

IV. A nedves levegő termodinamikája

IV.1. A vízgőz szerepe a légkörben.....	2
IV.2. A vízgőz állapotegyenlete.....	3
IV.3. A víz fázisátalakulásai.....	4
IV.3.1. A légköri víz fázisainak entrópiája.....	5
IV.3.1.1 Gőzfázis.....	5
IV.3.1.2 Vízfázis.....	5
IV.3.1.3 Jégfázis.....	6
IV.3.2. A fázisátalakulási hő.....	6
IV.3.3. A telítési gőznyomás hőmérsékletfüggése, a Clausius-Clapeyron egyenlet.....	7
IV.3.4. A fázisátalakulási hők közötti kapcsolat.....	9
IV.3.5. A fázisátalakulási hő hőmérsékletfüggése, a Planck-egyenlet.....	10
IV.4. A nedves levegő jellemzői.....	12
IV.4.1. A víztartalom mérőszámai.....	12
IV.4.1.1 Sűrűség (ρ), [$kg\ m^{-3}$].....	12
IV.4.1.2 Abszolút nedvesség (a), [$g\ m^{-3}$].....	13
IV.4.1.3 Specifikus térfogat (α), [$m^3\ kg^{-1}$].....	13
IV.4.1.4 A vízgőz parciális nyomása (e), [Pa].....	13
IV.4.1.5 Harmatpont (vagy a harmatpont hőmérséklete).....	14
IV.4.1.6 A harmatpontdeficit.....	15
IV.4.1.7 Telítési hiány.....	15
IV.4.1.8 Keverési arány.....	15
IV.4.1.9 Specifikus nedvesség.....	16
IV.4.1.10 A relatív nedvesség (f), [%].....	18
IV.4.2. A nedves levegő izobárikus folyamatokkal definiálható hőmérsékletei.....	18
IV.4.2.1 A virtuális hőmérséklet (T_v).....	19
IV.4.2.2 Az ekvivalens hőmérséklet (T_e).....	21
IV.4.2.3 Ekvivalens potenciális hőmérséklet.....	23
IV.4.2.4 A nedves hőmérséklet (T_w).....	24
IV.5. Száraz és nedves adiabaták, a vertikálisan elmozduló légrésszel kapcsolatos hőmérsékleti fogalmak.....	27
IV.5.1. A reverzibilis nedves adiabata.....	28
IV.5.1.1 A telítetlen szakasz.....	29
IV.5.1.2 A kondenzációs szakasz.....	32
IV.5.1.3 A fagyási szakasz.....	33
IV.5.1.4 A kristályosodási szakasz.....	34
IV.5.2. A nedves levegő pszeudoadiabatikus állapotváltozása.....	35
IV.5.3. A pszeudoadiabatikus folyamatokkal definiálható hőmérsékletek.....	38

IV.5.3.1 A pszeudoekvivalens (T_{se}) és a pszeudoekvivalens potenciális (Θ_{se}) hőmérséklet.....	38
IV.5.3.2 A pszeudonedves (T_{sw}) és a pszeudonedves potenciális (Θ_{sw}) hőmérséklet.....	40
IV.6. Termodinamikai diagramok	40
IV.6.1. Mi a feltétele annak, hogy az (A, B) koordináta-rendszer termodinamikai diagram legyen? 42	
IV.6.2. A termodinamikai diagramok konstruálása, a gyakorlatban használt főbb diagramok.....	43
IV.6.2.1 Az emagram.....	43
IV.6.2.2 A tefigram.....	44
IV.6.2.3 Az aerogram.....	45
IV.6.2.4 Ferde-diagram.....	45
IV.6.2.5 A szondogram.....	46
IV.6.2.6 A Stüve-gram.....	47

IV.1. A vízgőz szerepe a légkörben

A légkörben egyedül a víz lehet jelen – adott hőmérsékleten – egyszerre több halmazállapotban. A víz a légkör össztömegének ($8,6 \cdot 10^{18}$ kg) hozzávetőlegesen 0,18 %-át adja ($1,55 \cdot 10^{16}$ kg). Tartózkodási ideje ~ 10 nap. A vízgőz mennyisége nagy nedvességtartalmú levegőben sem haladja meg a 4 térfogatszázalékot. A földtörténeti korok folyamán a légkör átlagos relatív nedvessége alig változott. A Föld-légkör rendszer albedója – ami mindenekelőtt a felhőzeti mezőtől függ – szintén stabilnak bizonyult (29-31%). A légköri víz alapvetően befolyásolja a légköri folyamatokat.

Már kis vízgőzmennyiség is jelentősen módosítja a légkör sugárzásáteresztő képességét.

A felhőzeti mező évszakos változása befolyásolja a Föld-légkör rendszer albedóját, sugárzási háztartását.

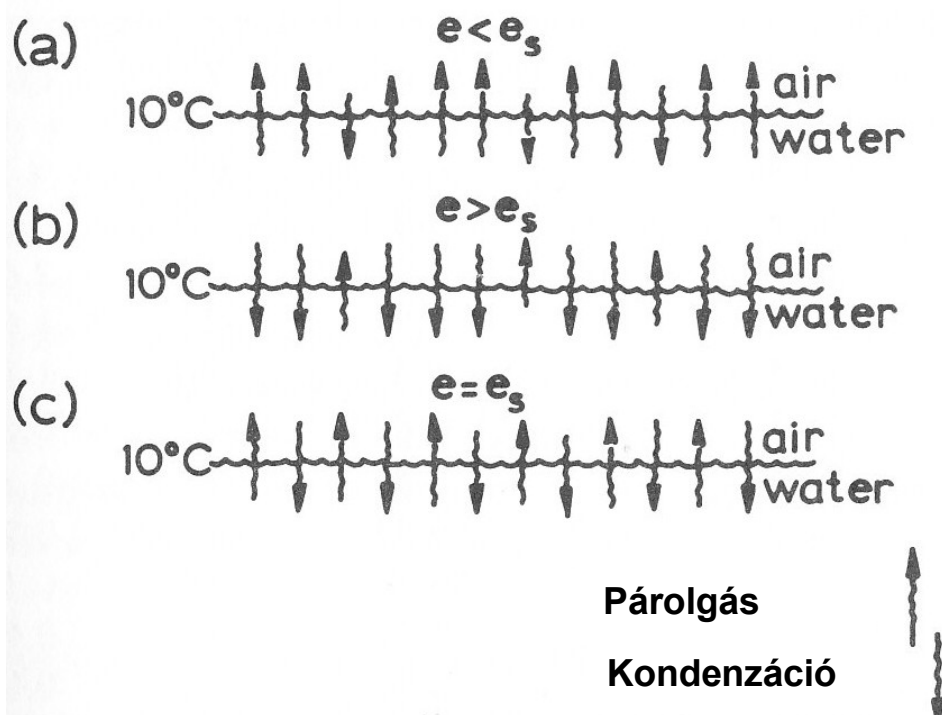
A vízgőz legjelentősebb elnyelési sávjai az infravörös tartományban vannak. Így nem meglepő, hogy a vízgőz a légkör legfontosabb üvegházhatású gáza, az üvegházhatás kb. 2/3 részéért felelős. Ugyanakkor a felhők jelenléte nélkül a felszín hőmérséklete több mint 20 °C-kal nagyobb lenne, mivel a felhőzet magas albedója miatt csökken a felszínre jutó sugárzás. Azt mondhatjuk, hogy a felhőzet hőmérsékletcsökkentő hatása és a légköri vízgőz mint üvegházhatású gáz hőmérsékletnövelő hatása azonos nagyságrendű.

A felszínről párolgás vagy szublimáció során a légkörbe kerülő vízgőz latens hője a felhő- és csapadékképződési folyamatok során szabadul fel a troposzférában. Ez a teljes sugárzási energia $\sim 23\%$ -a. A párolgás és a kondenzáció a légköri vízgőz parciális nyomásától, a vízfázis és a gőzfázis egyensúlyától függ. Ezt szemlélteti az 1. ábra.

A légköri víz fázisátalakulási folyamatai befolyásolják a felszín és a troposféra energetikáját, a különböző skálájú légköri folyamatok fejlődését, stabilitási viszonyait.

A vízgőz légköri szerepét egy hasonlattal élve a következőképpen jellemezhetjük: ahogy az óceáni folyamatokban meghatározó szerepe van a sókoncentráció változásának, mélységi szerkezetének, úgy a légköri folyamatokban a vízgőz eloszlása és fázisátalakulási folyamatai

alakítják, illetve módosítják a különböző mozgásrendszerek szerkezetét. "Ami az óceánban a só, az a légkörben a víz."



1. ábra. A légköri víz párolgása, illetve kondenzációja (a. - párolgás, b. - dinamikus egyensúly, c. - kondenzáció). (Atkinson B. W., 1981: Dynamical Meteorology An introductory Selection. Methuen, London and New York. Fig. 3.2. Air-water exchange of water vapour, 27. oldal.)

