

Parametrizációk

Allaga-Zsebeházi Gabriella
zsebehazi.g@met.hu

Numerikus előrejelzés 2021-2022/I. félév

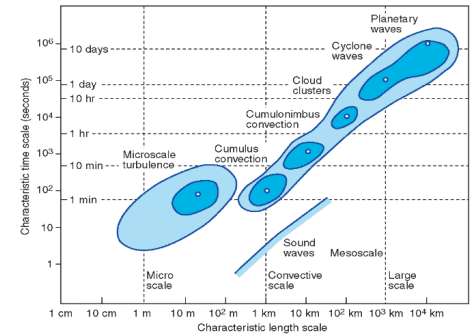
2021. 11. 17.

1

Bevezetés

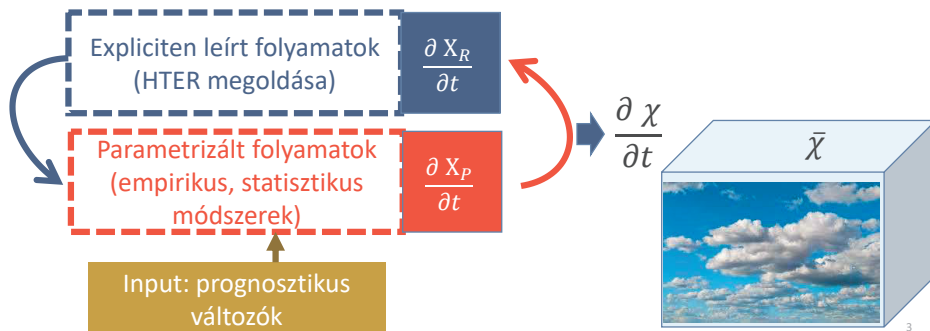
- A **hidro-termodinamikai egyenletrendszer (HTER)** a légköri mozgások teljes spektrumát leírja
- A **numerikus modellekben** nem tudunk minden folyamatot figyelembe venni → **közelítéseket** alkalmazunk (véges differencia séma, spektrális módszer)
- A diskretizált HTER megoldásával a ráctávolságnál 2-7x nagyobb skálájú folyamatokat tudjuk jól leírni (→ effektív felbontás)
- A parametrizációval a subgrid (ráctávolságnál kisebb skálájú) folyamatokat kezeljük

! A kis skálájú folyamatok hatását akkor sem hanyagolhatjuk el, ha az átlagokra vagyunk kíváncsiak



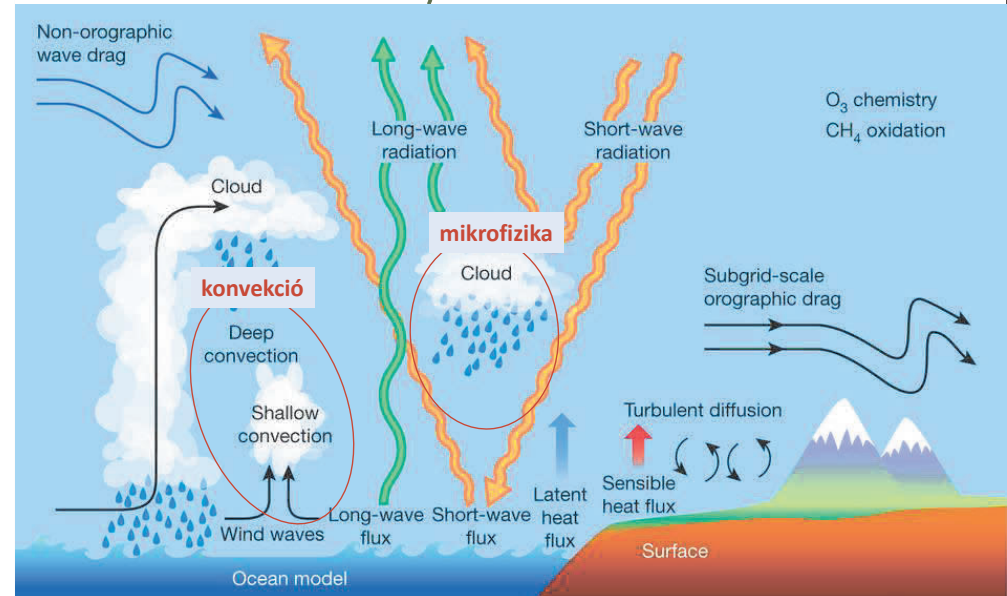
A parametrizáció lényege

- A ráctávolságnál kisebb skálájú folyamatoknak az átlagos áramlásra gyakorolt hatásukat írja le
- A parametrizálandó folyamatokat a HTER prognosztikus változóival és paraméterek segítségével fejezzük ki
- A parametrizálandó folyamatok általában függőleges irányba adják át az energiát → egy oszlopban történik a leírás, horizontálisan nincs kapcsolat



