u} + u') \frac{\partial(\bar{u}+u')}{\partial x} - (\bar{v} + v') \frac{\partial(\bar{u}+u')}{\partial y} - (\bar{w} + w') \frac{\partial(\bar{u}+u')}{\partial z} - \frac{1}{(\bar{\rho}+\rho')} \frac{\partial(\bar{p}+p')}{\partial x} + f(\bar{v} + v') + F_{sx}$$

Átlagoljuk le az egyenletet!

Fejtsük ki az egyenlet jobb oldalának első tagját!

$$-(\bar{u} + u') \frac{\partial(\bar{u} + u')}{\partial x} = -\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \cancel{\bar{u}} \frac{\partial u'}{\partial x} - \cancel{u'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - u' \frac{\partial u'}{\partial x}$$

$$\begin{aligned} A &= \bar{A} + a' \\ B &= \bar{B} + b' \\ \bar{a}' &= 0 \\ (\overline{\bar{B} a'}) &= 0 \\ (\overline{AB}) &= \bar{A}\bar{B} + \overline{a'b'} \end{aligned}$$

$$\overline{\frac{\partial(\bar{u}+u')}{\partial t}} = -(\bar{u} + u') \overline{\frac{\partial(\bar{u}+u')}{\partial x}} - (\bar{v} + v') \overline{\frac{\partial(\bar{u}+u')}{\partial y}} - (\bar{w} + w') \overline{\frac{\partial(\bar{u}+u')}{\partial z}} - \frac{1}{(\bar{\rho}+\rho')} \overline{\frac{\partial(\bar{p}+p')}{\partial x}} + f(\bar{v} + v') + F_{sx}$$

A mozgásegyenlet első tagja tehát a Reynolds átlagolás után:

Kihasználva, hogy: $\rho' \ll \bar{\rho}$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = -\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \underbrace{u' \frac{\partial u'}{\partial x} + v' \frac{\partial u'}{\partial y} + w' \frac{\partial u'}{\partial z}}_{\text{Új tagok az egyenletben}} - \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + f\bar{v} + F_{sx}$$

Új tagok az egyenletben

Írjuk át az új tagokat fluxusalakban, a perturbációkra vonatkozó kontinuitási egyenlet

segítségével: $\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} = 0$

$$u' \frac{\partial u'}{\partial x} + v' \frac{\partial u'}{\partial y} + w' \frac{\partial u'}{\partial z} = \frac{\partial(u'u')}{\partial x} + \frac{\partial(u'v')}{\partial y} + \frac{\partial(u'w')}{\partial z} - \underbrace{u' \left(\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} \right)}_{=0}$$

- A mozgásegyenlet első tagjának végső formája tehát:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = -\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \frac{\partial \overline{(u'u')}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{(u'v')}}{\partial y} - \frac{\partial \overline{(u'w')}}{\partial z} - \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + f\bar{v} + F_{sx}$$

Hogy néz ki a teljes egyenletrendszer?

Turbulencia

A kormányzó egyenletek turbulens közegben

$$\frac{d\bar{u}}{dt} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + f\bar{v} - l\bar{w} - \frac{1}{\bar{\rho}} \left[\frac{\partial(\bar{\rho}\overline{u'u'})}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{\rho}\overline{u'v'})}{\partial y} + \frac{\partial(\bar{\rho}\overline{u'w'})}{\partial z} \right] + F_{sx}$$

$$\frac{d\bar{v}}{dt} = \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} - f\bar{u} - \frac{1}{\bar{\rho}} \left[\frac{\partial(\bar{\rho}\overline{v'u'})}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{\rho}\overline{v'v'})}{\partial y} + \frac{\partial(\bar{\rho}\overline{v'w'})}{\partial z} \right] + F_{sy}$$

$$\frac{d\bar{w}}{dt} = \frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} - g + l\bar{u} - \frac{1}{\bar{\rho}} \left[\frac{\partial(\bar{\rho}\overline{w'u'})}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{\rho}\overline{w'v'})}{\partial y} + \frac{\partial(\bar{\rho}\overline{w'w'})}{\partial z} \right] + F_{sz}$$

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} = - \left[\frac{\partial \bar{\rho} \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\rho} \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\rho} \bar{w}}{\partial z} \right] = - \left[\frac{\partial \bar{\rho} \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\rho} \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\rho} \bar{w}}{\partial z} \right]$$

$$\frac{d\bar{\theta}}{dt} = \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \left[\frac{\partial(\bar{\rho}\overline{\theta'u'})}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{\rho}\overline{\theta'v'})}{\partial y} + \frac{\partial(\bar{\rho}\overline{\theta'w'})}{\partial z} \right] + \frac{\bar{\theta}}{\bar{T}} \left[-\bar{F} + \bar{D}_T + \frac{1}{\bar{c}_{pm}} \bar{Q}_R \right]$$

$$\frac{d\bar{q}}{dt} = \frac{\partial \bar{q}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{q}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{q}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{q}}{\partial z} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \left[\frac{\partial(\bar{\rho}\overline{q'u'})}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{\rho}\overline{q'v'})}{\partial y} + \frac{\partial(\bar{\rho}\overline{q'w'})}{\partial z} \right] + \frac{1}{\bar{\rho}} \bar{S}_w + \frac{1}{\bar{\rho}} \bar{S}_i$$

$$\bar{\rho} \bar{\alpha} = \bar{R} \bar{T}$$

Turbulencia

A kormányzó egyenletek turbulens közegben

$$\frac{d\bar{u}}{dt} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + f\bar{v} - l\bar{w} - \frac{1}{\bar{\rho}} \left[\frac{\partial(\bar{\rho}\overline{u'u'})}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{\rho}\overline{u'v'})}{\partial y} + \frac{\partial(\bar{\rho}\overline{u'w'})}{\partial z} \right] + F_{sx}$$

Lezárási probléma:

A turbulens fluxusok új ismeretlenek a HTER-ben, mellyel az ismeretlenek száma meghaladja az egyenletek számát. Az ismeretlenek megoldásához újabb prognosztikus egyenleteket kell bevezetni, de ezzel új ismeretlenek keletkeznek → a turbulencia teljes statisztikai leírásához végtelen számú egyenlet kell, véges számú egyenletek esetén a turbulencia lezáratlan → lezárási probléma. Az egyenleteket le kell zárni

$$\frac{d\bar{q}}{dt} = \frac{\partial \bar{q}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{q}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{q}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{q}}{\partial z} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \left[\frac{\partial(\bar{\rho}\overline{q'u'})}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{\rho}\overline{q'v'})}{\partial y} + \frac{\partial(\bar{\rho}\overline{q'w'})}{\partial z} \right] + \frac{1}{\bar{\rho}} \bar{S}_w + \frac{1}{\bar{\rho}} \bar{S}_i$$

$$\bar{p}\bar{\alpha} = \bar{R}\bar{T}$$

Turbulencia

A turbulencia lezárása 1.

- **Módszer:** véges számú egyenleteket használunk, a **fennmaradó ismeretleneket** pedig **diagnosztikus összefüggések felírásával közelítjük**
- **Lezárás foka:** a legmagasabb rendű prognosztikus egyenlet amelyet még megtartunk

Elsőrendű lezárás

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} = \dots - \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j}$$

Másodrendű lezárás

$$\frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j} = \dots - \frac{\partial \overline{u'_i u'_j u'_k}}{\partial x_j}$$

diagnosztikus összefüggés

- *1,5-es rendű lezárás:* prognosztikai egyenlet a turbulens kinetikus energiára, a többi másodrendű momentumot parametrizáljuk

Turbulencia

A turbulencia lezárása 2.