IV.2. A vízgőz állapotegyenlete

A légköri vízgőzt az időjárást megszabó nagy légköri folyamatokban ideális gáznak tekinthetjük. Az e parciális gőznyomású, T hőmérsékletű $\alpha_v = \frac{1}{\rho_v}$ specifikus térfogatú vízgőz állapotegyenlete

$$e \alpha_v = R_v T,$$

ahol $R_v = 461,51 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$. Ha a levegő vízgőzzel telített, akkor az állapotegyenlet alakja:

$$e_s \alpha_{vs} = R_v T.$$

A v index (vapour - gőz) a vízgőzre, a később előforduló w index (water - víz) a cseppfolyós vízre, míg az i (ice - jég) a jégre vonatkozik. Ha az indexezés a fázist (illetve a halmazállapotot) jelöli, akkor a gőzfázist v (vapour) a vízfázist l (liquid - folyékony), míg a jégfázist i (ice) indexszel jelöljük; az s (saturation - telítés) indexet a telített nedves levegőre alkalmazzuk.

A fázisátalakulások, illetve a felhők mikrofizikai folyamatainak elméleti leírásában használják a reális gázokra vonatkozó Van der Waals- (1890), illetve az úgynevezett Viriál egyenletet.

Az egységnyi tömegű vízgőzre vonatkozó Van der Waals-egyenlet

$$\left(p + \frac{a}{\alpha_v^2}\right)(\alpha_v - b) = R_v T,$$

ahol: $\frac{a}{\alpha_v^2}$ a molekulák közötti kölcsönhatásokból származó nyomáskorrekciós tag (ugyanolyan

körülmények között a reális gáz nyomása kisebb, mint az ideális gázé), míg b a specifikus térfogat korrekciója, ami a molekulák térfogatából származik, vagyis a reális gáz specifikus térfogata kisebb, mint az ideális gázé. a értéke $\sim 1,68 \cdot 10^3 \text{ Pa m}^6 \text{ kg}^{-2}$. A vízgőz specifikus térfogata 10^2 - $10^3 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}$ nagyságrendű, így a nyomáskorrekció elhanyagolható (0,1 Pa-nál is kisebb). b értéke $9,4 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}$. A specifikus térfogati korrekció tehát 3-4 nagyságrenddel kisebb az ideális gázra jellemző értéknél.

A Van der Waals egyenletnél általánosabb az ún. Viriál egyenlet, ami a reális gáz állapotegyenletének az ideális gázegyenlethez való eltérését fejezi ki egy végtelen sor segítségével. E sorfejtés néhány első tagját használjuk a reális gázok leírásában.

$$\frac{p\alpha_v}{R_v T} = A + B\rho_v + C\rho_v^2 + D\rho_v^3 + \dots$$

Az A , B , C , D állandók – amelyek a részecskék közötti kölcsönhatásokat fejezik ki – megadhatók a Van der Waals-egyenlet állandói alapján: $A=1$ (ideális gáz közelítés),

$B = b - \frac{a}{R_v T}$ (két molekula közötti kölcsönhatást leíró tag), $C = b^2$ (három molekula közötti kölcsönhatást leíró tag), $D = b^3$.

IV.3. A víz fázisátalakulásai

Ha a telítetlen nedves levegő telítetté válik, akkor megindul a fázisátalakulás, pl.

- a levegőrészbe vízgőz kerül (bepárolgás), vagy
- csökken a levegőrész hőmérséklete.

A dinamikus meteorológiában elsőfajú fázisátmeneteket vizsgálunk. A víz fázisátalakulásakor a szabadentalpia első deriváltjai, vagyis a specifikus térfogat és az entrópia ugrást szenvednek.

A reális légkörben lejátszódó fázisátalakulások mikrofizikáját (pl. a felhők túltelítettsége, a kondenzációs magvakon meginduló cseppnövekedés és kristályosodás, a felhő- és csapadékelemek növekedési mechanizmusai) a felhőfizika – mint önálló tudományterület – vizsgálja. Ebben a fejezetben e folyamatoknak első – „makrofizikai” – közelítését adjuk meg. Nem foglalkozunk a fázisátmenetek mikrofizikájával. Feltételezzük, hogy a légkörben nem léphet fel túltelítettség.

IV.3.1. A légköri víz fázisainak entrópiája

Az egyes fázisokat mint egységnyi tömegű zárt rendszereket vizsgáljuk. Független állapotjelzőként a hőmérsékletet és a nyomást használjuk.

IV.3.1.1 Gőzfázis

A száraz levegőre felírt ($S_d = c_{pd} \ln T - R_d \ln p + konstans$) egyenlet analógiájára

$$S_v = c_{pv} \ln T - R_v \ln e_s + konstans .$$

Az entrópia megváltozása:

$$dS_v = c_{pv} d \ln T - R_v d \ln e_s .$$

A vízgőzre jellemző állandó nyomáson vett fajhő: $c_{pv} = 1850 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$.

IV.3.1.2 Vízfázis

A víz specifikus térfogata három nagyságrenddel kisebb, mint a száraz levegő specifikus térfogata, és 5-6 nagyságrenddel kisebb mint a vízgőzfázisé. (Itt a vízcseppek térfogata és tömege közötti hányadost értjük a víz specifikus térfogatán. A vízfázis légköri specifikus térfogata (az adott térfogatban levő vízcseppek össztömege és a teljes térfogat hányadosa) a mérési tapasztalatok szerint ugyanakkora, vagy egy nagyságrenddel kisebb, mint a gőzfázis specifikus térfogata. Így érthető, hogy az entrópia felírásakor elhanyagoljuk a vízcseppek specifikus térfogatát, illetve annak megváltozását.

$$S_w = c_w \ln T + konstans$$

és

$$dS_w = c_w d \ln T,$$

ahol c_w a vízfázis fajhője: $c_w = 4218 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$.

IV.3.1.3 Jégfázis

A vízfázishoz hasonlóan az egységnyi tömegű jég entrópiája:

$$S_i = c_i d \ln T + konstans$$

és

$$dS_i = c_i d \ln T ,$$

ahol c_i a jégfázis fajhője $c_i = 2106 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$.

IV.3.2. A fázisátalakulási hő

Ha fázisegyensúlyban lévő heterogén rendszerrel (pl.: felhőlevegő) hőt közlünk, akkor a rendszer állapota megváltozik; a nagyobb specifikus térfogatú vízgőz mennyisége növekszik a másik fázis rovására. Megváltozik a felhőlevegő hőmérséklete és a gőznyomása is. (Ha a hőkölés során olvadás következik be, akkor a kisebb specifikus térfogatú vízfázis mennyisége nő a jégfázissal szemben.)

A fázisátalakulási hőt (az egységnyi tömegű anyag adott hőmérsékleten az egyik fázisból a másikba történő átalakulásához szükséges hő) akkor tekintjük pozitívnak, ha a fázisátmenet során a környezet ad át hőt a rendszernek. A hőfelvétellel járó fázisátalakulásokat *endoterm folyamatoknak*, míg a hőleadással járókat *exoterm folyamatoknak* nevezzük.

A fázisátalakulások során közölt hő a rendszerben nem okoz hőmérsékletváltozást, ezért a fázisátalakulási hőt rejtett vagy *latens hőnek* is nevezzük. A hőmérsékletváltozással járó hőt, *szenzibilis hőnek* nevezzük.

A fázisátalakulást adott hőmérsékleten és nyomáson vizsgáljuk, tehát ez a folyamat egyszerre izobárikus és izotermikus. Tekintsük az egységnyi tömegű víz izobárikus - izotermikus fázisátalakulását az (1) fázisból a (2) fázisba. Ekkor a termodinamika I. főtétele szerint a fázisátalakulási hő:

$$L_{12} = U_2 - U_1 + (e_s)_{12} (\alpha_2 - \alpha_1) ,$$

ami nem más, mint a hőmérsékletnek és a két fázis entrópiakülönbségének a szorzata:

$$L_{12} = T(S_2 - S_1) = \int_1^2 dQ .$$

A légkörben a víz hatféle fázisátalakuláson mehet át. Az alábbiakban ezeket foglaljuk össze.

Párolgás: $S_v - S_w = \frac{L_{vw}}{T}, L_{vw} > 0 .$

Kondenzáció: $S_w - S_v = \frac{L_{v|}}{T}, L_{v|} = - L_{vw} .$

Olvadás: $S_w - S_i = \frac{L_{il}}{T}, L_{il} > 0 .$

Fagyás: $S_i - S_w = \frac{L_{li}}{T}, L_{li} = - L_{il} .$

Szublimáció: $S_i - S_w = \frac{L_{iw}}{T}, L_{iw} > 0 .$

Kristályosodás: $S_i - S_v = \frac{L_{vi}}{T}, L_{vi} = - L_{iw} .$

IV.3.3. A telítési gőznyomás hőmérsékletfüggése, a Clausius-Clapeyron egyenlet

A Gibbs-féle fázis szabály szerint, ha a víz két fázisa egyensúlyban van, akkor a rendszernek csak egyetlen független állapotváltozója van. Legyen az egyensúlyban levő két fázis közül az egyik a gőzfázis. Ekkor megadható a telítési gőznyomás változása a hőmérsékletváltozás függvényében. Ez a *Clausius–Clapeyron-egyenlet*.

Az egyensúly feltétele a két fázis hőmérsékletének, nyomásának és kémiai potenciáljának, illetve fajlagos szabad entalpiájának azonossága.