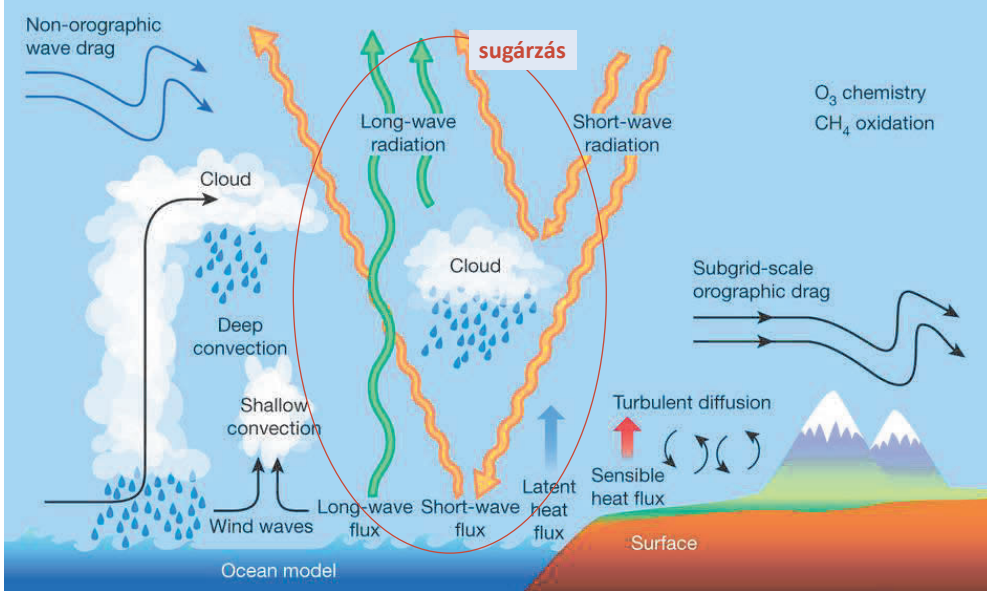
3

Parametrizálandó folyamatok

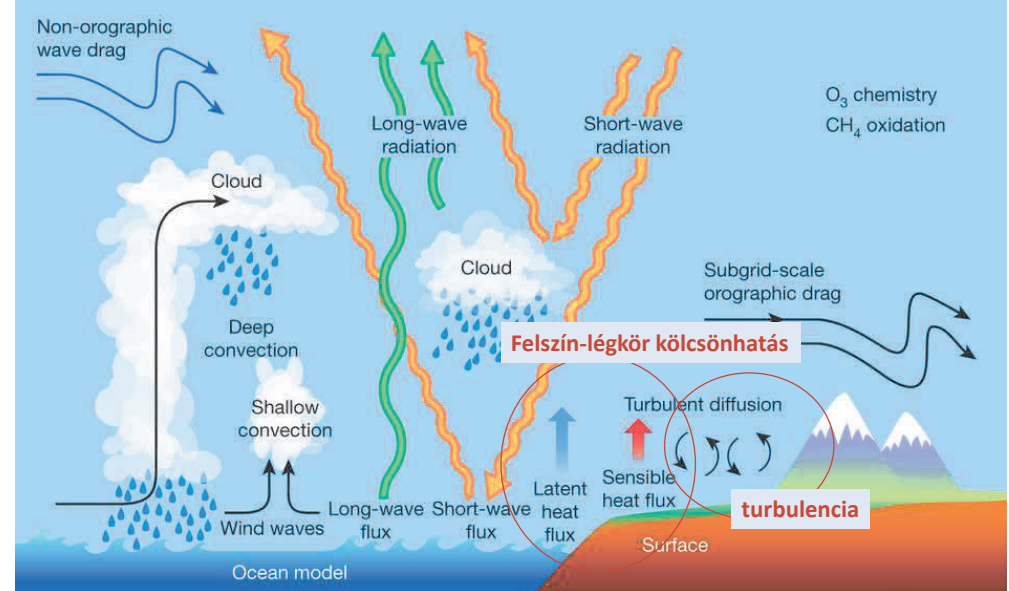


4

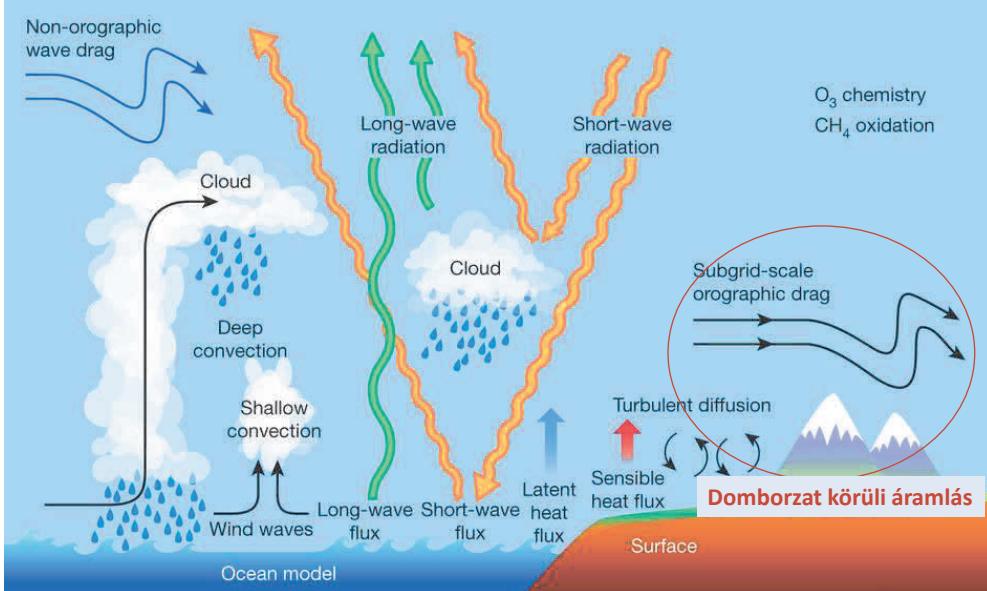
Parametrizálendő folyamatok



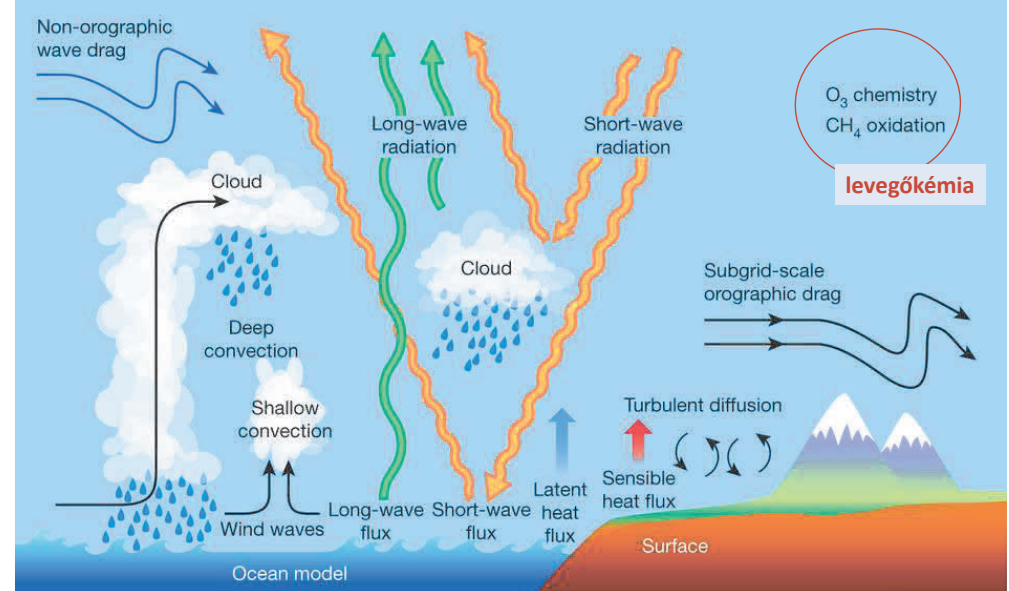
Parametrizálendő folyamatok



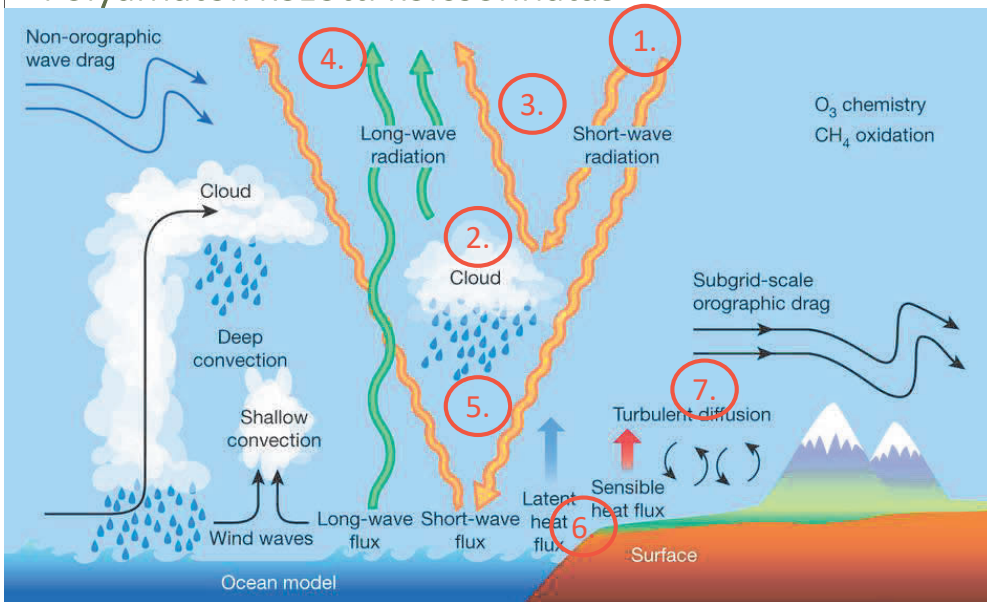
Parametrizálendő folyamatok



Parametrizálendő folyamatok



Folyamatok közötti kölcsönhatás



9

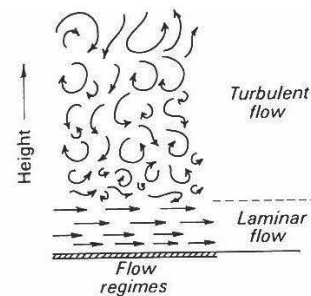
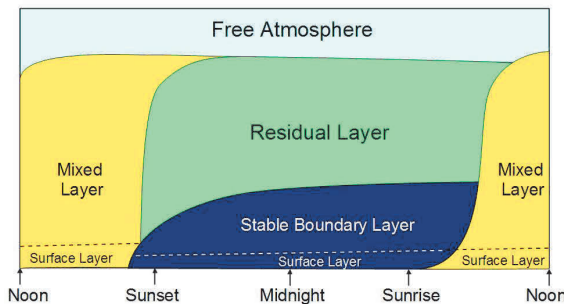