- 1,5-es rendű lezárás: **prognosztikai egyenlet a turbulens kinetikus energiára**, a többi másodrendű momentumot parametrizáljuk

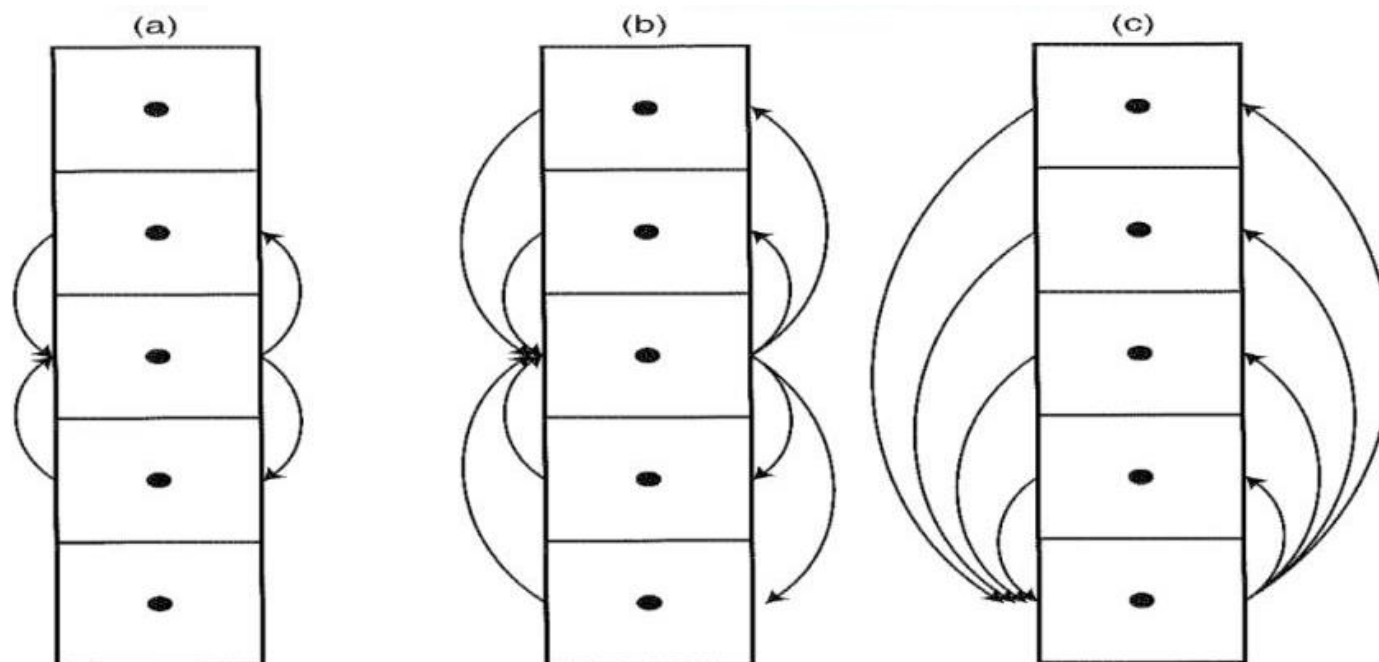
$$\text{TKE: } b^2 = \frac{1}{2} [\overline{u'u'} + \overline{v'v'} + \overline{w'w'}]$$

$$\frac{\partial b^2}{\partial t} = \underbrace{-\overline{u'w'}}_{\text{I.}} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \underbrace{\overline{v'w'}}_{\text{II.}} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} + \underbrace{\frac{g}{\Theta} \overline{w'\Theta'}}_{\text{III.}} - \frac{\partial}{\partial z} \left[\underbrace{\frac{\overline{w'(u'u' + v'v' + w'w')}}{2}}_{\text{IV.}} \right] - \frac{\partial}{\partial z} \left[\underbrace{\frac{p'w'}{\bar{\rho}}}_{\text{V.}} \right] - \varepsilon$$

- I. Szélnyírás vagy turbulens impulzus áram hatása
- II. Felhajtóerő hatása
- III. TKE turbulens transzportja (harmadrendű momentumok)
- IV. Nyomási fluktuációk hatása
- V. TKE disszipációja

Turbulencia

Lokális és nemlokális lezárás



Lokális lezárás: valamely rácspontban az ismeretlen mennyiséget ugyanabban a rácspontban ismert változók, valamint azok deriváltjai segítségével fejezzük ki

Nemlokális lezárás: valamely rácspontban az ismeretlen mennyiséget vertikális értelemben jóval távolabbi rácsponti változók felhasználásával fejezzük ki.

Turbulencia

Példa elsőrendű, lokális lezárásra [K-elmélet]

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} = \dots - \frac{\partial \overline{u'_j u'_i}}{\partial x_j}$$

Legyen ξ valamely változó. Ekkor az $\overline{u'_j \xi'}$ egy lehetséges közelítése:

K-elmélet
analógia: molekuláris diffúzió

$$\overline{u'_j \xi'} = -K \frac{\partial \bar{\xi}}{\partial x_j}$$

$$[K] = \text{m}^2 \text{s}^{-1}$$

Turbulens tagok a HTER-ben:

$$\overline{u'w'} = -K_M \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \quad \overline{v'w'} = -K_M \frac{\partial \bar{v}}{\partial z}$$

$$\overline{\theta'w'} = -K_H \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \quad \overline{q'w'} = -K_H \frac{\partial \bar{q}}{\partial z}$$

$$(K_H = 1,35 K_M)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \rightarrow$$

$$\frac{\partial \overline{\xi'w'}}{\partial z} \approx \frac{\partial}{\partial z} \left(-K \frac{\partial \bar{\xi}}{\partial z} \right) \approx -K \frac{\partial^2 \bar{\xi}}{\partial z^2}$$

$$\frac{\partial K}{\partial z} = \text{const}$$

Turbulencia

Példa elsőrendű, lokális lezárásra [K-elmélet]

A K jellemzői:

- **neve:** örvényes viszkozitás, örvényes diffuzivitás, turbulens átviteli együttható, ...
- Nagyobb méretű örvények jelenlétében nem működik → stabil esetben működik
- K-t az áramlás függvényében parametrizálni kell (stabilitás mértékétől függ)

$$K = \left| \frac{\partial U}{\partial z} \right| l^2 f(R_i)$$

$$\text{Richardson szám} = \frac{\text{felhajtóerő keltette TKE}}{\text{mechanikai úton keletkező TKE}}$$

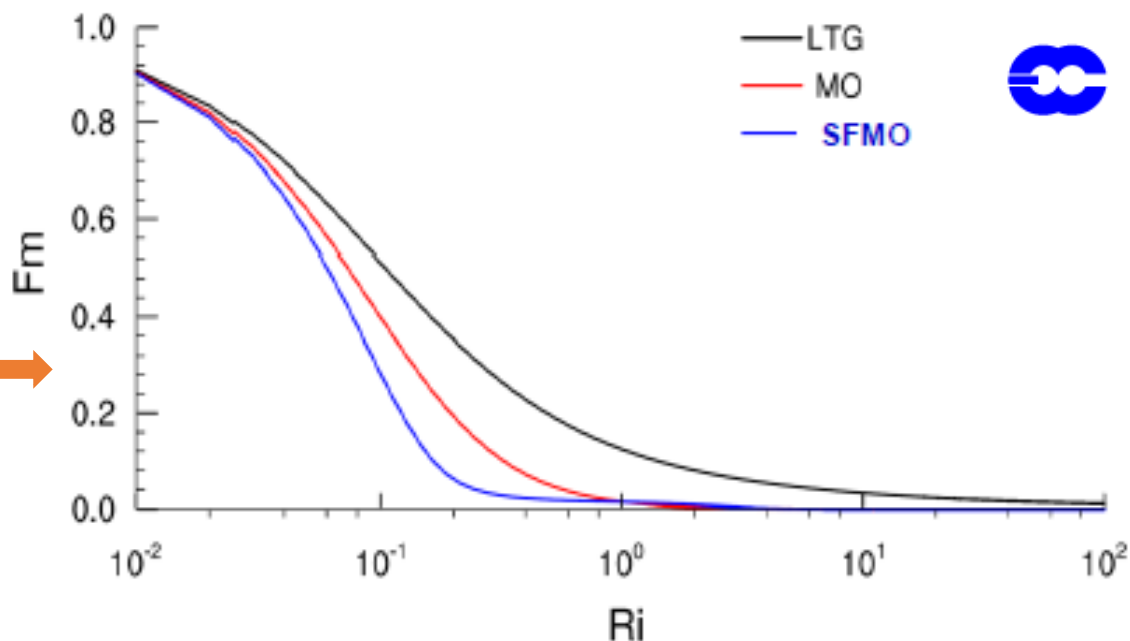
Turbulencia

Példa elsőrendű lezárásra [K-elmélet]