Ha a rendszer nyomása és hőmérséklete megváltozik, akkor az egyensúly feltétele továbbra is teljesül, tehát mindkét fázis szabadentalpiája ugyanannyival változik:

$$dG_1 = dG_2$$

A szabadentalpia változására felírt $dG = \alpha dp - SdT$ egyenlet szerint:

$$\alpha_1 de_s - S_1 dT = \alpha_2 de_s - S_2 dT,$$

ahol az 1 és a 2 index jelöli a fázisokat. Rendezve az egyenletet, a telítési gőznyomás hőmérséklet szerinti megváltozására kapunk összefüggést:

$$\frac{de_s}{dT} = \frac{S_2 - S_1}{\alpha_2 - \alpha_1} = \frac{L_{12}}{T(\alpha_2 - \alpha_1)}.$$

Megjegyezzük, hogy a fázisátalakulást leíró fenti összefüggés bármely két fázisra igaz. Dinamikus meteorológiában legtöbbször a párolgással és a kondenzációval, illetve a szublimációval és a kristályosodással (pl. dérképződés, jég szemek növekedése) foglalkozunk. A (2) index jelölje a gőzfázist (v). Az (1) index helyére kerüljön a cseppfolyós (l), vagy a szilárd halmazállapot (i) jele!

Kihasználva, hogy a gőzfázis specifikus térfogata 5-6 nagyságrenddel nagyobb, mint a vízé vagy a jégé, valamint alkalmazva a vízgőz állapotegyenletét ($e_s \alpha_v = R_v T$) vészfázis felett a telítési gőznyomás hőmérsékletfüggése:

$$\frac{de_s}{dT} = \frac{L_{lv}}{T \alpha_{vs}} = \frac{L_{lv}}{R_v} \frac{e_s}{T^2},$$

jégfázis felett pedig:

$$\frac{de_s}{dT} = \frac{L_{iv}}{T \alpha_{vs}} = \frac{L_{iv}}{R_v} \frac{e_s}{T^2},$$

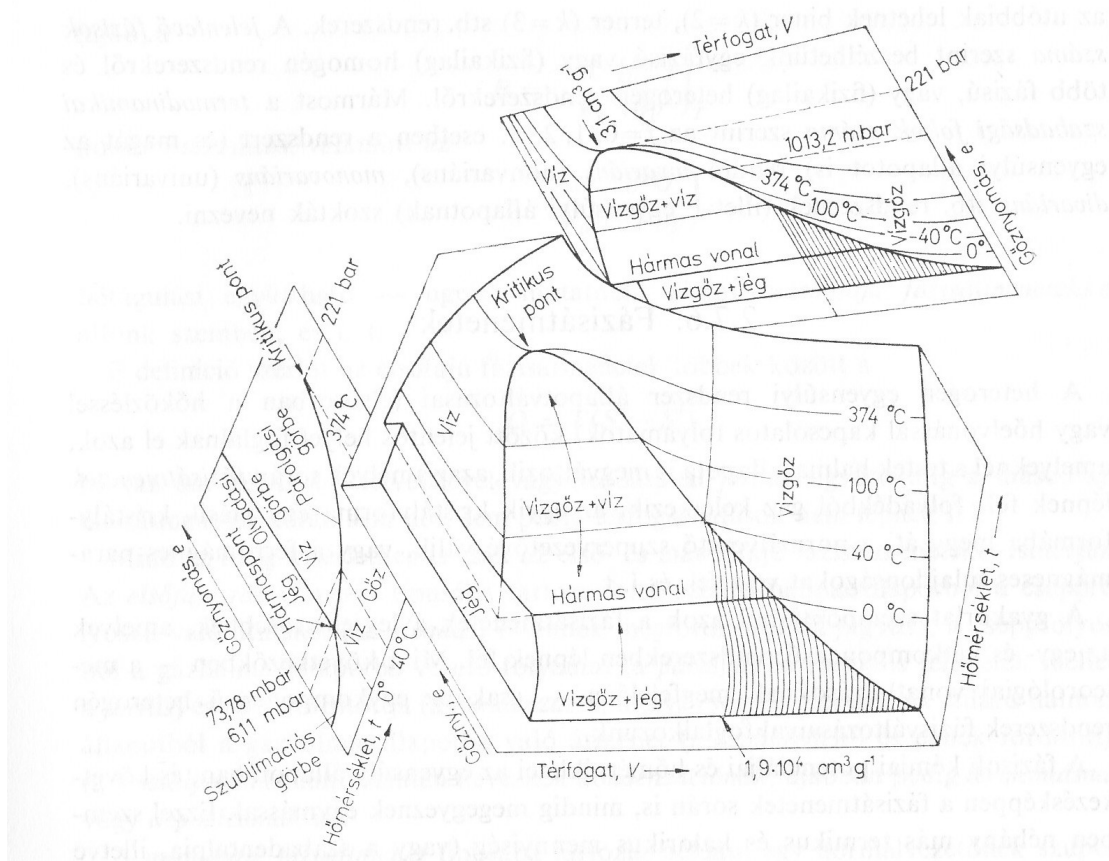
ami tovább alakítható:

$$d(\ln e_s + \frac{L_{lv}}{R_v} \frac{1}{T}) = 0 \Rightarrow \ln e_s + \frac{L_{lv}}{R_v} \frac{1}{T} = konstans,$$

illetve

$$d\left(\ln e_s + \frac{L_{iv}}{R_v T}\right) = 0 \Rightarrow \ln e_s + \frac{L_{iv}}{R_v T} = \text{konstans} .$$

A hármaspontban a víz mindhárom fázisa egyensúlyban van (2. ábra). A vízfázis és a jégfázis felett ugyanaz a telítési gőznyomás ($e_s^{(l)} = e_s^{(i)}$).



2. ábra. A víz háromdimenziós állapotfelülete, valamint fázisdiagramjai. (Götz G. és Rákóczi F., 1981: A dinamikus meteorológia alapjai. Tankönyvkiadó, Budapest, 2.7. ábra, 69. oldal.)

Itt $T_0 = 273,15 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$, $e_{s0} = 6,108 - 6,11 \text{ mbar}$ a különböző empirikus formuláktól függően. A fenti egyenletek átalakításával a telítési gőznyomás hőmérsékletfüggésére ($e_s(T)$) a vízfázis felett a következő munkafórmula adódik:

$$e_s(T) = e_{s0} \exp \left[\frac{L_{iv}}{R_v} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right],$$

illetve jégfázis felett:

$$e_s(T) = e_{s0} \exp \left[\frac{L_{iv}}{R_v} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right].$$

A meteorológiai gyakorlatban a fenti összefüggések helyett legtöbbször mégis a tapasztalati úton felírt Magnus–Tetens-formulát (1930) használják:

$$e_s = e_{s0} \cdot 10^{\frac{at}{b+t}},$$

ahol $e_{s0} = 6,11$ mbar. Víz-, illetve túlhűlt vízfázisra $a = 7,5$, $b = 237,3$ °C, míg jégfázisra $a = 9,5$, $b = 265,5$ °C. A telítési gőznyomás hőmérsékletfüggését az alábbi táblázat mutatja.

Víz fölött				Jég fölött			
$T(^{\circ}\text{C})$	e_s (mb)	T	e_s	T	e_s	T	e_s
100	1013,25	50	123,4	0	6,1	0	6,1
95	845,3	45	95,9	-5	4,2	-5	4,0
90	701,1	40	73,8	-10	2,9	-10	2,6
85	578,1	35	56,2	-15	1,9	-15	1,6
80	473,7	30	42,4	-20	1,3	-20	1,0
75	385,6	25	31,7	-25	0,81	-25	0,63
70	311,7	20	23,4	-30	0,51	-30	0,38
65	250,2	15	17,0	-35	0,31	-35	0,22
60	199,3	10	12,3	-40	0,19	-40	0,13
55	157,5	5	8,7	-45	0,11	-45	0,07
				-50	0,06	-50	0,04

I. táblázat

A vízgőz telítési gőznyomás - hőmérséklet függése. (Atkinson B. W., 1981: Dynamical Meteorology An Introductory Selection. Methuen, London and New York. Table 3.1 Saturation vapour pressure (mbar) at various temperature. 28. oldal.)

IV.3.4. A fázisátalakulási hők közötti kapcsolat

A termodinamika I. főtétele szerint a szublimációs és a párolgási hő:

$$L_{iv} = U_v - U_i + e_s^{(i)} (\alpha_{sv} - \alpha_i),$$

$$L_{lv} = U_v - U_w + e_s^{(l)} (\alpha_{sv} - \alpha_w).$$

A felső egyenletből kivonva az alsót:

$$L_{iv} - L_{lv} = U_w - U_i + e_s^{(i)} (\alpha_{sv} - \alpha_i) - e_{ls} (\alpha_{sv} - \alpha_w).$$

(A felső index jelöli, hogy a gőztérben milyen fázis felett vagyunk.) 0 °C alatti hőmérsékleten a víz és a jégfázis feletti eltérő telítési gőznyomás miatt a gőzfázis specifikus térfogata is különbözik. Felhasználva a telített vízgőz állapotegyenletét ($R_v T = e_s \alpha_{sv}$):

$$L_{iv} - L_{iv} = U_w - U_i + e_s^{(l)} \alpha_w - e_s^{(i)} \alpha_i .$$

A hármaspontban:

$$L_{iv} - L_{iv} = U_w - U_i + e_{s0} (\alpha_i - \alpha_w) .$$

Megjegyezzük, hogy a fenti összefüggés szigorúan véve csak a hármaspontban érvényes, de a meteorológiai gyakorlatban a teljes hőmérsékleti tartományban számolhatunk az $L_{il} = L_{iv} - L_{iv}$ összefüggéssel.