A planetáris határréteg

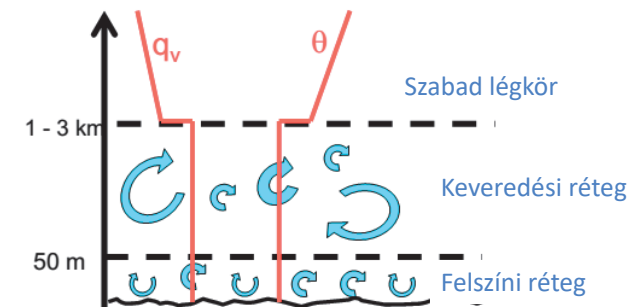
10

A planetáris határréteg

- A légkör legalsó része (alsó 1-3 km), ahol a momentum-, hő- és nedvesség egyenlegben domináns szerepet játszik a turbulens vertikális áramlás
- A szállítást örvények végzik, amelyek mérete legfeljebb a határréteg vertikális kiterjedése
- A felszín hatása (pl. surlódás, hűtés, fűtés) legfeljebb egy napig érvényesül



A planetáris határréteg szerkezete nappal



Felszíni réteg (Prandtl réteg):

- a planetáris határréteg legalsó része (kb. az alsó 10%-a)
- a turbulencia inkább mechanikai mint termikus úton keletkezik és fogy (surlódás révén)

Keveredési réteg:

- a turbulencia inkább termikus úton keletkezik és fogy
- Konvekcióval örvények keletkeznek (termikek)

12

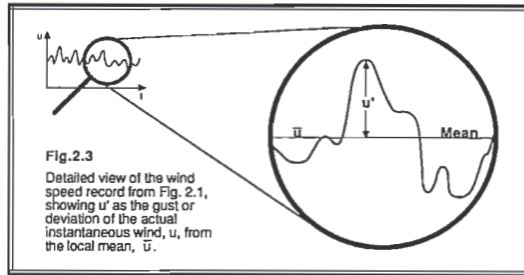
Turbulencia

a parametrizálás indoka

Kvázi-random jelenség, determinisztikus leírása nehéz, helyette statisztikai módszereket alkalmazunk

- Létezik egy statisztikailag stabil (előrejelezhető) átlagos érték, amely körül a sebesség változik
- Egy adott helyen és időben csak meghatározott intervallumon belül tud változni a sebesség (szórás → turbulencia intenzitása, kinetikus energia mérőszáma)

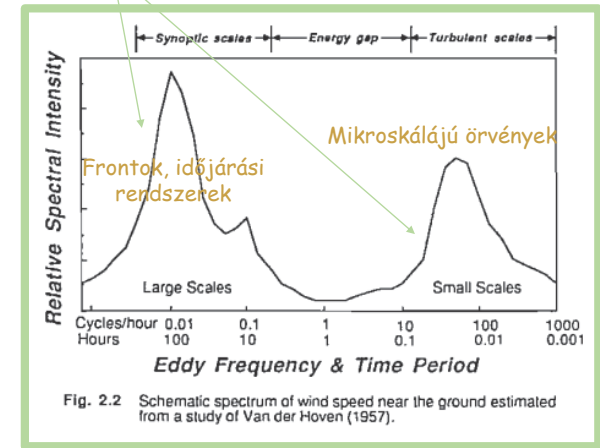
Különböző méretű és frekvenciájú örvények → Navier-Stokes egyenletek dinamikailag minden mozgást leírnak, de megoldásukhoz megfelelő kezdeti- és peremfeltételekre van szükség (minden skálán előállítani nehéz és költséges).



Turbulencia

energia spektrum

Adott méretű örvény kinetikus energiája a teljes kinetikus energiához képest



- A nagyobb méretű örvények felől a kisebb méretűek felé **energia transzportálódik**, végül molekuláris diffúzió révén **disszipálódik**
- Kb. 30 min – 1h periódusidő között: **spektrális hiány**. Az energiaátadás a makro- és mikroskála között nem hatékony.



Turbulencia analízise a skálák elkülönítése révén

- Pl. numerikus modellekben a modell felbontásának alsó határa
- De a mikroskálájú örvényeket is figyelembe kell venni (nagy energiát szállítanak)

Turbulencia

matematikai leírás

Az áramlást átlagos és turbulens (fluktuációk) részre bontjuk (a spektrális hiány miatt elkülöníthetők). 3D mozgás, változást okoz az állapothatározókban is

$$\begin{aligned} U &= \bar{U} + u' \\ V &= \bar{V} + v' \\ W &= \bar{W} + w' \\ \theta &= \bar{\theta} + \theta' \\ q &= \bar{q} + q' \\ c &= \bar{c} + c' \end{aligned}$$

Átlagolási szabályok
Reynolds átlagolás

$$\begin{aligned} A &= \bar{A} + a' \\ B &= \bar{B} + b' \\ \bar{a}' &= 0 \\ (\overline{B a'}) &= 0 \\ (\overline{AB}) &= \bar{A}\bar{B} + \overline{a'b'} \end{aligned}$$

nemlineáris tag
(ugyanígy: $\overline{a'^2}$, $\overline{a'b'^2}$, $\overline{a'^2b'^2}$)

Variancia (turbulencia intenzitását adja meg)

$$\sigma_A^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} ((\bar{A} + a')_i - \bar{A} + a')^2 = \overline{a'^2}$$

Kovariancia (két változó közötti kapcsolat fokát adja meg)

$$\text{cov}(A, B) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N-1} (A_i - \bar{A})(B_i - \bar{B}) = \overline{a'b'}$$

Példa: A mozgásegyenlet első tagjára

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -u \frac{\partial u}{\partial x} - v \frac{\partial u}{\partial y} - w \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + f v + F_{sx}$$

Bontsuk fel az egyenlet prognosztikus változóit átlagokra és fluktuációkra:

$$\frac{\partial(\bar{u} + u')}{\partial t} = -(\bar{u} + u') \frac{\partial(\bar{u} + u')}{\partial x} - (\bar{v} + v') \frac{\partial(\bar{u} + u')}{\partial y} - (\bar{w} + w') \frac{\partial(\bar{u} + u')}{\partial z} - \frac{1}{(\bar{\rho} + \rho')} \frac{\partial(\bar{p} + p')}{\partial x} + f(\bar{v} + v') + F_{sx}$$

Átlagoljuk le az egyenletet!