A K jellemzői:

- **neve:** örvényes viszkozitás, örvényes diffuzivitás, turbulens átviteli együttható, ...
- Nagyobb méretű örvények jelenlétében nem működik → stabil esetben működik
- K-t az áramlás függvényé

$$K = \left| \frac{\partial U}{\partial z} \right| l^2 f(R_i)$$



A planetáris határreteg magassága *parametrizálása*

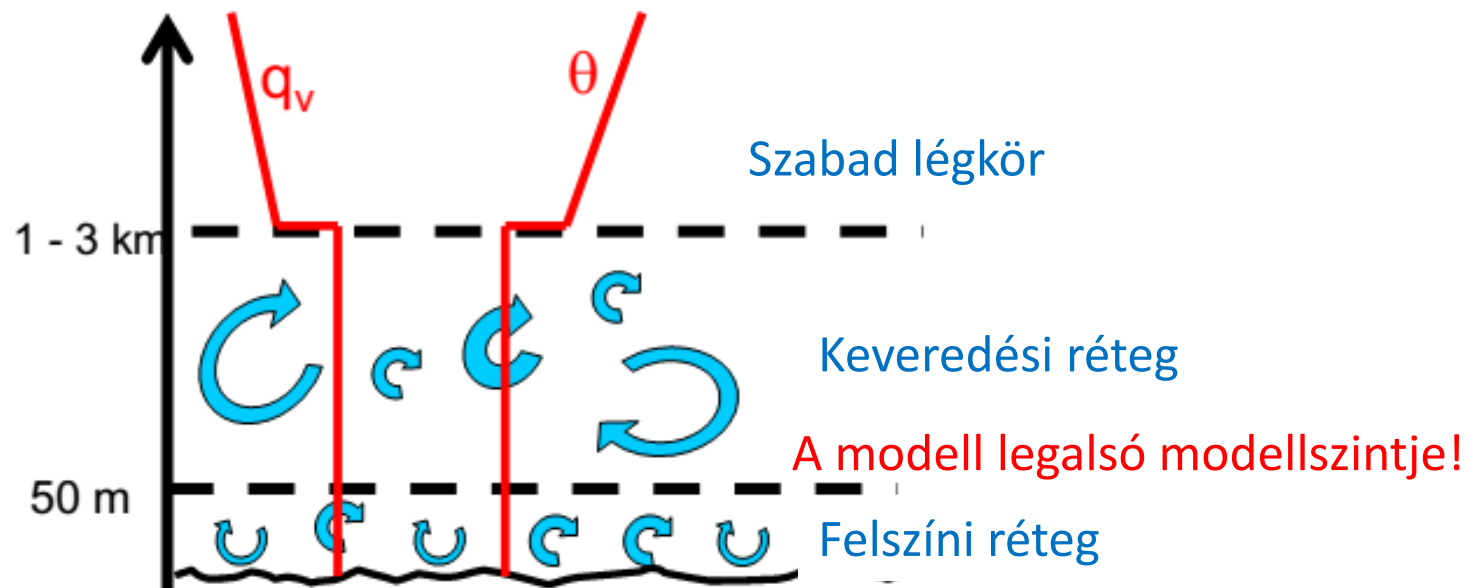
Richardson szám alapján (pl. az ALADIN-Climate modellben):

$$R_i = \frac{g}{\theta_v} \frac{\Delta \overline{\theta}_v \Delta z}{(\Delta \overline{u})^2 + (\Delta \overline{v})^2} \cong R_{\text{crit}} [0,25 - 0,5]$$

A modellben a Ri számot kiszámítjuk az egyes modellszintek és a felszín között. Ha a j és a (j-1) szintre teljesül, hogy

$R_i(j) < R_{\text{crit}}$ és $R_i(j-1) > R_{\text{crit}} \rightarrow$ A két modellszint magasságának lineáris interpolációjával megkapjuk a határreteg magasságát.

A keveredési rétegről most áttérünk a felszíni rétegre



Felszíni réteg (Prandtl réteg):

- a planetáris határréteg legalsó része (kb. az alsó 10%-a)
- a turbulencia inkább mechanikai mint termikus úton keletkezik és fogy (surlódás révén)
- a turbulens fluxusok állandóak

A vertikális gradiensek meghatározása

Monin-Obukhov féle hasonlósági elmélet neutrális esetben

- A felszíni rétegben (**konstans fluxus réteg**) kis örvények szállítanak. Mechanizmus: súrlódás keltette mechanikai turbulencia főként
- **Valamely változó (u , θ , q) vertikális gradiense kifejezhető felszín feletti magasság és a felszíni fluxusok ismeretében**
- Neutrális esetben a szél közel logaritmikusan változik a magassággal

$$\frac{d\bar{u}}{dz} = \frac{u_*}{kz}$$

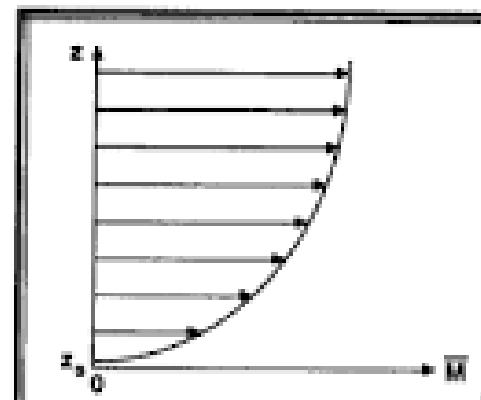
u_* : surlódási sebesség

$$u_* = \sqrt{\overline{u'w'_s}^2 + \overline{v'w'_s}^2}$$

$$\bar{u}(z) = \left(\frac{u_*}{k}\right) \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) \quad z_0: \text{érdességi hossz paraméter.}$$



Ez alapján megadható pl. a 10 m-es szélesebesség (hasonlóan megadható a hőmérsékleti profil is, amiből számítható pl. a 2 m-es hőmérséklet)



A vertikális gradiensek meghatározása

Monin-Obukhov-féle hasonlósági elmélet általános alakja

- Cél: a neutrális esetre meghatározott összefüggéseket kiterjesztjük, figyelembe véve a rétegződést (stabilitást)
- Monin-Obukhov: a felszíni rétegben a turbulencia által szállított mennyiség (u , θ , q) vertikális gradiense a felszíni momentum fluxustól, a felhajtóerőtől és z magasságtól függ

$\zeta = z/L$ stabilitási paraméter (dimenziótlan), ahol

$$L = - \frac{u_*^3}{k \frac{g}{T \rho c_p} H}$$

Monin-Obukhov hossz
 $L > 0$: stabil rétegződés
 $L < 0$: instabil rétegződés

$$\frac{d\bar{u}}{dz} = \frac{u_*}{kz} \Phi_m(\zeta)$$

$$\frac{d\bar{\theta}}{dz} = \frac{\theta_*}{kz} \Phi_H(\zeta)$$

$\Phi(\zeta)$: stabilitási függvény

A vertikális gradiensek meghatározása

Monin-Obukhov-féle hasonlósági elmélet általános alakja

- Cél: a neutrális esetre meghatározott képletek figyelembe véve a rétegződést (stabilitás)
- Monin-Obukhov: a felszíni rétegben a sebesség (u), hőmérséklet (θ), párhuzamos hőfluxus (q) vertikális gradiense a felszínhez viszonyított magasságtól függ