$$L_{il} = U_w - U_i + \int_i^l e_s d\alpha \quad \text{és} \quad \int_i^l e_s d\alpha \sim (e_{sw} \alpha_w - e_{si} \alpha_i) \ll (U_w - U_i) .$$

A fázisátalakulási hőben a párnymás integrálja általában elhanyagolható :

$$\alpha_w, \alpha_i \sim 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}, \quad |\alpha_w - \alpha_i| \sim 10^{-4} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}, \quad e_s^{(i)} < 611 \text{ Pa} .$$

IV.3.5. A fázisátalakulási hő hőmérsékletfüggése, a Planck-egyenlet

A fázisátalakulási hő a hőmérséklet növekedésével csökken. A fázisátalakulások vizsgálatakor ill. a fázisátalakulásból származó hőnek a légkör dinamikáját leíró egyenletekbe történő beépítésekor ezt a változást figyelembe kell venni. Vizsgáljuk meg tehát egységnyi tömegű víznek az (1) fázisból (2) fázisba történő átalakulását és határozzuk meg, hogyan függ a

fázisátalakulási hő a hőmérséklettől. Határozzuk meg a $\left(L_{12} = T(S_2 - S_1) = \int_i^2 Q \right)$

fázisátalakuláskor fellépő $\frac{L_{12}}{T}$ redukált hő hőmérséklet szerinti deriváltját.:

$$\frac{d \frac{L_{12}}{T}}{dT} = \frac{d(S_2 - S_1)}{dT} .$$

A fázisátalakulás adott hőmérsékleten és adott nyomáson végbemenő folyamat, ezért érdemes független változóként ezt a két állapotjelzőt használni. Így az entrópia megváltozása:

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial e_s} \right)_T d e_s + \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_{e_s} dT .$$

A redukált hőre felírt egyenletben végrehajtva a deriválásokat:

$$\frac{1}{T} \frac{dL_{12}}{dT} - \frac{L_{12}}{T^2} = \left[\left(\frac{\partial S_2}{\partial T} \right)_{e_s} - \left(\frac{\partial S_1}{\partial T} \right)_{e_s} \right] + \frac{de_s}{dT} \left[\left(\frac{\partial S_2}{\partial e_s} \right)_T - \left(\frac{\partial S_1}{\partial e_s} \right)_T \right]$$

Ezt felhasználva a fázisátalakulási hő hőmérséklet szerinti megváltozása:

$$\frac{dL_{12}}{dT} = \frac{L_{12}}{T} + T \left[\left(\frac{\partial S_2}{\partial T} \right)_{e_s} - \left(\frac{\partial S_1}{\partial T} \right)_{e_s} \right] + T \frac{de_s}{dT} \left[\left(\frac{\partial S_2}{\partial e_s} \right)_T - \left(\frac{\partial S_1}{\partial e_s} \right)_T \right].$$

A Clausius-Clapeyron-egyenlet $\left(\frac{de_s}{dT} = \frac{S_2 - S_1}{\alpha_2 - \alpha_1} = \frac{L_{12}}{T(\alpha_2 - \alpha_1)} \right)$, az I. főtétel szabadentalpiával

felírt $(dG = -SdT + \alpha dp)$ alakjából következő $\left(\frac{\partial S}{\partial e_s} \right)_T = - \left(\frac{\partial \alpha}{\partial T} \right)_{e_s}$ Maxwell-reláció, továbbá

az entrópia hőmérséklet szerinti izobárikus megváltozására adott $\left(\frac{dS}{dT} \right)_{e_s} = \frac{c_p}{T}$ egyenlőség

felhasználásával:

$$\frac{dL_{12}}{dT} = \frac{L_{12}}{T} + (c_{p2} - c_{p1}) - \frac{L_{12}}{\alpha_2 - \alpha_1} \left[\left(\frac{\partial \alpha_2}{\partial T} \right)_{e_s} - \left(\frac{\partial \alpha_1}{\partial T} \right)_{e_s} \right].$$

Legyen az egyik fázis a vízgőz, és vegyük figyelembe, hogy

- a vízgőz specifikus térfogata 5-6 nagyságrenddel nagyobb, mint a víz-, illetve a jégfázisé,
- a vízgőzfázis specifikus térfogatának hőmérséklet szerinti megváltozása sokkal nagyobb, mint a víz-, illetve a jégfázisé.

$$\alpha_v \gg \alpha_w, \alpha_v \gg \alpha_i, \quad \text{illetve} \quad \left(\frac{\partial \alpha_v}{\partial T} \right)_{e_s} \gg \left(\frac{\partial \alpha_w}{\partial T} \right)_{e_s}, \left(\frac{\partial \alpha_v}{\partial T} \right)_{e_s} \gg \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial T} \right)_{e_s},$$

továbbá

$$\left(\frac{\partial \alpha_v}{\partial T} \right)_{e_s} = \frac{R_v}{e_s}.$$

A közelítéseket figyelembe véve a párolgási, illetve a szublimációs hőre vonatkozó Planck-egyenlet

$$\frac{dL_{lv}}{dT} = c_{pv} - c_w, \quad \frac{dL_{iv}}{dT} = c_{pv} - c_i,$$

egyszerűsített alakjához jutunk, ahol $c_{pv} = 1850 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$, $c_w = 4218 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$, $c_i = 2106 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$. A fenti összefüggést gyakran Kirchhoff-egyenletként is említik.

Megjegyzés: A Planck-egyenlet egyszerűsített alakjához szemléletes úton röviden is eljuthatunk. Válasszunk ki a p - T diagramon az (1) és (2) fázis egyensúlyát kijelölő görbe két oldalán az egyensúlyi görbe közvetlen közelében egy-egy pontot. Az $A(p, T)$ pont essék az (1), a $B(p + dp, T + dT)$ a (2) fázisba. Vigyünk át az A pontból a B pontba kétféleképpen egységnyi tömegű anyagot. Az egyik esetben először melegedjék az anyag az (1) fázisban, és alakuljon át a (2) fázisba a $B(p + dp, T + dT)$ pontban, míg a második esetben lépjen át az anyag az $A(p, T)$ ponton a (2) fázisba, és melegedjék fel ott. Az anyag kétféle úton kerül ugyanabba az állapotba, ezért belső energiája ugyanannyival kell, hogy változzék. Tehát

$$L(p + dp, T + dT) + c_{p2} dT = L(p, T) + c_{p1} dT,$$

amiből

$$\frac{dL_{12}}{dT} = c_{p2} - c_{p1}.$$

A gondolatmenetben elhanyagoltuk a távulási munka eltérését a két fázisban, valamint feltételeztük, hogy a hőmérsékletváltozáshoz szükséges hőközlés során a fajhő jó közelítéssel állandó.

IV.4. A nedves levegő jellemzői

IV.4.1. A víztartalom mérőszámai

A következőkben a telítetlen, illetve a telített nedves levegő víztartalmának mennyiségi jellemzőivel foglalkozunk.

IV.4.1.1 **Sűrűség** (ρ), [kg m^{-3}]

A vízgőz fázis sűrűsége: ρ_v ,

a vízfázis sűrűsége: ρ_w ,

a jégfázis sűrűsége: ρ_i ,

a légréteg teljes víztartalmának sűrűsége: $\rho_{vs} + \rho_w + \rho_i$,

a nedves levegő sűrűsége: $\rho_m = \rho_d + \rho_{vs} + \rho_w + \rho_i$.

IV.4.1.2 **Abszolút nedvesség** (a), [g m^{-3}]

Az abszolút nedvesség megadja, hogy 1 m³-nyi levegőben hány gramm víz található. Az abszolút nedvességet értelmezhetjük a víz egyes fázisaira, illetve a levegő teljes víztartalmára.

- A vízgőzfázis abszolút nedvessége: a_v ,
 a vízfázis abszolút nedvessége: a_w ,
 a jégfázis abszolút nedvessége: a_i ,
 a légréz teljes víztartalmának abszolút nedvessége: $a = a_{vs} + a_w + a_i$.

IV.4.1.3 *Specifikus térfogat* (α), [m³ kg⁻¹]

- A vízgőz-fázis specifikus térfogata: $\alpha_v = \frac{l}{\rho_v}$,
 a vízfázis specifikus térfogata: $\alpha_w = \frac{l}{\rho_w}$,
 a jégfázis specifikus térfogata: $\alpha_i = \frac{l}{\rho_i}$,
 a légréz teljes víztartalmának specifikus térfogata: $\frac{l}{\alpha_{vs} + \frac{l}{\alpha_w} + \frac{l}{\alpha_i}}$,
 a nedves levegő specifikus térfogata: $\alpha_m = \frac{1}{\rho_m} = \frac{l}{\frac{l}{\alpha_d} + \frac{l}{\alpha_{vs}} + \frac{l}{\alpha_w} + \frac{l}{\alpha_i}}$.

IV.4.1.4 *A vízgőz parciális nyomása* (e), [Pa]

A vízgőzre vonatkozó állapotegyenlet szerint

$$e = \frac{R_v T}{\alpha_v}.$$

A nedves levegő nyomása

$$p = p_d + e \text{ [Pa]}.$$

A meteorológiai gyakorlatban a nyomást általában hPa-ban, illetve mbar-ban adjuk meg. A nedves levegőre vonatkozó állapotegyenlet szerint

$$p = \frac{R_m T}{\alpha_m}.$$

Telítési gőznyomás (e_s), [Pa]

A telítési gőznyomás megadja, hogy a nedves levegőnek adott hőmérsékleten mekkora lehet a maximális gőznyomása.