Fejtsük ki az egyenlet jobb oldalának első tagját!

$$-(\bar{u} + u') \frac{\partial(\bar{u} + u')}{\partial x} = -\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \bar{u} \frac{\partial u'}{\partial x} - u' \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - u' \frac{\partial u'}{\partial x}$$

$$\begin{aligned} A &= \bar{A} + a' \\ B &= \bar{B} + b' \\ \bar{a}' &= 0 \\ (\overline{B a'}) &= 0 \\ (\overline{AB}) &= \bar{A}\bar{B} + \overline{a'b'} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial(\bar{u}+u')}{\partial t} = -(\bar{u} + u') \frac{\partial(\bar{u}+u')}{\partial x} - (\bar{v} + v') \frac{\partial(\bar{u}+u')}{\partial y} - (\bar{w} + w') \frac{\partial(\bar{u}+u')}{\partial z} - \frac{1}{(\bar{\rho}+\rho')} \frac{\partial(\bar{p}+p')}{\partial x} + f(\bar{v} + v') + F_{sx}$$

A mozgásegyenlet első tagja tehát a Reynolds átlagolás után:

Kihhasználva, hogy: $\rho' \ll \bar{\rho}$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = -\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \underbrace{u' \frac{\partial u'}{\partial x} + v' \frac{\partial u'}{\partial y} + w' \frac{\partial u'}{\partial z}}_{\text{Új tagok az egyenletben}} - \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + f\bar{v} + F_{sx}$$

Új tagok az egyenletben

Írjuk át az új tagokat fluxusalakban, a perturbációkra vonatkozó kontinuitási egyenlet segítségével:

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} = 0$$

$$u' \frac{\partial u'}{\partial x} + v' \frac{\partial u'}{\partial y} + w' \frac{\partial u'}{\partial z} = \frac{\partial(u'u')}{\partial x} + \frac{\partial(u'v')}{\partial y} + \frac{\partial(u'w')}{\partial z} - \underbrace{u' \left(\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} \right)}_{=0}$$

17

• A mozgásegyenlet első tagjának végső formája tehát:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = -\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \frac{\partial(\overline{u'u'})}{\partial x} - \frac{\partial(\overline{u'v'})}{\partial y} - \frac{\partial(\overline{u'w'})}{\partial z} - \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + f\bar{v} + F_{sx}$$

Hogy néz ki a teljes egyenletrendszer?

18

Turbulencia

A kormányzó egyenletek turbulens közegben

$$\frac{d\bar{u}}{dt} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + f\bar{v} - l\bar{w} - \frac{1}{\bar{\rho}} \left[\frac{\partial(\overline{\rho u'u'})}{\partial x} + \frac{\partial(\overline{\rho u'v'})}{\partial y} + \frac{\partial(\overline{\rho u'w'})}{\partial z} \right] + F_{sx}$$

$$\frac{d\bar{v}}{dt} = \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} - f\bar{u} - \frac{1}{\bar{\rho}} \left[\frac{\partial(\overline{\rho v'u'})}{\partial x} + \frac{\partial(\overline{\rho v'v'})}{\partial y} + \frac{\partial(\overline{\rho v'w'})}{\partial z} \right] + F_{sy}$$

$$\frac{d\bar{w}}{dt} = \frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} - g + l\bar{u} - \frac{1}{\bar{\rho}} \left[\frac{\partial(\overline{\rho w'u'})}{\partial x} + \frac{\partial(\overline{\rho w'v'})}{\partial y} + \frac{\partial(\overline{\rho w'w'})}{\partial z} \right] + F_{sz}$$

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} = - \left[\frac{\partial \bar{\rho} \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\rho} \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\rho} \bar{w}}{\partial z} \right] = - \left[\frac{\partial \bar{\rho} \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\rho} \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\rho} \bar{w}}{\partial z} \right]$$

$$\frac{d\bar{\theta}}{dt} = \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \left[\frac{\partial(\overline{\rho \theta' u'})}{\partial x} + \frac{\partial(\overline{\rho \theta' v'})}{\partial y} + \frac{\partial(\overline{\rho \theta' w'})}{\partial z} \right] + \frac{\bar{\theta}}{\bar{T}} \left[-\bar{F} + \bar{D}_T + \frac{1}{\bar{c}_{pm}} \bar{Q}_R \right]$$

$$\frac{d\bar{q}}{dt} = \frac{\partial \bar{q}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{q}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{q}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{q}}{\partial z} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \left[\frac{\partial(\overline{\rho q' u'})}{\partial x} + \frac{\partial(\overline{\rho q' v'})}{\partial y} + \frac{\partial(\overline{\rho q' w'})}{\partial z} \right] + \frac{1}{\bar{\rho}} \bar{S}_w + \frac{1}{\bar{\rho}} \bar{S}_i$$

$$\bar{\rho} \bar{\alpha} = \bar{R} \bar{T}$$

19

Turbulencia

A kormányzó egyenletek turbulens közegben

$$\frac{d\bar{u}}{dt} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + f\bar{v} - l\bar{w} - \frac{1}{\bar{\rho}} \left[\frac{\partial(\overline{\rho u'u'})}{\partial x} + \frac{\partial(\overline{\rho u'v'})}{\partial y} + \frac{\partial(\overline{\rho u'w'})}{\partial z} \right] + F_{sx}$$

Lezárási probléma:

A turbulens fluxusok új ismeretlenek a HTER-ben, mellyel az ismeretlenek száma meghaladja az egyenletek számát. Az ismeretlenek megoldásához újabb prognosztikus egyenleteket kell bevezetni, de ezzel új ismeretlenek keletkeznek → a turbulencia teljes statisztikai leírásához végtelen számú egyenlet kell, véges számú egyenletek esetén a turbulencia lezáratlan → lezárási probléma. Az egyenleteket le kell zárni

$$\frac{d\bar{q}}{dt} = \frac{\partial \bar{q}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{q}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{q}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{q}}{\partial z} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \left[\frac{\partial(\overline{\rho q' u'})}{\partial x} + \frac{\partial(\overline{\rho q' v'})}{\partial y} + \frac{\partial(\overline{\rho q' w'})}{\partial z} \right] + \frac{1}{\bar{\rho}} \bar{S}_w + \frac{1}{\bar{\rho}} \bar{S}_i$$

$$\bar{\rho} \bar{\alpha} = \bar{R} \bar{T}$$

20

Turbulencia

A turbulencia lezárása 1.

- **Módszer:** véges számú egyenleteket használunk, a **fennmaradó ismeretleneket** pedig **diagnosztikus összefüggések felírásával** közelítjük
- **Lezárás foka:** a legmagasabb rendű prognosztikus egyenlet amelyet még megtartunk

Elsőrendű lezárás $\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} = \dots - \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j}$

Másodrendű lezárás $\frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j} = \dots - \frac{\partial \overline{u'_i u'_j u'_k}}{\partial x_j}$

diagnosztikus összefüggés

- **1,5-es rendű lezárás:** prognosztikai egyenlet a turbulens kinetikus energiára, a többi másodrendű momentumot parametrizáljuk

21

Turbulencia

A turbulencia lezárása 2.