$\zeta = z/L$ stabilitási paraméter (dimenzió nélküli)

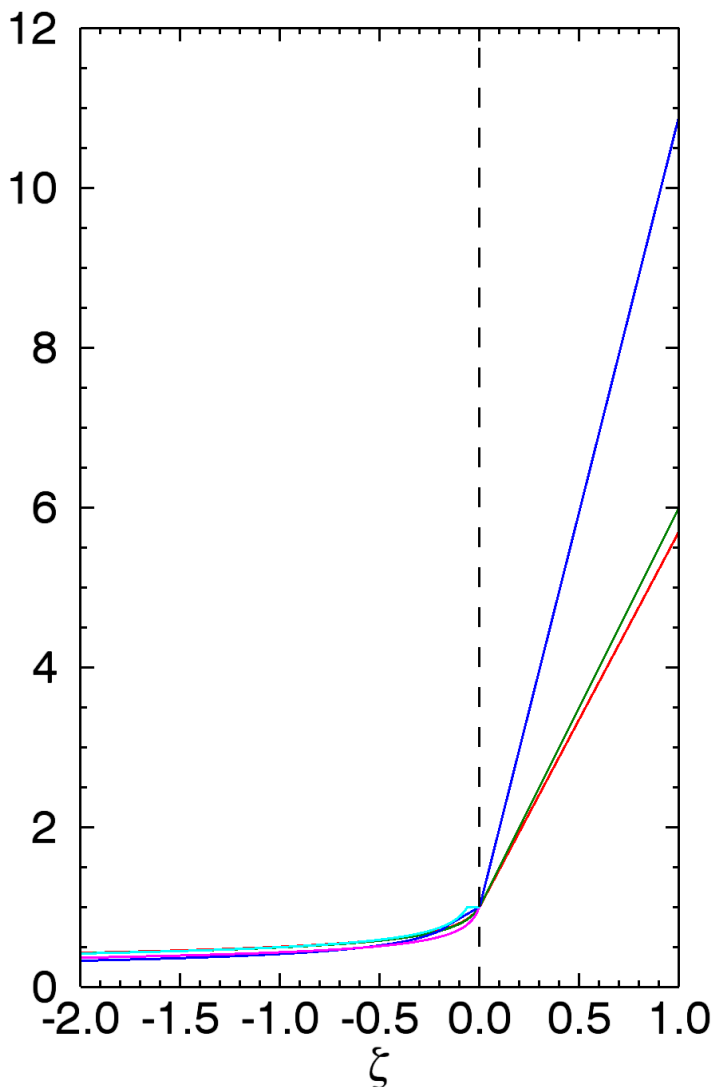
$$L = -\frac{u_*^3}{k \frac{g}{T} \rho c_p H}$$

Monin-Obukhov hossz L
 $L > 0$: stabil rétegződés
 $L < 0$: instabil rétegződés

$$\frac{d\bar{u}}{dz} = \frac{u_*}{kz} \Phi_m(\zeta)$$

$$\frac{d\bar{\theta}}{dz} = \frac{\theta_*}{kz} \Phi_H(\zeta)$$

$\Phi(\zeta)$: stabilitási függvény



stabilitási függvény
 z=0-től és

Felszín-légkör kölcsonhatás



Felszín-légkör kölcsönhatás

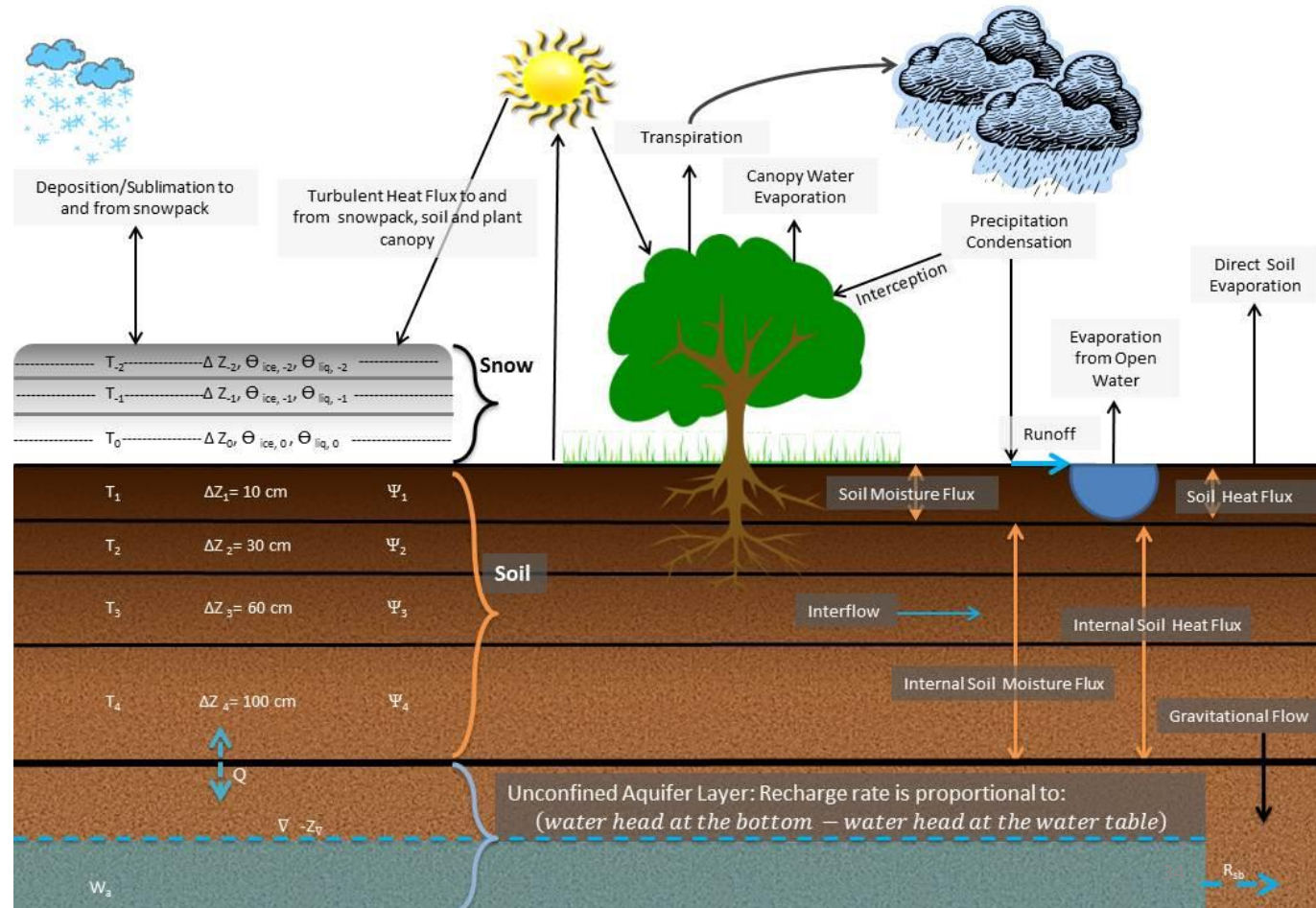
Felszíni modell feladatai

- a felszín és a légkör, valamint a felszín és a talaj közötti fizikai folyamatok leírása (az óceán és jégfelszín folyamataiért nem felelős)
- lezárja a felszíni energia- és vízegyenleget
- alsó határfeltételeket biztosít az időjárás előrejelző és klímamodelleknek

Felszín-légkör kölcsönhatás

Felszíni modell feladatai 1.

a felszín és a légkör, valamint a felszín és a talaj közötti fizikai folyamatok leírása



Felszín-légkör kölcsönhatás

Felszíni modell feladatai 2.