IV.4.1.5 Harmatpont (vagy a harmatpont hőmérséklete)

A harmatpontnak nevezzük azt a T_d hőmérsékletet, amelyre lehűtve a nedves levegőt éppen telítetté válik. (A harmatpont nem lehet nagyobb a léghőmérsékletnél.)

A harmatpontot a $\frac{de_s}{dT} = \frac{L_{12}}{R_v} \frac{e_s}{T^2}$ Clausius–Clapeyron-egyenlet felhasználásával számíthatjuk ki. Az egyenlet alapján

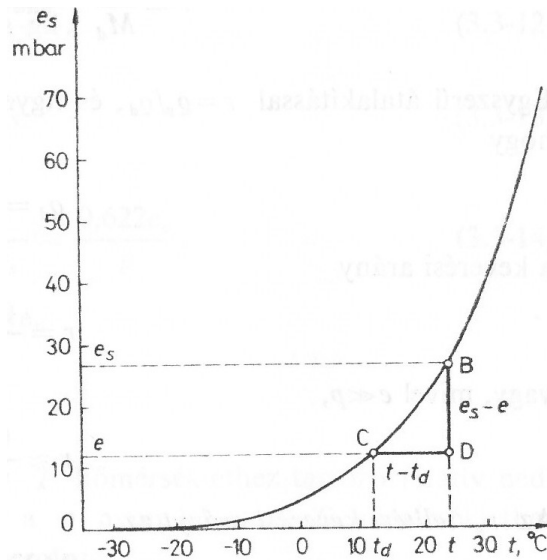
$$T_d = \frac{I}{\frac{I}{T_0} - \frac{R_v}{L_{12}} \ln \frac{e_s}{e_{s0}}},$$

ahol e_{s0} a $T_0 = 273,15$ K hőmérsékletéhez tartozó telítési gőznyomás, míg L_{12} a vízre, illetve a túlhűlt vízre vonatkozó párolgási hő (L_{lv}). Jégfázis esetén a szublimációs hőt (L_{lv}) használjuk.

A Magnus–Tetens-formula $\left(e_s = e_{s0} \cdot 10^{\frac{at}{b+t}} \right)$ felhasználásával szintén megadható a harmatpont:

$$t_d = \frac{\frac{b}{\ln 10} \ln \frac{e_s}{e_{s0}}}{a - \frac{I}{\ln 10} \ln \frac{e_s}{e_{s0}}}.$$

A telítési gőznyomás hőmérséklet- (pontosabban harmatpont-) függését a 3. ábra szemlélteti.



3. ábra. A telítési gőznyomás hőmérsékletfüggése, illetve a telítési hiány és a harmatpontdeficit ábrázolása a $t-e$ diagramon. (Götz G., Rákóczi F., 1981: A dinamikus meteorológia alapjai. Tankönyvkiadó, Budapest, 3.2. ábra, 99. oldal.)

IV.4.1.6 A harmatpontdeficit

A $(T - T_d)$ harmatpontdeficit megadja a hőmérséklet és a harmatpont közötti különbséget. A rádiószondás mérések, illetve a számszerű előrejelzési modellek által szolgáltatott harmatpontdeficit értékekből az adott magassági szint felhőzetére, illetve a lehetséges csapadékhullásra következtethetünk. Ha a harmatpontdeficit 2-3 °C- nál kisebb, akkor felhőzetre, ha 1- 0,5 °C-nál is kisebb akkor csapadékhullásra számíthatunk.

IV.4.1.7 Telítési hiány

Az $(e_s - e)$ telítési hiány megadja a T hőmérsékletű levegőben a maximális parciális gőznyomás és a ténylegesen ott levő vízgőz parciális gőznyomásának a különbségét.

IV.4.1.8 Keverési arány

Az $r \left[\frac{\text{kg}}{\text{kg}} \right]$ keverési arány megadja a légrészben levő víz és a száraz levegő arányát, másképp fogalmazva: megadja, hogy 1 kg száraz levegőben hány kg víz van. A keverési arányt értelmezhetjük a víz egyes fázisaira, illetve a teljes víztartalomra. A nedves levegő leírásakor gyakran használjuk a keverési arányt, vagyis $(1 + r)$ kg tömegű levegőrészt vizsgálunk.

$$\text{A vízgőz-fázis keverési aránya: } r_v = \frac{m_v}{m_d} = \frac{\rho_v}{\rho_d},$$

a vízfázis keverési aránya: $r_w = \frac{m_w}{m_d} = \frac{\rho_w}{\rho_d}$,

a jégfázis keverési aránya: $r_i = \frac{m_i}{m_d} = \frac{\rho_i}{\rho_d}$,

a többfázisú, telített nedves levegő keverési aránya: $r = \frac{m_{vs} + m_w + m_i}{m_d} = \frac{\rho_{vs} + \rho_w + \rho_i}{\rho_d}$,

$$r = r_{vs} + r_w + r_i .$$

A telítetlen nedves levegő keverési arányát a légnyomás és a gőznyomás segítségével is kifejezhetjük:

$$r = r_v = \frac{\rho_v}{\rho_d} = \frac{R_d}{R_v} \frac{e}{p - e} .$$

A száraz levegőre és a vízgőzre vonatkozó specifikus gázállandó hányadosa $\frac{R_d}{R_v} = 0,622$, reciproka $\frac{R_v}{R_d} = 1,608$. A keverési arány tehát:

$$r = r_v = \frac{\rho_v}{\rho_d} = 0,622 \frac{e}{p - e} \sim 0,622 \frac{e}{p} .$$

Az $r_s \left[\frac{kg}{kg} \right]$ telítési keverési arány megadja a telített nedves levegőben a vízgőz és a száraz levegő arányát. A telítési keverési arány használatakor olyan telített nedves levegőre gondolunk, amelyben csak egy fázis van. Több fázis jelenlétekor természetesen a gőzfázisra vonatkozó keverési arány telítési értékét kell használni.

$$r_s = r_{vs} = \frac{\rho_{vs}}{\rho_d} = 0,622 \frac{e_s}{p - e_s} \sim 0,622 \frac{e_s}{p} .$$

IV.4.1.9 *Specifikus nedvesség*

A $q \left[\frac{kg}{kg} \right]$ specifikus nedvesség megadja a légrészben levő víz és a nedves levegő arányát, másképpen fogalmazva, megadja, hogy 1 kg nedves levegőben mennyi víz van. A specifikus nedvességet használják többek között a vízgőz turbulens kicserélődési folyamatainak (párolgás) leírásában, illetve a légköri vízgőzre vonatkozó kontinuitási egyenletben. Itt egységnyi tömegű nedves levegőre vonatkozó mennyiségeket adunk meg. A specifikus nedvességet – a keverési arányhoz hasonlóan – értelmezhetjük a víz egyes fázisaira, illetve a teljes víztartalomra. Ehhez azonban ismernünk kell a nedves levegő tömegét (m_m), illetve sűrűségét (ρ_m).

a vízgőz-fázis specifikus nedvessége: $q_v = \frac{m_v}{m_m} = \frac{\rho_v}{\rho_m}$,

a vízfázis specifikus nedvessége: $q_w = \frac{m_w}{m_m} = \frac{\rho_w}{\rho_m}$,

a jégfázis specifikus nedvessége: $q_i = \frac{m_i}{m_m} = \frac{\rho_i}{\rho_m}$,

a több fázisú, telített nedves levegő specifikus nedvessége: $q = q_{vs} + q_w + q_i$

$$q = \frac{m_{vs} + m_v + m_i}{m_m} = \frac{\rho_{vs} + \rho_w + \rho_i}{\rho_m},$$

A specifikus nedvességet gyakran jelöljük s -sel is. A telítetlen nedves levegő specifikus nedvességét a légnyomás és a gőznyomás segítségével adjuk meg.

$$q = q_v = \frac{\rho_v}{\rho_d + \rho_v} \quad q = \frac{\frac{e}{R_v T}}{\frac{p - e}{R_d T} + \frac{e}{R_v T}}$$

A hőmérséklettel egyszerűsítve, majd a száraz levegő gázállandójával bővítve a törtet kapjuk, hogy

$$q = \frac{\frac{R_d}{R_v} e}{p - \left(1 - \frac{R_d}{R_v}\right) e},$$

és így

$$q = \frac{0,622e}{p - 0,378e}.$$

A $q_s \left[\frac{\text{kg}}{\text{kg}} \right]$ telítési specifikus nedvesség megadja a telített nedves levegőben a vízgőz és a nedves levegő arányát:

$$q_s = \frac{0,622e_s}{p - 0,378e_s}.$$

A specifikus nedvesség és a keverési arány között egyszerű összefüggés áll fenn. E két egymástól alig különböző nedvességi karakterisztika definíciós egyenlete szerint:

$$q = \frac{r}{1+r}, \text{ illetve } r = \frac{q}{1-q}.$$

Sok esetben alkalmazhatjuk a $r \cong q \cong 0,622 \frac{e}{p}$ összefüggést.