- **1,5-es rendű lezárás: prognosztikai egyenlet a turbulens kinetikus energiára,** a többi másodrendű momentumot parametrizáljuk

TKE: $b^2 = \frac{1}{2} [\overline{u'u'} + \overline{v'v'} + \overline{w'w'}]$

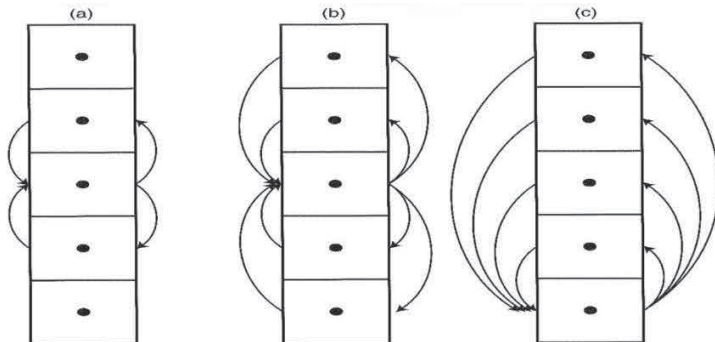
$$\frac{\partial b^2}{\partial t} = \underbrace{-\overline{u'w'}}_{I} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \underbrace{v'w'}_{II} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} + \underbrace{\frac{g}{\Theta} \overline{w'\Theta'}}_{III} - \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\overline{w'(u'u' + v'v' + w'w')}}{2} \right] - \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{p'w'}{\bar{\rho}} \right] - \epsilon \quad IV. \quad V.$$

- I. Szélnyírás vagy turbulens impulzus áram hatása
- II. Felhajtóerő hatása
- III. TKE turbulens transzportja (harmadrendű momentumok)
- IV. Nyomási fluktuációk hatása
- V. TKE disszipációja

22

Turbulencia

Lokális és nemlokális lezárás



Lokális lezárás: valamely rácspontban az ismeretlen mennyiséget ugyanabban a rácspontban ismert változók, valamint azok deriváltjai segítségével fejezzük ki

Nemlokális lezárás: valamely rácspontban az ismeretlen mennyiséget vertikális értelemben jóval távolabbi rácsponti változók felhasználásával fejezzük ki.

23

Turbulencia

Példa elsőrendű, lokális lezárásra [K-elmélet]

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} = \dots - \frac{\partial \overline{u'_j u'_i}}{\partial x_j}$$

Legyen ξ valamely változó. Ekkor az $\overline{u'_j \xi'}$ egy lehetséges közelítése:

$\overline{u'_j \xi'} = -K \frac{\partial \bar{\xi}}{\partial x_j} \quad [K] = m^2 s^{-1}$

K-elmélet
analogia: molekuláris diffúzió

Turbulens tagok a HTER-ben:

$$\begin{aligned} \overline{u'w'} &= -K_M \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} & \overline{v'w'} &= -K_M \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \\ \overline{\theta'w'} &= -K_H \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} & \overline{q'w'} &= -K_H \frac{\partial \bar{q}}{\partial z} \end{aligned}$$

$(K_H = 1,35 K_M)$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[\overline{u'_j \xi'} \right] \approx \frac{\partial}{\partial z} \left(-K \frac{\partial \bar{\xi}}{\partial z} \right) \approx -K \frac{\partial^2 \bar{\xi}}{\partial z^2}$$

$\frac{\partial K}{\partial z} = const$

24

Turbulencia

Példa elsőrendű, lokális lezárásra [K-elmélet]

A K jellemzői:

- **neve:** örvényes viszkozitás, örvényes diffuzivitás, turbulens átviteli együttható, ...
- Nagyobb méretű örvények jelenlétében nem működik → stabil esetben működik
- K-t az áramlás függvényében parametrizálni kell (stabilitás mértékétől függ)

$$K = \left| \frac{\partial U}{\partial z} \right| l^2 f(R_i)$$

$$\text{Richardson szám} = \frac{\text{felhajtóerő keltette TKE}}{\text{mechanikai úton keletkező TKE}}$$

25

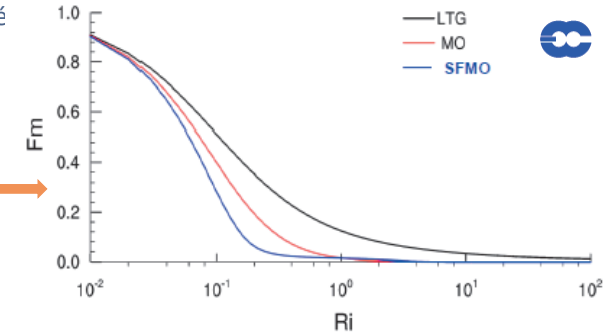
Turbulencia

Példa elsőrendű lezárásra [K-elmélet]

A K jellemzői:

- **neve:** örvényes viszkozitás, örvényes diffuzivitás, turbulens átviteli együttható, ...
- Nagyobb méretű örvények jelenlétében nem működik → stabil esetben működik
- K-t az áramlás függvényé

$$K = \left| \frac{\partial U}{\partial z} \right| l^2 f(R_i)$$



A planetáris határreteg magassága parametrizálása

Richardson szám alapján (pl. az ALADIN-Climate modellben):

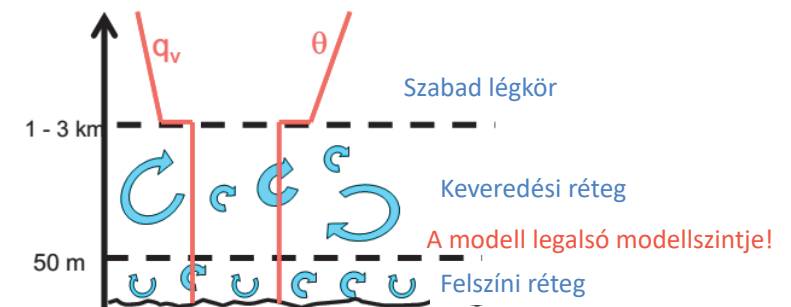
$$R_i = \frac{g}{\theta_v} \frac{\Delta \bar{\theta}_v \Delta z}{(\Delta \bar{u})^2 + (\Delta \bar{v})^2} \cong R_{\text{crit}} [0,25 - 0,5]$$

A modellben a Ri számot kiszámítjuk az egyes modellszintek és a felszín között. Ha a j és a (j-1) szintre teljesül, hogy

$R_i(j) < R_{\text{crit}}$ és $R_i(j-1) > R_{\text{crit}} \rightarrow$ A két modellszint magasságának lineáris interpolációjával megkapjuk a határreteg magasságát.

27

A keveredési rétegről most áttérünk a felszíni rétegre



Felszíni réteg (Prandtl réteg):

- a planetáris határreteg legalsó része (kb. az alsó 10%-a)
- a turbulencia inkább mechanikai mint termikus úton keletkezik és fogy (surlódás révén)
- a turbulens fluxusok állandóak

28

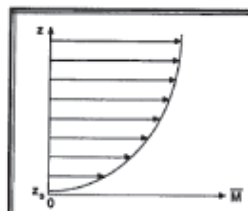
A vertikális gradiensek meghatározása

Monin-Obukhov féle hasonlósági elmélet neutrális esetben

- A felszíni rétegben (**konstans fluxus réteg**) kis örvények szállítanak. Mechanizmus: sűrűdés keltette mechanikai turbulencia főként
- Valamely változó (u, θ, q) vertikális gradiense kifejezhető felszín feletti magasság és a felszíni fluxusok ismeretében**
- Neutrális esetben a szél közel logaritmikusan változik a magassággal

$$\frac{d\bar{u}}{dz} = \frac{u_*}{kz} \quad u_* = \sqrt{u'w_s'^2 + v'w_s'^2}$$

u_* : surlódási sebesség



$$\bar{u}(z) = \left(\frac{u_*}{k}\right) \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) \quad z_0: \text{érdességi hossz paraméter.}$$



Ez alapján megadható pl. a 10 m-es szélesebesség (hasonlóan megadható a hőmérsékleti profil is, amiből számítható pl. a 2 m-es hőmérséklet)

29

A vertikális gradiensek meghatározása

Monin-Obukhov-féle hasonlósági elmélet általános alakja

- Cél: a neutrális esetre meghatározott összefüggéseket kiterjesztjük, figyelembe véve a rétegződést (stabilitást)
- Monin-Obukhov: a felszíni rétegben a turbulencia által szállított mennyiség (u, θ, q) vertikális gradiense a felszíni momentum fluxustól, a felhajtóerőtől és z magasságtól függ