Alsó határfeltételeket biztosít az időjárás előrejelző és klímamodelleknek

- Szenzibilis hőáram
- Látens hőáram
- Felfelé irányuló hosszuhullámú sugárzás (T_{skin} , emisszivitás)
- Felfelé irányuló rövidhullámú sugárzás (albedo)
- Momentum-transzport

Cserébe a légköri modell felső kényszereket biztosít a felszíni modell számára

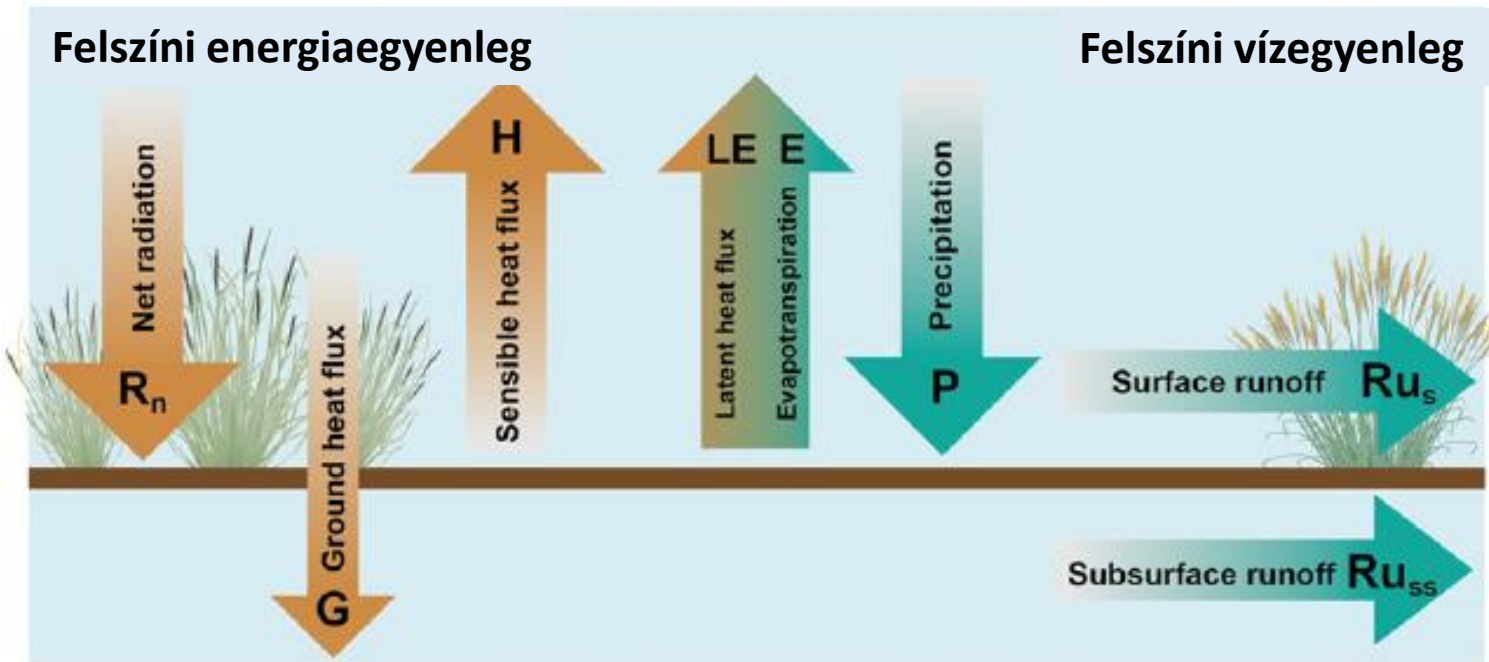
- $SW\downarrow$, $LW\downarrow$, T , p , q , u , v , P

Kétirányú kapcsolat a légköri modell és a felszíni modell között

Felszín-légkör kölcsönhatás

Felszíni modell feladatai 3.

lezárja a felszíni energia- és vízegyenleget



$$R_n = H + LE + G$$

$$R_n = SW_{net} + LW_{net}$$

$$R_n = (1 - \alpha)R_g + (R_a - \epsilon\sigma T_s^4)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = P - ET - RO - D$$

Θ : térfogati

talajnedvességtartalom

P: csapadék

ET: evapotranszspiráció

RO: felszíni lefolyás

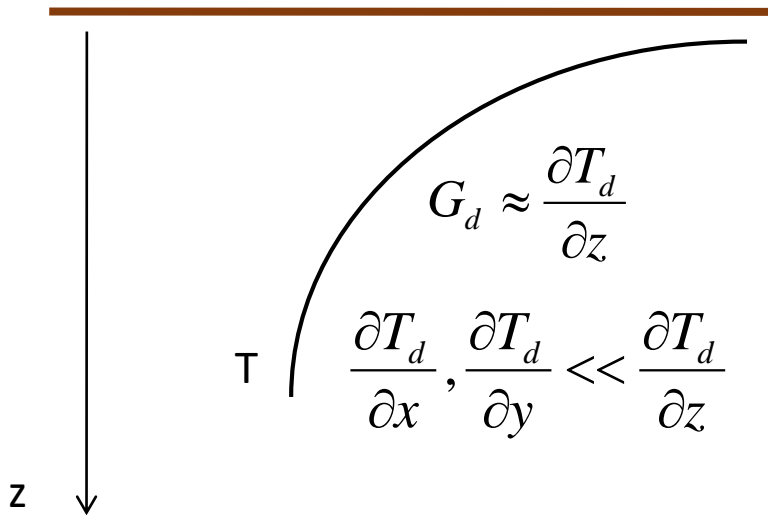
D: felszíni beszivárgás

Felszín-légkör kölcsönhatás

Transzport-folyamatok a felszínről a mélyebb rétegek felé. Hő terjedése a talajban

Vertikális hőtranszport a talajban

- Jellemzően kondukción keresztül (molekuláris diffúzió)
- Gradiens lefele irányul (negatív előjel)



A hővezetés egyenlete (Fourier-törvény)

$$G_d = -\lambda_d \frac{\partial T_d}{\partial z}$$

λ_d : Hővezető képesség [$\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$]: függ a talaj összetételétől (talajnedvesség, talajtípus, porozitás)

A hővezetés differenciálegyenlete

$$-\frac{\partial G_d}{\partial z} = C_d \frac{\partial T_d}{\partial t}$$

C_d : hőkapacitás [$\text{Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$]: függ a talaj összetételétől



$$\frac{\partial T_d}{\partial t} = \frac{\lambda_d}{C_d} \frac{\partial^2 T_d}{\partial z^2} = K_d \frac{\partial^2 T_d}{\partial z^2}$$

K_d : hőmérséklet-vezetőképesség [m^2s^{-1}]

Felszín-légkör kölcsönhatás

A Hővezetés parametrizálása a force-restore módszerrel

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} = C_T G - \frac{2\pi}{\tau} (T_s - T_2)$$

„force” „restore”

τ : relaxációs idő (1 nap)

T_2 : átlagos talajhőmérséklet

$$\frac{\partial T_2}{\partial t} = \frac{1}{\tau} (T_s - T_2)$$

$$G = R_n - H - LE$$

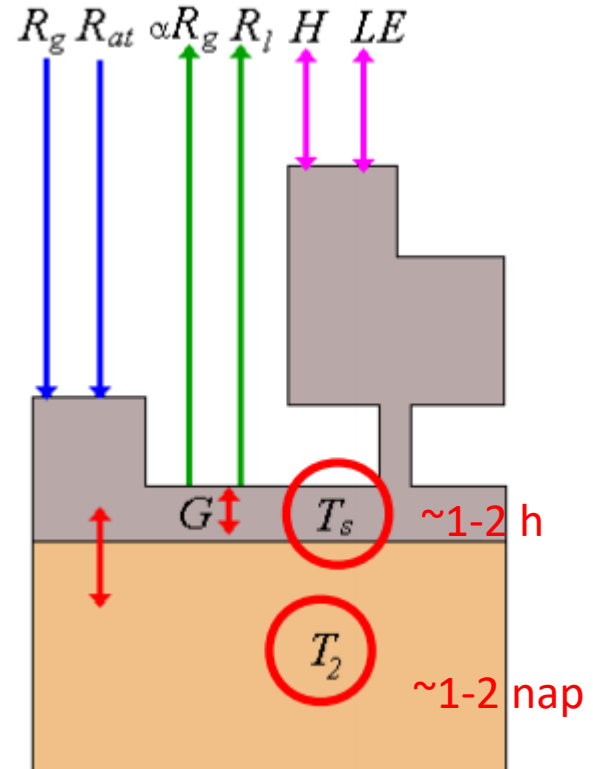
$$C_T = \frac{1}{\left(\frac{1 - veg}{C_G} + \frac{veg}{C_V}\right)}$$