IV.4.1.10 A relatív nedvesség (f). [%]

Az $f\%$ relatív nedvesség megadja, hogy adott hőmérsékleten a lehetséges vízgőztartalomnak hány százaléka van a levegőben. A lehetséges víztartalom a telítési gőznyomás és a hőmérséklet alapján számítható. Ha a relatív nedvesség 100 %, akkor a levegőrész telített, e felett túltelített nedves levegőről beszélünk.

$$f = 100,0 \frac{\rho_v}{\rho_{vs}} = 100,0 \frac{\alpha_{vs}}{\alpha_v} = 100,0 \frac{e}{e_s} [\%].$$

A relatív nedvességet gyakran a tényleges és a lehetséges keverési arány, illetve specifikus nedvesség hányadosával adjuk meg. Ez a definíció azonban nem pontos – olyan relatív nedvességi fogalmat takar, ami a légköri vízgőztartalom és a hőmérsékleten kívül a légnyomástól is függ, tehát ugyanaz a vízgőztartalom ugyanolyan hőmérsékleten a légnyomás értékétől függően más és más relatív nedvességet jelent. A gyakorlati számításokban ez a pontatlanság elhanyagolható.

$$f \cong 100,0 \frac{r_v}{r_{vs}} = 100,0 \frac{e}{e_s} \frac{p - e_s}{p - e},$$

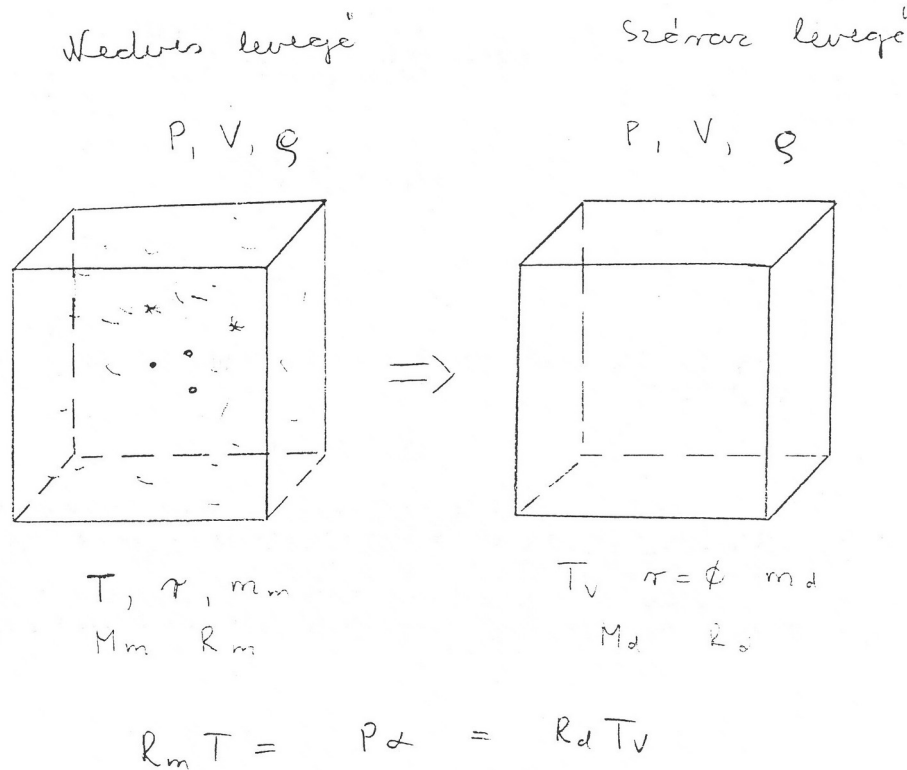
$$f \cong 100,0 \frac{q_v}{q_{vs}} = 100,0 \frac{e}{e_s} \frac{p - \left(1 - \frac{R_d}{R_v}\right) e_s}{p - \left(1 - \frac{R_d}{R_v}\right) e}.$$

IV.4.2. A nedves levegő izobárikus folyamatokkal definiálható hőmérsékletei

A következőkben három – izobárikus folyamattal – definiálható hőmérsékletet mutatunk be. E hőmérsékleti fogalmak lehetővé teszik a telítetlen, illetve a telített nedves levegőben lejátszódó folyamatok egyszerűbb leírását, illetve ekvivalens, száraz levegőben lejároló folyamatokra történő visszavezetését.

IV.4.2.1 A virtuális hőmérséklet (T_v)

A virtuális hőmérséklet az a hőmérséklet, amit a száraz levegő venne fel, ha nyomása és sűrűsége (vagy specifikus térfogata) megegyezne a vizsgált nedves levegő nyomásával és sűrűségével (illetve specifikus térfogatával).



4. ábra. A virtuális hőmérsékletet leíró izobárikus folyamat.

A virtuális hőmérséklet bevezetésével tehát a nedves levegőről áttérhetünk a száraz levegőre. Ezt a hőmérsékletfogalmat – a száraz levegő egyszerűbb kezelhetősége miatt – gyakran használjuk olyan feladatokban, ahol

(i) fontos a légréz nyomás- és sűrűségváltozása, illetve

(ii) nincsenek fázisátalakulások. Így pl. a rádiószondás mérések kiértékelésénél, a hőmérséklet és a nyomás közötti kapcsolat kiszámításánál, vagy a felszínközeli réteg turbulens kicserélődési folyamatainak leírásában, továbbá olyan numerikus modellekben, ahol nem számolunk fázisátalakulásokkal (pl. planetáris határreteg modellek).

Legyen a telítetlen nedves levegő hőmérséklete, nyomása és keverési aránya rendre $T, p, r = r_v$. Ekkor:

$$p \alpha_m = R_m T \equiv R_d T_v = p \alpha_d .$$

A virtuális hőmérséklet meghatározásához ismernünk kell a nedves levegő $R_m = \frac{R^*}{M_m}$ gázállandóját, ahol $M_m = \frac{\rho_v + \rho_d}{\frac{\rho_v}{M_v} + \frac{\rho_d}{M_d}}$. Ezt elosztva a száraz levegő sűrűségével, majd

kihasználva a keverési arány definícióját $M_m = M_d \frac{I+r}{\frac{R_v}{R_d} r + I}$. A nedves levegő gázállandója

tehát felírható a száraz levegő gázállandója és a keverési arány segítségével:

$$R_m = R_d \frac{I}{I+r} \left(I + \frac{R_v}{R_d} r \right) = R_d \frac{I + 1,608 r}{I+r}.$$

Így:

$$T_v R_d = T R_d \frac{I + 1,608 r}{I+r},$$

$$T_v = T \left(I + \frac{0,608 r}{I+r} \right).$$

Kihasználva, hogy $r \ll I$ megkapjuk a virtuális hőmérséklet meghatározására szolgáló munkaformulát:

$$T_v \cong T (1 + 0,608 r).$$

A virtuális hőmérséklet mindig nagyobb, mint a tényleges hőmérséklet. Ez érthető, hiszen a kevert levegő kisebb molekulatömegű vízgőzét cseréljük ki a nagyobb molekulatömegű száraz levegőre úgy, hogy a rendszer nyomása és specifikus térfogata ne változzék.

Általános esetben, amikor a felhőlevegőben egyszerre több fázis található ($r = r_{vs} + r_w + r_i$), a száraz levegő, illetve a különböző fázisokban levő víz sűrűsége:

$$\rho_d = \frac{p - e_s}{R_d T} = \frac{p \left(I - \frac{r_{vs}}{r_{vs} + \frac{R_d}{R_v}} \right)}{R_d T},$$

$$\rho_v = \frac{e_s}{R_v T} = \frac{p \frac{R_d}{R_v} \left(\frac{r_{vs}}{r_{vs} + \frac{R_d}{R_v}} \right)}{R_d T},$$

$$\rho_w = \frac{m_w}{V} = \frac{m_w}{m_d} \frac{m_d}{V} = r_w \rho_d, \quad \text{illetve} \quad \rho_i = r_i \rho_d.$$

A nedves levegő sűrűsége:

$$\rho_m = \frac{(I + r_w + r_i) p \left(I - \frac{r_{vs}}{r_{vs} + \frac{R_d}{R_v}} \right)}{R_d T} + \frac{p \frac{R_d}{R_v} \frac{r_{vs}}{r_{vs} + \frac{R_d}{R_v}}}{R_d T},$$

$$\rho_m = \frac{p}{R_d T_v} = \frac{p}{R_d T} \frac{\frac{R_d}{R_v}}{r_{vs} + \frac{R_d}{R_v}} (I + r_{vs} + r_w + r_i).$$

Ezt felhasználva a virtuális hőmérséklet általános alakja:

$$T_v = T \frac{r_{vs} + \frac{R_d}{R_v}}{\frac{R_d}{R_v}} \frac{I}{(I + r_{vs} + r_w + r_i)}.$$

Kihasználva, hogy $r \ll I$, $r^2 \ll r$:

$$T_v \cong T \left[1 + \frac{\frac{R_d}{R_v}}{\frac{R_d}{R_v}} r_{vs} - r_w - r_i \right],$$

s így a számításokban jól alkalmazható munkaformula a

$$T_v \cong T \left[1 + 0,608 r_{vs} - r_w - r_i \right].$$

alakot ölti.