$\zeta = z/L$ stabilitási paraméter (dimenziótlan), ahol

$$L = -\frac{u_*^3}{k \frac{g}{T} \rho c_p} \quad \begin{array}{l} \text{Monin-Obukhov hossz} \\ L > 0 : \text{stabil rétegződés} \\ L < 0 : \text{instabil rétegződés} \end{array}$$

$$\frac{d\bar{u}}{dz} = \frac{u_*}{kz} \Phi_m(\zeta)$$

$$\frac{d\bar{\theta}}{dz} = \frac{\theta_*}{kz} \Phi_H(\zeta)$$

$\Phi(\zeta)$: stabilitási függvény

30

A vertikális gradiensek meghatározása

Monin-Obukhov-féle hasonlósági elmélet általános alakja

- Cél: a neutrális esetre meghatározott összefüggéseket kiterjesztjük, figyelembe véve a rétegződést (stabilitást)
- Monin-Obukhov: a felszíni rétegben a turbulencia által szállított mennyiség (u, θ, q) vertikális gradiense a felszíni momentum fluxustól, a felhajtóerőtől és z magasságtól függ

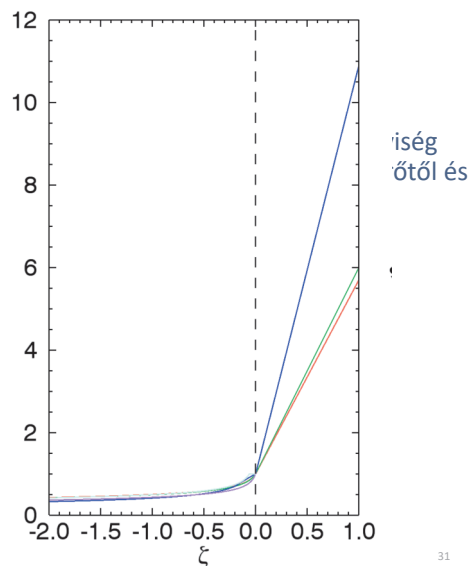
$\zeta = z/L$ stabilitási paraméter (dimenziótlan), ahol

$$L = -\frac{u_*^3}{k \frac{g}{T} \rho c_p} \quad \begin{array}{l} \text{Monin-Obukhov hossz} \\ L > 0 : \text{stabil rétegződés} \\ L < 0 : \text{instabil rétegződés} \end{array}$$

$$\frac{d\bar{u}}{dz} = \frac{u_*}{kz} \Phi_m(\zeta)$$

$$\frac{d\bar{\theta}}{dz} = \frac{\theta_*}{kz} \Phi_H(\zeta)$$

$\Phi(\zeta)$: stabilitási függvény



31



32

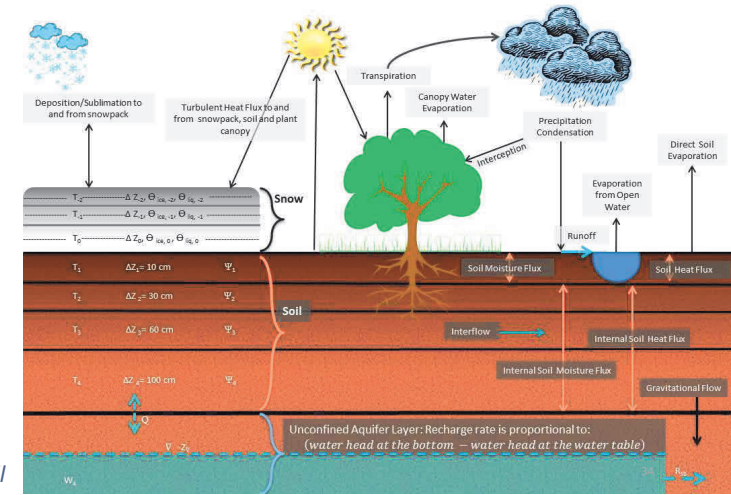
Felszín-légkör kölcsönhatás Felszíni modell feladatai

- a felszín és a légkör, valamint a felszín és a talaj közötti fizikai folyamatok leírása (az óceán és jégfelszín folyamataiért nem felelős)
- lezárja a felszíni energia- és vízegyenleget
- alsó határfeltételeket biztosít az időjárás előrejelző és klímamodelleknek

33

Felszín-légkör kölcsönhatás Felszíni modell feladatai 1.

a felszín és a légkör, valamint a felszín és a talaj közötti fizikai folyamatok leírása



Noah felszíni modell

Felszín-légkör kölcsönhatás Felszíni modell feladatai 2.

Alsó határfeltételeket biztosít az időjárás előrejelző és klímamodelleknek

- Szenzibilis hőáram
- Látens hőáram
- Felfelé irányuló hosszuhullámú sugárzás (T_{skin} emisszivitás)
- Felfelé irányuló rövidhullámú sugárzás (albedo)
- Momentum-transzport

Cserébe a légköri modell felső kényszereket biztosít a felszíni modell számára

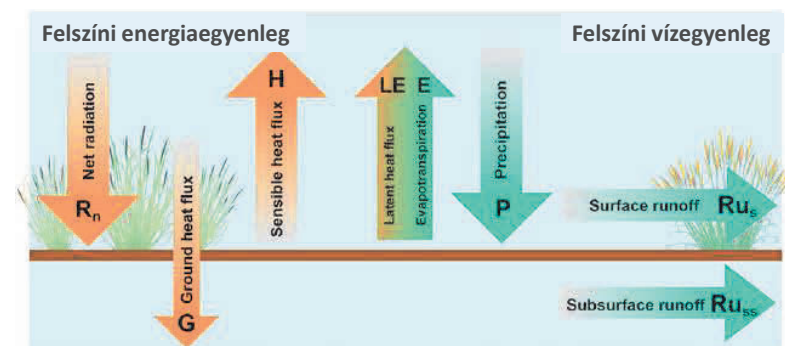
- $SW\downarrow$, $LW\downarrow$, T , p , q , u , v , P

Kétirányú kapcsolatot a légköri modell és a felszíni modell között

35

Felszín-légkör kölcsönhatás Felszíni modell feladatai 3.

lezárja a felszíni energia- és vízegyenleget



$$R_n = H + LE + G$$

$$R_n = SW_{\text{net}} + LW_{\text{net}}$$

$$R_n = (1-\alpha)R_g + (R_a - \epsilon\sigma T_s^4)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = P - ET - RO - D$$

Θ : térfogati talajnedvességtartalom
 P : csapadék
 ET : evapotranspiráció

RO : felszíni lefolyás
 D : felszíni beszívargás

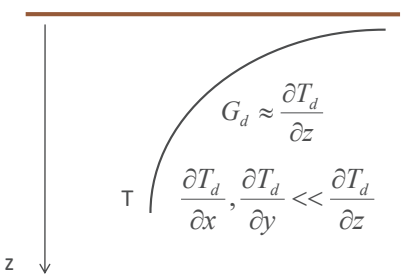
36

Felszín-légkör kölcsönhatás

Transzport-folyamatok a felszínről a mélyebb rétegek felé. Hő terjedése a talajban

Vertikális hőtranszport a talajban

- Jellemzően kondukción keresztül (molekuláris diffúzió)
- Gradiens lefele irányul (negatív előjel)



A hővezetés egyenlete (Fourier-törvény)

$$G_d = -\lambda_d \frac{\partial T_d}{\partial z}$$

λ_d : Hővezető képesség [$\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$]: függ a talaj összetételétől (talajnedvesség, talajtípus, porozitás)