Inercia-együttható

$$C_G = 2 \left(\frac{\pi}{\lambda c_g \tau} \right)^{1/2} \quad C_V = 10^{-3} K m^2 J^{-1}$$



függ a talaj fizikai tulajdonságaitól



Felszín-légkör kölcsönhatás

Transzport-folyamatok a felszínről a mélyebb rétegek felé. Víz terjedése a talajban

Talajnedvesség kifejezhető:

- **talajnedvesség-tartalom (Θ):** aktuális víztartalom a talaj teljes térfogatához viszonyítva. Vízmérleg vizsgálatokhoz használjuk.
- **Talajnedvességpotenciál (ψ):** a vízkivételhez szükséges energia [mértékegység: Pa, m vízoszlop magasság]. Vízmozgás vizsgálatokhoz illetve a növények számára rendelkezésre álló vízmennyiség meghatározásához használjuk.

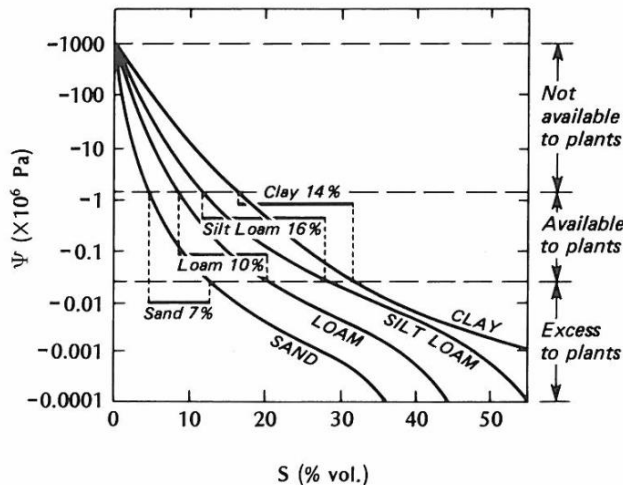


Figure 2.7 Relationship between soil moisture potential (Ψ) and soil moisture content (S) in soils with different textures. Heavy horizontal bars show the volumetric water available to plants (modified after Buckman and Brady, 1960).

$$f_w = f_{wk} + f_{wg} \quad \text{Kapilláris + gravitációs erő}$$

$$f_{wk} = -K_f \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad \text{Darcy törvénye}$$

f_w : talajnedvesség vertikális árama (m/s)

K_f : talaj vízvezető képessége (m/s). Telítetlen

állapotban függ a talajnedvességtartalomtól,

talajnedvességpotenciáltól és a talaj tulajdonságaitól.

Értéke nagy, ha a talaj nedves és porózus

Felszín-légkör kölcsönhatás

Transzport-folyamatok a felszínről a mélyebb rétegek felé. Víz terjedése a talajban

$$f_w = f_{wk} + f_{wg} \quad \text{Kapilláris + gravitációs erő}$$

$$f_{wk} = -K_f \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad \text{Darcy törvénye}$$

A talajvízmozgás differenciálegyenlete

$$-\frac{\partial f_w}{\partial z} = \rho_w \frac{\partial \theta}{\partial t}$$



$$\rho_w \frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z} \left[-K \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} + K \right] = \frac{\partial}{\partial z} \left[D_w \frac{\partial \theta}{\partial z} \right] - \frac{\partial K}{\partial z}$$

$$D_w = \frac{K}{\frac{\partial \theta}{\partial \psi}} = \frac{K}{C}$$

C: talaj specifikus vízkapacitása

D_w : talajvíz diffúziós együtthatója (felületi feszültséggel kapcsolatos)

Felszín-légkör kölcsönhatás

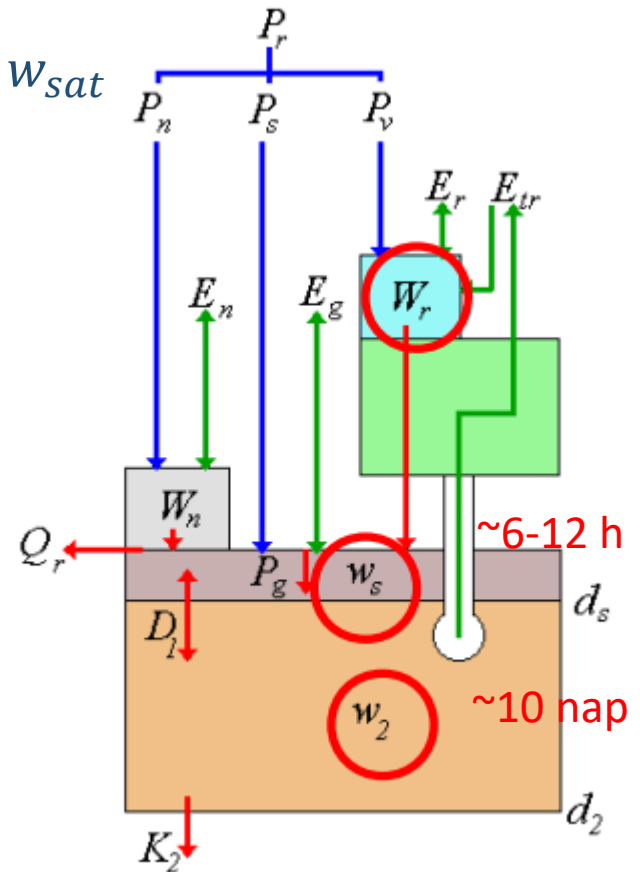
A vízvezetés parametrizálása a force-restore módszerrel

$$\frac{\partial w_g}{\partial t} = \underbrace{\frac{C_1}{\rho_w d_1} (P_g - E_g)}_{\text{„force”}} - \underbrace{\frac{C_2}{\tau} (w_g - w_{geq})}_{\text{„restore”}} \quad 0 \leq w_g \leq w_{sat}$$

$$\frac{\partial w_2}{\partial t} = \frac{1}{\rho_w d_2} (P_g - E_g - E_{tr}) \quad 0 \leq w_2 \leq w_{sat}$$

P_g : felszínre elérő csapadék
 E_g : felszíni párolgás
 E_{tr} : transzspiráció

d_1 : 10 cm
 d_2 : talaj mélysége
 w_{geq} : egyensúlyi felszíni talajnedvességtartalom (azaz $F_g = F_k$)