IV.4.2.2 Az ekvivalens hőmérséklet (T_e)

Az ekvivalens hőmérséklet az a hőmérséklet, amit a kezdetben P nyomású T hőmérsékletű r_v keverési arányú $(1 + r_v)$ kg tömegű levegő felvenne, ha izobárikus folyamatok során a benne levő vízgőz T hőmérsékleten kondenzálna és a kondenzálódott víz azonnal eltűnne a levegőből. A fázisátalakulási folyamatok során keletkező hő a rendszerben marad.

A kezdetben $(1 + r_v)$ kg tömegű levegőrész a folyamat végén 1 kg tömegű lesz. Tehát a száraz levegő parciális gőznyomása a folyamat során növekszik. A környezet nyomása nem változik, a légréteg sűrűsége azonban igen. Az ekvivalens hőmérsékletet a fázisátalakulások során felszabaduló hő számszerűsítésére használjuk, így érdektelen számunkra a fiktív légréteg sűrűsége. Eltekintünk attól is, hogy a valóságban a fázisátalakulás különböző hőmérsékleteken

megy végbe, s a teljes vízgőz mennyiség sohasem kondenzálódhat. Az ekvivalens hőmérsékletet definiáló folyamat során az 1 kg száraz levegővel közölt hő:

$$\int_T^{T_e} dQ = - \int_{r_v}^0 L_{lv} dr = L_{lv} r_v.$$

A folyamat során nem változik a légréteg nyomása, de a légréteg víztartalmának folyamatosan eltávolításával nő a száraz levegő, illetve csökken a vízgőz parciális nyomása. Változik a légréteg tömege. A termodinamika I. főtétele szerint:

$$L_{lv} r_v = \int_T^{T_e} c_{pd} dT - \int_{p_d}^p \alpha_d dp_d - \int_e^0 r \alpha_v de.$$

A jobb oldal első tagja adja meg az egységnyi tömegű száraz levegő által állandó nyomáson felvett hőt, a második tag a száraz levegő, a harmadik tag pedig a légrétegből kivont vízgőz munkáját. Kívülről nézve a folyamat izobárikus ($dp_d = -de$). Kihhasználva, hogy $r\alpha_v = \alpha_d$, a jobb oldal második és harmadik tagja ugyanolyan nagyságú, de ellentétes előjelű lesz, s kiejtik egymást.

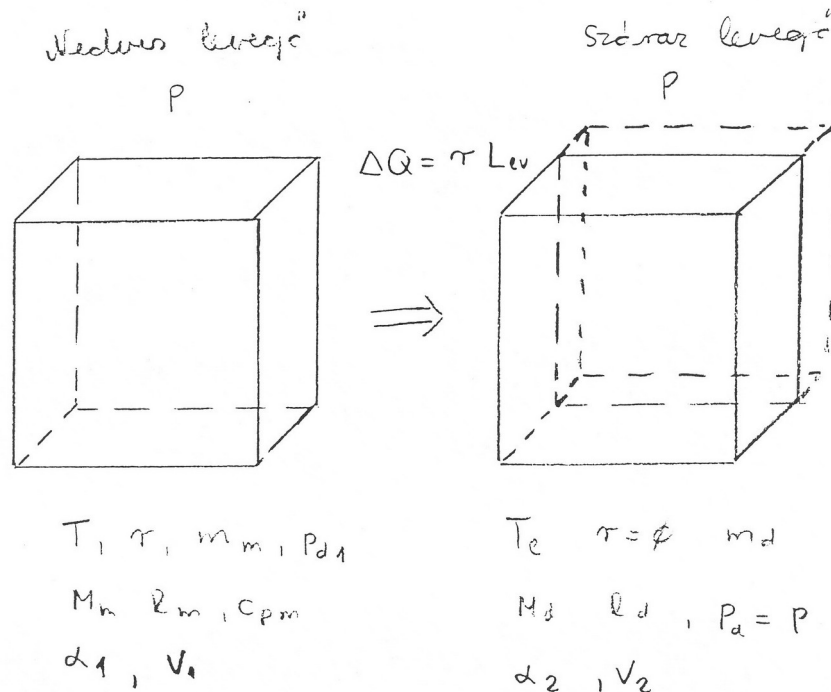
Így:

$$T_e = T + \frac{L_{lv}}{c_{pd}} r_v.$$

(0 °C alatti hőmérsékleten a túlhűlt vízre vonatkozó fázisátalakulási hőt kell figyelembe venni.)

A fenti megfontolás alapján az ekvivalens hőmérséklet definíciója helyett célszerű a következő, egyszerű meghatározást használni. Az ekvivalens hőmérséklet az a hőmérséklet, amire az egységnyi tömegű, kezdetben T hőmérsékletű és P nyomású száraz levegő felmelegszik, ha izobárikus folyamat során felveszi az $(1+r)$ [kg] tömegű, szintén P nyomású és T hőmérsékletű nedves levegőből a T kezdeti hőmérsékleten kikondenzálódó teljes vízgőz mennyiség (r_v [kg]) fázisátalakulási hőjét.

Az ekvivalens hőmérsékletet akkor használjuk, ha a fázisátalakulási folyamatokat szeretnénk egyszerűen modellezni. A kezdeti állapotban telítetlen vagy éppen telített nedves levegővel dolgozunk. A fázisátalakulást kísérő hőtani folyamatokat elválasztjuk a légrézecsckétől, egyszerre használjuk a légréteg tényleges hőmérsékletét, tényleges vízgőztartalmát és az ekvivalens hőmérsékletét.



5. ábra. Az ekvivalens hőmérsékletet leíró izobárikus folyamat.

IV.4.2.3 Ekvivalens potenciális hőmérséklet

Az ekvivalens hőmérséklethez a tényleges hőmérséklethez hasonlóan potenciális hőmérséklet rendelhető. Vigyük gondolatban a kezdetben T hőmérsékletű, P nyomású és T_e ekvivalens hőmérsékletű légrést adiabatikusan a $p_0 = 1000$ hPa-os szintre. A légrést itteni ekvivalens hőmérséklete két részből tevődik össze: a száraz adiabatikusan elmozduló légrést hőmérsékletváltozásából – hiszen a kiindulási állapotban vettük ki a vízgőzt és adtuk hozzá a fázisátalakulás során felszabaduló hőt – és az ekvivalens hőmérséklet adalék tagjából $\left(\frac{L_v r_v}{c_{pd}} \right)$.

Az így kapott hőmérsékletet nevezzük ekvivalens potenciális hőmérsékletnek:

$$T_e(1000 \text{ hPa}) = T \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{R_d}{c_{pd}}} + \frac{L_v r_v}{c_{pd}} = \Theta_{ep}$$

Ez a hőmérséklet csak a kiindulási állapot adataitól függ. Tetszőleges adiabatikus változás esetén invariánsnak tekinthető. Vegyük észre, hogy az ekvivalens potenciális hőmérséklet meghatározására használt fiktív folyamat során a légrést potenciális hőmérséklete és vele együtt entrópiája is növekszik.

Valóságos folyamatban a levegő nem veheti fel sem az ekvivalens hőmérsékletet sem az ekvivalens potenciális hőmérsékletet. A hőmérsékletek meghatározása és alkalmazása azonban lehetővé teszi a telítetlen és a telített nedves levegő egyszerű leírását.

Feltételezzük, hogy az adiabatikusan elmozduló légréstben az ekvivalens potenciális hőmérséklet állandó.

$$\frac{d\Theta_{ep}}{dt} = 0 \quad .$$

Adott p_1 nyomáson a légrész hőmérséklete (T_1):

$$T_1 = \left(\Theta_{ep} - \frac{L_v \hat{r}_v}{c_{pd}} \right) \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{R_d}{c_{pd}}}, \quad \text{ahol } \hat{r} = \begin{cases} r_v, & \text{ha a légrész telítetlen} \\ r_{vs}(T_1, p_1), & \text{ha a légrész telített} \end{cases}$$