A hővezetés differenciálegyenlete

$$-\frac{\partial G_d}{\partial z} = C_d \frac{\partial T_d}{\partial t}$$

C_d : hőkapacitás [$\text{Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$]: függ a talaj összetételétől

$$\frac{\partial T_d}{\partial t} = \frac{\lambda_d}{C_d} \frac{\partial^2 T_d}{\partial z^2} = K_d \frac{\partial^2 T_d}{\partial z^2}$$

K_d : hőmérséklet-vezetőképesség [m^2s^{-1}]

Felszín-légkör kölcsönhatás

A Hővezetés parametrizálása a force-restore módszerrel

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} = C_T G - \frac{2\pi}{\tau} (T_s - T_2)$$

„force” „restore”

$$\frac{\partial T_2}{\partial t} = \frac{1}{\tau} (T_s - T_2)$$

τ : relaxációs idő (1 nap)
 T_2 : átlagos talajhőmérséklet

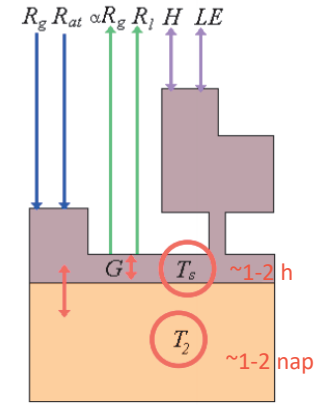
$$G = R_n - H - LE$$

$$C_T = \frac{1}{\left(\frac{1-veg}{C_G} + \frac{veg}{C_V}\right)}$$

Inercia-együttható

$$C_G = 2 \left(\frac{\pi}{\lambda c_g \tau} \right)^{1/2} \quad C_V = 10^{-3} \text{K m}^2 \text{J}^{-1}$$

függ a talaj fizikai tulajdonságaitól



Felszín-légkör kölcsönhatás

Transzport-folyamatok a felszínről a mélyebb rétegek felé. Víz terjedése a talajban

Talajnedvesség kifejezhető:

- **talajnedvesség-tartalom (θ)**: aktuális víztartalom a talaj teljes térfogatához viszonyítva. Vízmérleg vizsgálatokhoz használjuk.
- **Talajnedvességpotenciál (ψ)**: a vízkivételhez szükséges energia [mértékegység: Pa, m vízoszlop magasság]. Vízmozgás vizsgálatokhoz illetve a növények számára rendelkezésre álló vízmennyiség meghatározásához használjuk.

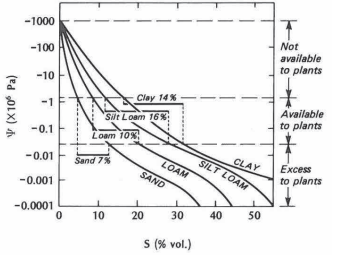


Figure 2.7 Relationship between soil moisture potential (ψ) and soil moisture content (S) in soils with different textures. Heavy horizontal bars show the volumetric water available to plants (modified after Buckman and Brady, 1960).

$$f_w = f_{wk} + f_{wg} \quad \text{Kapilláris + gravitációs erő}$$

$$f_{wk} = -K_f \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad \text{Darcy törvénye}$$

f_w : talajnedvesség vertikális árama (m/s)
 K_f : talaj vízvezető képessége (m/s). Telítetlen állapotban függ a talajnedvességtartalomtól, talajnedvességpotenciáltól és a talaj tulajdonságaitól. Értéke nagy, ha a talaj nedves és porózus

Felszín-légkör kölcsönhatás

Transzport-folyamatok a felszínről a mélyebb rétegek felé. Víz terjedése a talajban

$$f_w = f_{wk} + f_{wg} \quad \text{Kapilláris + gravitációs erő}$$

$$f_{wk} = -K_f \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad \text{Darcy törvénye}$$

A talajvízmozgás differenciálegyenlete

$$-\frac{\partial f_w}{\partial z} = \rho_w \frac{\partial \theta}{\partial t}$$

$$\rho_w \frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z} \left[-K \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} + K \right] = \frac{\partial}{\partial z} \left[D_w \frac{\partial \theta}{\partial z} \right] - \frac{\partial K}{\partial z}$$

$$D_w = \frac{K}{\frac{\partial \theta}{\partial \psi}} = \frac{K}{C}$$

C : talaj specifikus vízkapacitása
 D_w : talajvíz diffúziós együtthatója (felületi feszültséggel kapcsolatos)

Felszín-légkör kölcsönhatás A vízvezetés parametrizálása a force-restore módszerrel

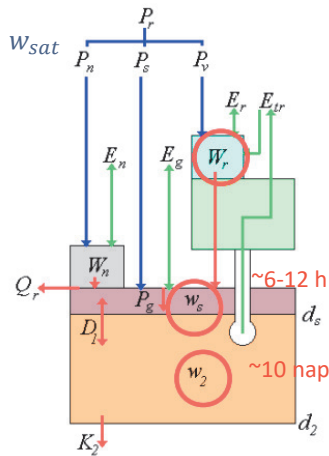
$$\frac{\partial w_g}{\partial t} = \frac{C_1}{\rho_w d_1} (P_g - E_g) - \frac{C_2}{\tau} (w_g - w_{geq}) \quad 0 \leq w_g \leq w_{sat}$$

„force” „restore”

$$\frac{\partial w_2}{\partial t} = \frac{1}{\rho_w d_2} (P_g - E_g - E_{tr}) \quad 0 \leq w_2 \leq w_{sat}$$

P_g : felszínre elérő csapadék
 E_g : felszíni párolgás
 E_{tr} : transzspiráció

d_1 : 10 cm
 d_2 : talaj mélysége
 w_{geq} : egyensúlyi felszíni talajnedvességtartalom (azaz $F_g = F_k$)



41

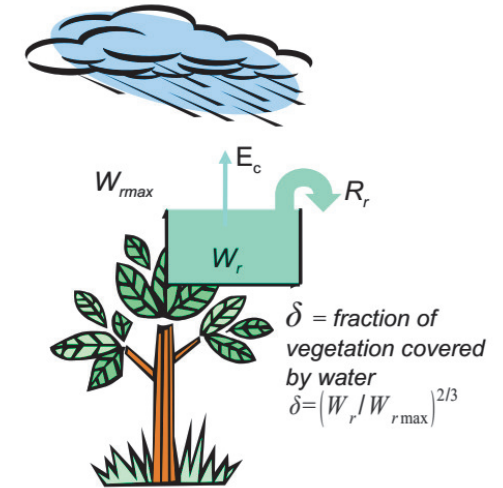
Felszín-légkör kölcsönhatás Az infiltráció parametrizálása

$$\frac{\partial W_r}{\partial t} = vegP - (E_v - E_{tr}) - R_r$$

↓ ↓ ↓
 Növény Növényre lefolyás
 felszínén hulló
 tározott víz csapadék

$$R_r = \max\left(0, \frac{W_r - W_{rmax}}{\Delta t}\right)$$

$$W_{rmax} = 0,2vegLAI [mm]$$



42

Felszín-légkör kölcsönhatás A SURFEX felszíni modell



$\Delta x = 10km$

Rendkívül heterogén földfelszín

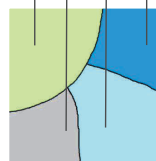


Eltérő fizikai folyamatok a növényzetre, tóra, városra (egy rácscellába több felszín típus is lehet)