Felszín-légkör kölcsönhatás

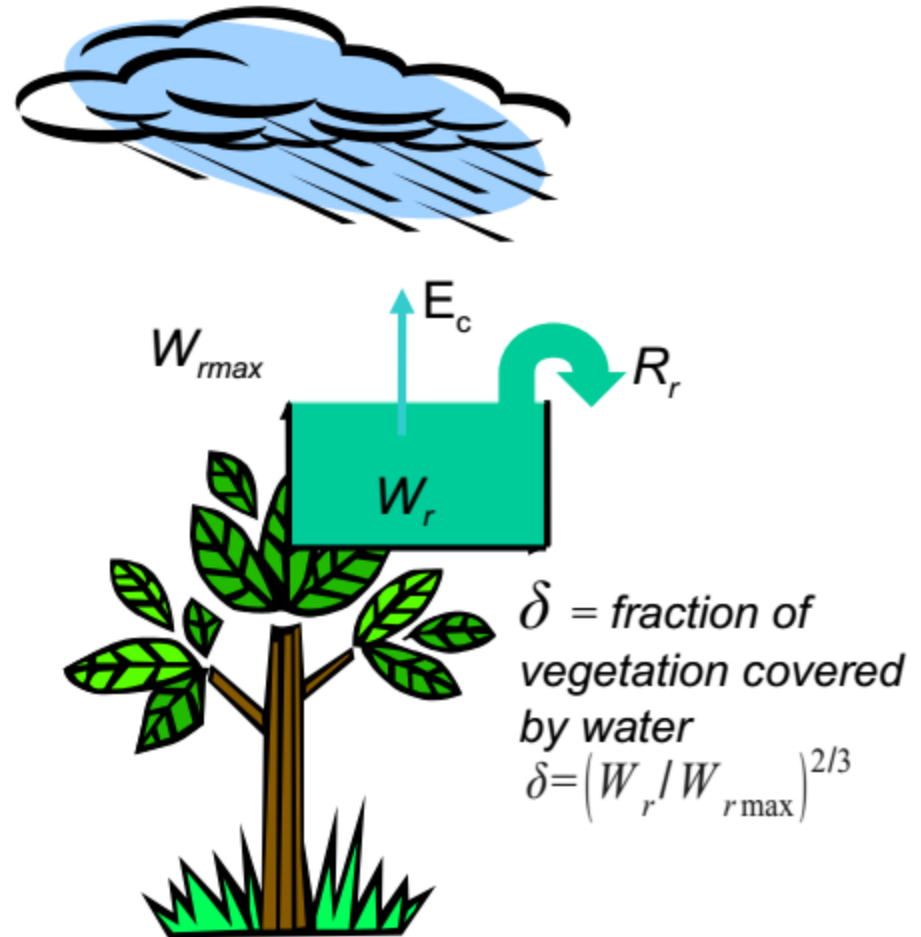
Az infiltráció parametrizálása

$$\frac{\partial W_r}{\partial t} = \text{veg}P - (E_v - E_{tr}) - R_r$$

\downarrow \swarrow \downarrow
 Növény felszínén tározott víz Növényre hulló csapadék lefolyás

$$R_r = \max\left(0, \frac{W_r - W_{rmax}}{\Delta t}\right)$$

$$W_{rmax} = 0,2\text{veg}LAI \text{ [mm]}$$



Felszín-légkör kölcsönhatás

A SURFEX felszíni modell



$\Delta x=10\text{km}$

Rendkívül heterogén földfelszín

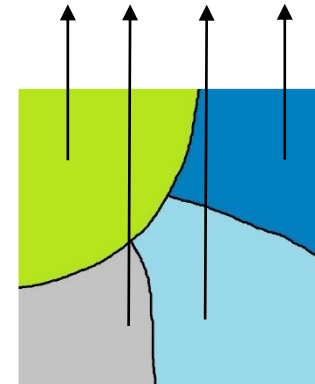


Eltérő fizikai folyamatok a növényzetre, tóra, városra (egy rácscellába több felszíntípus eshet)



Megoldás: „tiling” módszer

$$F = F_{f_1} + F_{f_2} + F_{f_3} + F_{f_4}$$



Fluxusok számítása külön-külön az egyes felszíntípusokra, majd átlagolásuk területarányosan

Felszín-légkör kölcsönhatás

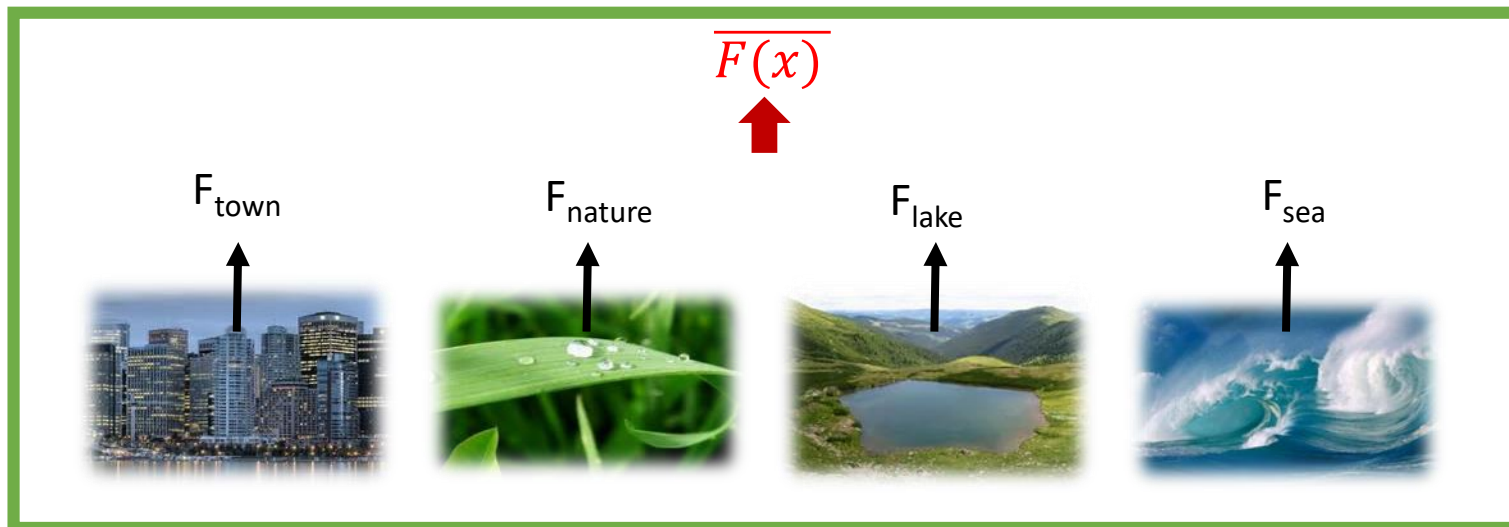
A SURFEX felszíni modell működése

ALADIN legalsó modellszintje

Albedo
Emisszivitás
Felszínhőmérséklet
Momentum fluxus
Szenzibilis hőfluxus
Látens hőfluxus
CO₂ fluxus
Kémiai anyagok fluxusa



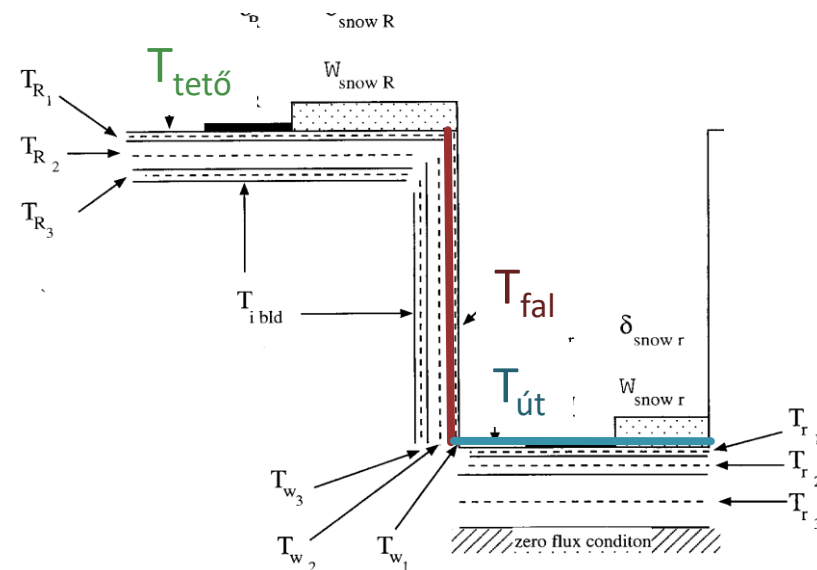
Légköri kényszerek (T, p, u, v, q, P)
Nap helyzete
Lefelé irányuló sugárzási fluxus



A SURFEX felszíni modell

Városi séma (TEB)

- Városi felszín közelítése „utcakanyonokkal” – minden útirány lehetséges (Geometriai paraméterek: épületmagasság, tető/út, fal/út)
- Prognosztikus egyenlet a tetőre, falra, útra (energia- és nedvesség egyenleg)
- Felszín 3 részre osztott → hővezetés leírása
- Sugárzás:
 - Árnyékolás
 - Rövid hullámú sugárzás visszaverődése
 - Hosszúhullámú sugárzás csapdázódása
- Ipar, közlekedés hő- és nedvességkibocsátása
- Csapadék:
 - Áthatolhatatlan felszínek
 - De figyelembe veszi a víz elvezetését a csatornákba
- 1 rétegű hóséma
 - Albedo prognosztikus változó



A SURFEX felszíni modell

tenger felett – több lehetőség

- rövid távú célokra (néhány nap) → konstans SST
- Hosszabb modell futtatásokhoz, vagy ha tenger feletti határréteg és tengerfelszín között erős kapcsolat van (pl. hurrikánok idején) : 1-D óceáni modell
- Éghajlati modellszimulációkhoz: 3D óceáni modell kell – külön modell komponens

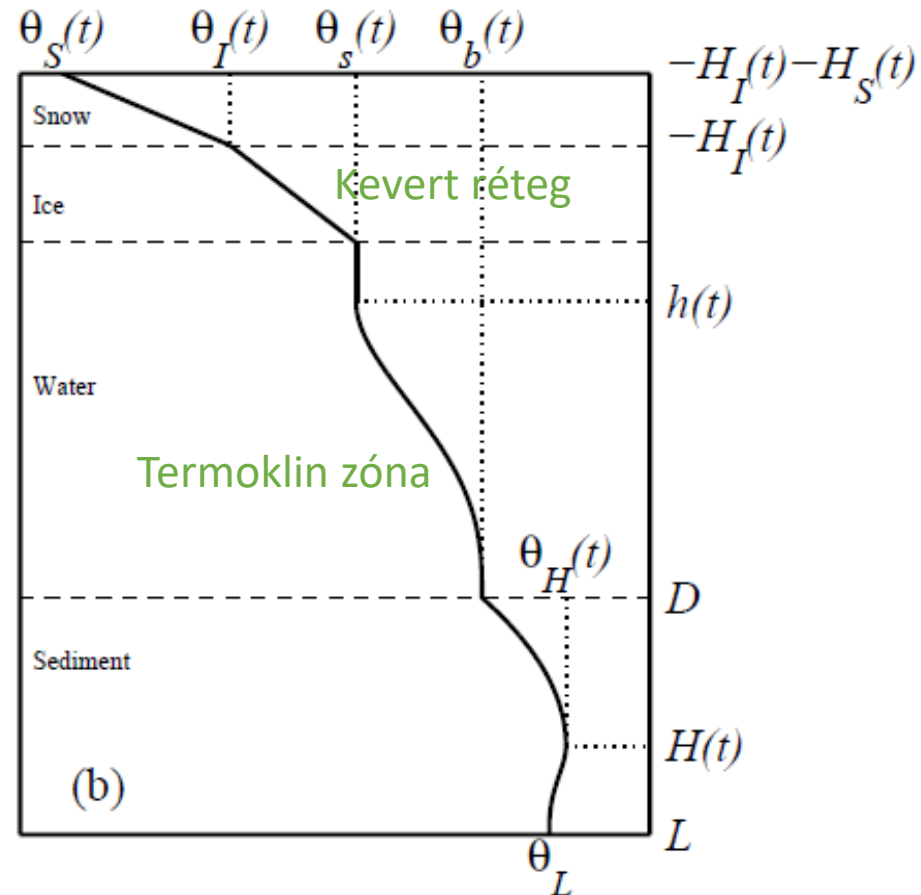
A SURFEX felszíni modell

Tó felett – több lehetőség

- Turbulens fluxusok parametrizációja konstanst felszíni hőmérséklet mellett

- 1-d tóséma : **FLAKE**

- Termoklin zóna: előre definiált hőmérséklet profil
- Hasonlóan: tó alatti aktív felszíni réteg illetve a hóra és jégre (opcionális)
- Kis tavak esetén fontos a felszínhőmérséklet napi menetének leírása
- Fontos külső paraméter: tómélység (max. 60 m – sekély tómodell)



Technikai megvalósítás a modellekben 1.

A dinamikai és parametrizációs számítások elkülönítve történnek a modellekben

1. A prognosztikus változók számítása – HTER megoldása (**dinamika**)
2. A parametrizálandó folyamatok prognosztikus változókra tett statisztikai hatásainak (tendenciák) számítása (**fizika**)

2-féle módszer:

- **Szekvenciális:** a folyamatokat fizikai megfontolások alapján rangsoroljuk, s a parametrizációs sémák megoldását sorban egymás után végezzük el, úgy hogy az egyes lépésekben felhasználjuk a korábbi számítások eredményeit
- **Parallel:** a parametrizálandó folyamatokat párhuzamosan számítjuk ki, majd eredményüket a parametrizációs ciklus végén összegezzük. A számítások nem teljesen függetlenek egymástól, bizonyos sémák felhasználják más sémák által számított mennyiségeket.

Technikai megvalósítás a modellekben 2.

A **parametrizációs sémák megoldása** a modellezésben nagy számításigényű (**költséges**) eljárás, ezért a különösen költséges sémák nem minden időlépésben és nem minden rácspontban kerülnek kiszámításra

Bizonyos folyamatok pontos meghatározásához az alkalmazott **integrálási időlépcső túl nagy** (pl. csapadékképződésben a csapadékelemek esése) → a megoldáshoz során **köztes időlépcsőket** vezetnek be

Parametrizációs csomagok: a modellekbe a fizikai parametrizációs sémák gondosan összeválogatott csoportja kerül beépítésre (szempontok: kitűzött feladat, hatékonyság)

Irodalom

Parametrizációról általában:

- Tiedtke, M., 1984: The general problem of parameterization. *ECMWF Parameterization Training, 2002*.
<https://www.ecmwf.int/sites/default/files/elibrary/2002/16929-general-problem-parameterization.pdf>

Turbulencia:

- Stull, R. B., 1988: *An introduction to boundary layer meteorology*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Felszín-légkör kölcsönhatás:

- Noilhan, J. and Mahfouf, J.-F., 1996: The ISBA land surface parameterization scheme. *Global and Planetary change*, **13**, 145–159.
<https://pdfs.semanticscholar.org/781f/db1a1b16f9c0d36dba203f0212728dc7e7cb.pdf>
- Masson, V., Le Moigne, P., Martin, E., Faroux, S., Alias, A., Alkama, R., Belamari, S., Barbu, A., Boone, A., Bouyssel, F., Brousseau, P., Brun, E., Calvet, J.-C., Carrer, D., Decharme, B., Delire, C., Donier, S., Essaouini, K., Gibelin, A.-L., Giordani, H., Habets, F., Jidane, M., Kerdraon, G., Kourzeneva, E., Lafaysse, M., Lafont, S., Lebeaupin Brossier, C., Lemonsu, A., Mahfouf, J.-F., Marguinaud, P., Mokhtari, M., Morin, S., Pigeon, G., Salgado, R., Seity, Y., Taillefer, F., Tanguy, G., Tulet, P., Vincendon, B., Vionnet, V., Voldoire, A., 2013: The SURFEXv7.2 land and ocean surface platform for coupled or offline simulation of earth surface variables and fluxes. *Geoscientific Model Development*, **6**, 929–960.
<https://www.geosci-model-dev.net/6/929/2013/gmd-6-929-2013.pdf>