Megoldás: „tiling” módszer

$$F = F_{f1} + F_{f2} + F_{f3} + F_{f4}$$



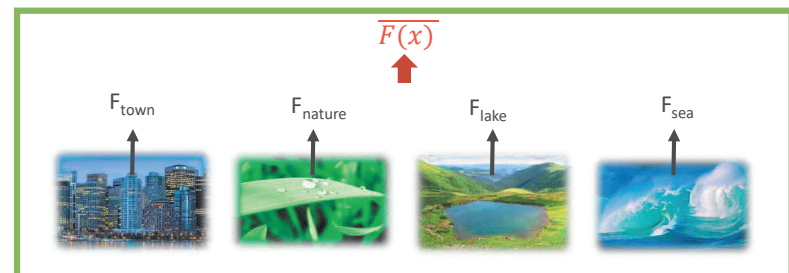
Fluxusok számítása külön-külön az egyes felszín típusokra, majd átlagolásuk területarányosan

Felszín-légkör kölcsönhatás A SURFEX felszíni modell működése

ALADIN legalsó modell szintje

Albedo
 Emmisszivitás
 Felszínhőmérséklet
 Momentum fluxus
 Szenzibilis hőfluxus
 Látenis hőfluxus
 CO₂ fluxus
 Kémiai anyagok fluxusa

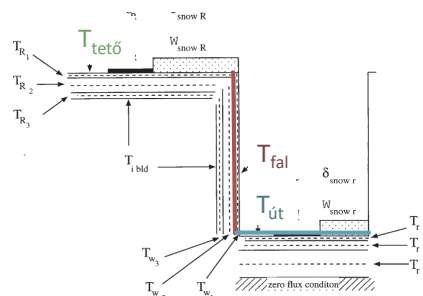
Légköri kényszerek (T, p, u, v, q, P)
 Nap helyzete
 Lefelé irányuló sugárzás fluxus



44

A SURFEX felszíni modell Városi séma (TEB)

- Városi felszín közelítése „utcakanyonokkal” – minden útirány lehetséges (Geometriai paraméterek: épületmagasság, tető/út, fal/út)
- Prognosztikus egyenlet a tetőre, falra, útra (energia- és nedvesség egyenleg)
- Felszín 3 részre osztott → hővezetés leírása
- Sugárzás:
 - Árnyékolás
 - Rövid hullámú sugárzás visszaverődése
 - Hosszúhullámú sugárzás csapdázódása
- Ipar, közlekedés hő- és nedvességkibocsátása
- Csapadék:
 - Áthatolhatatlan felszínek
 - De figyelembe veszi a víz elvezetését a csatornákba
- 1 rétegű hóséma
 - Albedo prognosztikus változó



45

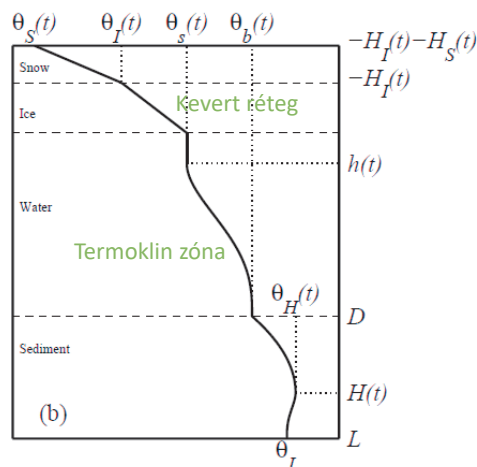
A SURFEX felszíni modell tenger felett – több lehetőség

- rövid távú célokra (néhány nap) → konstans SST
- Hosszabb modell futtatásokhoz, vagy ha tenger feletti határréteg és tengerfelszín között erős kapcsolat van (pl. hurrikánok idején) : 1-D óceáni modell
- Éghajlati modellszimulációkhoz: 3D óceáni modell kell – külön modell komponens

46

A SURFEX felszíni modell Tó felett – több lehetőség

- Turbulens fluxusok parametrizációja konstans felszíni hőmérséklet mellett
- 1-d tóséma : **FLAKE**
 - Termoklin zóna: előre definiált hőmérséklet profil
 - Hasonlóan: tó alatti aktív felszíni réteg illetve a hóra és jégre (opcionális)
 - Kis tavak esetén fontos a felszínhőmérséklet napi menetének leírása
 - Fontos külső paraméter: tó mélység (max. 60 m – sekély tómodell)



48

Technikai megvalósítás a modellekben 1.

A dinamikai és parametrizációs számítások elkülönítve történnek a modellekben

1. A prognosztikus változók számítása – HTER megoldása (**dinamika**)
2. A parametrizálható folyamatok prognosztikus változókra tett statisztikai hatásainak (tendenciák) számítása (**fizika**)

2-féle módszer:

- **Szekvenciális:** a folyamatokat fizikai megfontolások alapján rangsoroljuk, s a **parametrizációs sémák megoldását sorban egymás után végezzük el**, úgy hogy az egyes lépésekben felhasználjuk a korábbi számítások eredményeit
- **Parallel:** a parametrizálható folyamatokat **párhuzamosan számítjuk ki**, majd **eredményüket** a parametrizációs ciklus végén **összegezzük**. A számítások nem teljesen függetlenek egymástól, bizonyos sémák felhasználják más sémák által számított mennyiségeket.

48

Technikai megvalósítás a modellekben 2.

A **parametrizációs sémák megoldása** a modellezésben nagy számításigényű (**költséges**) eljárás, ezért a különösen költséges sémák nem minden időlépésben és nem minden rácspontban kerülnek kiszámításra

Bizonyos folyamatok pontos meghatározásához az alkalmazott **integrálási időlépcső túl nagy** (pl. csapadékképződésben a csapadékelemek esése) → a megoldáshoz során **köztes időlépcsőket** vezetnek be

Parametrizációs csomagok: a modellekbe a fizikai parametrizációs sémák gondosan összeválogatott csoportja kerül beépítésre (szempontok: kitűzött feladat, hatékonyság)

49

Irodalom

Parametrizációról általában:

- Tiedtke, M., 1984: The general problem of parameterization. *ECMWF Parameterization Training, 2002*.
<https://www.ecmwf.int/sites/default/files/elibrary/2002/16929-general-problem-parameterization.pdf>

Turbulencia:

- Stull, R. B., 1988: *An introduction to boundary layer meteorology*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Felszín-légkör kölcsönhatás:

- Noilhan, J. and Mahfouf, J.-F., 1996: The ISBA land surface parameterization scheme. *Global and Planetary change*, **13**, 145–159.
<https://pdfs.semanticscholar.org/781f/db1a1b16f9c0d36dba203f0212728dc7e7cb.pdf>
- Masson, V., Le Moigne, P., Martin, E., Faroux, S., Alias, A., Alkama, R., Belamari, S., Barbu, A., Boone, A., Bouysse, F., Brousseau, P., Brun, E., Calvet, J.-C., Carrer, D., Decharme, B., Delire, C., Donier, S., Essaouini, K., Gibelin, A.-L., Giordani, H., Habets, F., Jidane, M., Kerdraon, G., Kourzeneva, E., Lafaysse, M., Lafont, S., Lebeaupin Brossier, C., Lemonsu, A., Mahfouf, J.-F., Marguinaud, P., Mokhtari, M., Morin, S., Pigeon, G., Salgado, R., Seity, Y., Taillefer, F., Tanguy, G., Tulet, P., Vincendon, B., Vionnet, V., Voldoire, A., 2013: The SURFEXv7.2 land and ocean surface platform for coupled or offline simulation of earth surface variables and fluxes. *Geoscientific Model Development*, **6**, 929–960.
<https://www.geosci-model-dev.net/6/929/2013/gmd-6-929-2013.pdf>

50