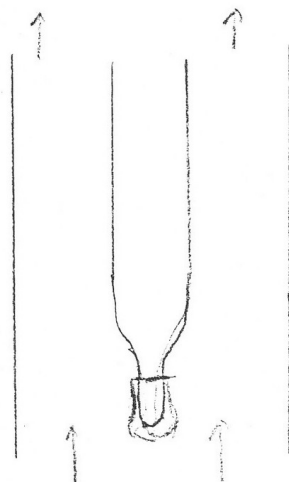
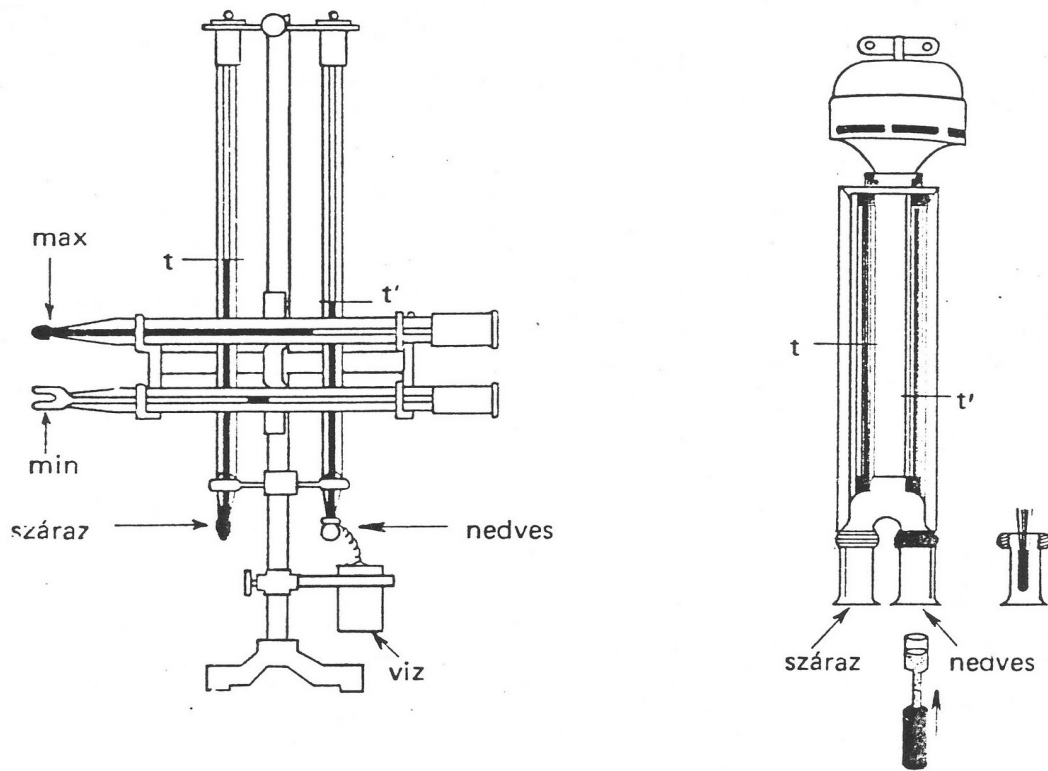
Itt r_v a kiindulási állapotban mért keverési arány. Ez az egyenlet, bár nem analitikusan, de megoldható.

Az emelkedő légrészben különböző hőmérsékleteken következik be a kondenzáció. Pontosabbá tenné a számítást, ha nem a fázisátalakulások során bekövetkező hőmennyiség-változással (ez is csak egy közelítő becslés), hanem az ennél általánosabb entrópiaváltozással foglalkoznánk. (E kérdéshez a pszeudo-nedves adiabatikus folyamatok kapcsán még visszatérünk.)

IV.4.2.4 A nedves hőmérséklet (T_w)

A nedves hőmérséklet az a hőmérséklet, amit a P nyomású, T hőmérsékletű, kezdetben r_v keverési arányú telítetlen vagy éppen telített levegőrész felvesz, ha adott nyomáson annyi vizet párologtatunk (ill. szublimálunk) bele adiabatikus körülmények között, hogy éppen telítetté váljék. A párolgáshoz (szublimációhoz) szükséges hőt maga a nedves levegő fedezi.

Telített nedves levegő esetén természetesen a hőmérséklet, harmatpont és a nedves hőmérséklet azonos ($T = T_d = T_w$). A keverék levegő esetén fizikailag megvalósítható a telítésig történő bepárologtatási folyamat, amelynek során a levegő felveszi a megfelelő nedves hőmérsékletet. Ez a folyamat irreverzibilis, fordított irányban ugyanis a lecsapódás más hőmérsékleten történne, mint a párolgás. A nedves hőmérséklet definíciójához illeszkedő fizikai folyamat szolgál alapul az ún. „psychrométeres nedvességméréshez”. A nedvesség meghatározását ekkor hőmérsékletmérésre vezetjük vissza. A méréshez úgynevezett száraz-nedves hőmérőpárt használunk (higanyos, vagy elektromos) amely mind a meteorológiai állomásokon, mind a felszínközeli nedvességgradiens mérésénél megkívánt pontossági követelményeket kielégíti. Egyszerűsége miatt széles körben elterjedt. (Természetesen a gradiensmérések pontossági követelménye a nagyobb – század fok.) A gyakorlatban a nedves hőmérséklet addig mérhető megbízhatóan, amíg a nedves hőmérő gömbje nem fagyott, vagyis, amíg a nedves hőmérséklet 0°C feletti.



$P, T_w, r_s(T_w)$
 $e_s(T_w)$
 $R_{m_1}, c_{p_{m_1}}$

P, T_1, r_1, e_1
 $R_{m_1}, c_{p_{m_1}}$

6. ábra. A nedves hőmérséklet mérése. A nedves hőmérsékletet meghatározó izobárikus folyamat.

Legyen a kiindulási állapotban a telítetlen nedves levegő hőmérséklete, nyomása és keverési aránya rendre $(T_1, p_1 = (p_{d1} + e_1), r_1)$, a végállapotban pedig

$(T_w, p_2 = [p_{d2} + e_s(T_w)], r_{vs}(T_w))$. A termodinamika I. főtétele szerint a nedves hőmérő gömbjénél lejátszódó izobárikus folyamat a következőképpen írható le:

$$- \int_{r_v}^{r_{vs}} L_v(T_w) dr = \int_{T_1}^{T_w} c_{pd} dT - \int_{p_{d1}}^{p_{d2}} \alpha_d dp_d + \int_{T_1}^{T_w} r_{v1} c_{pv} dT - \int_{e_1}^{e_s(T_w)} r_v \alpha_v de,$$

ahol $L_v(T_w)$ és $e_s(T_w)$ a T_w nedves hőmérsékletre tartozó fázisátalakulási hő és telítési vízgőznyomás. Az egyenlet jobb oldalának első két tagja a száraz levegőre, a harmadik és a negyedik tag pedig a vízgőzre vonatkozik. Az egyenlet mutatja, hogy a párolgáshőt a nedves levegő lehűlése és a rajta végzett tágulási munka fedezi. Ez utóbbi azonban kiesik, mivel a parciális gőznyomás megváltozásából származó 2. és 4. tag azonos abszolút értékű, de egymással ellentétes előjelű, hiszen

$$r_v \alpha_v = \alpha_d, \text{ továbbá, } dp = 0 \text{ és } dp_d = -de.$$

Ennek felhasználásával és a párolgási hő és a fajhő értékének konstanssal való közelítésével kapjuk a következő összefüggést:

$$-L_v(T_w)(r_{vs}(T_w) - r_{v1}) = c_{pd}(T_w - T_1) + r_{v1} c_{pv}(T_w - T_1),$$

ahol $r_{vs}(T_w)$ a T_w nedves hőmérsékletre tartozó telítési keverési arány adott P nyomáson. A fenti egyenletet tovább alakítva:

$$T_w = T_1 - \frac{L_v(T_w)}{c_{pd} + r_{v1} c_{pv}} (r_{vs}(T_w) - r_{v1}),$$

ami tovább egyszerűsíthető. A nedves levegő állandó nyomáson, illetve állandó térfogaton vett fajhője kifejezhető a száraz levegő megfelelő fajhője, illetve a gőzfázis keverési aránya alapján. Tekintsünk $(1 + r_v)$ kg nedves levegőt! Az egységnyi tömegű levegővel közöljünk dQ hőmennyiséget! Ekkor a termodinamika I. főtétele szerint:

$$(1 + r_v) dQ = c_{pd} dT + r_v c_{pv} dT.$$

A keverék fajhője:

$$c_{pm} = \frac{1}{1 + r_v} (c_{pd} + r_v c_{pv}).$$

A száraz levegőt kétatomos gáznak tekintjük. Szabadsági foka: $f = 5$. A vízgőz – mint többatomos gáz – 6 szabadsági fokú. Így a korábbról ismert statisztikus fizikai megfontolások szerint fennáll, hogy

$$\frac{c_{pv}}{c_{pd}} = \frac{f_v + 2}{f_d + 2} \frac{M_d}{M_v} = \frac{8}{7} \cdot 1,608 = 1,84$$

és

$$\frac{c_{vw}}{c_{vd}} = \frac{f_v}{f_d} \frac{M_d}{M_v} = \frac{6}{5} \cdot 1,608 = 1,93.$$

Így a keverék fajhőjére azt kapjuk, hogy

$$c_{pm} = c_{pd} (1 + 0,84 r_v), \quad c_{vm} = c_{vd} (1 + 0,93 r_v),$$

gázállandójára pedig

$$R_m = \frac{I}{I + r_v} (R_d + r_v R_v) = R_d \frac{I + r_v \frac{R_v}{R_d}}{I + r_v} \cong R_d (1 + 0,608 r_v).$$

A fentiek felhasználásával a nedves hőmérséklet alakja tovább egyszerűsödik:

$$T_w = T_1 - \frac{L_{lv}(T_w)}{(1 + r_{v1}) c_{pm}} (r_{vs}(T_w) - r_{v1}).$$

Mivel $r_{v1} \ll 1$ és $c_{pm} \gg c_{pd}$ a nedves hőmérsékletre a következő közelítő formula adódik:

$$T_w \sim T_1 - \frac{L_{lv}(T_w)}{c_{pd}} (r_{vs}(T_w) - r_{v1}).$$

Az ekvivalens hőmérséklet felhasználásával pedig:

$$T_w \sim T_e - \frac{L_{lv}(T_w)}{c_{pd}} r_{vs}(T_w).$$

IV.5. Száraz és nedves adiabaták, a vertikálisan elmozduló légrésszel kapcsolatos hőmérsékleti fogalmak

A következőkben egy vertikálisan elmozduló légréssz termodinamikai útját elemezzük. A levegő jó hőszigetelő, így a vertikális mozgások során bekövetkező változásokat első közelítésként adiabatikusnak tekinthetjük.

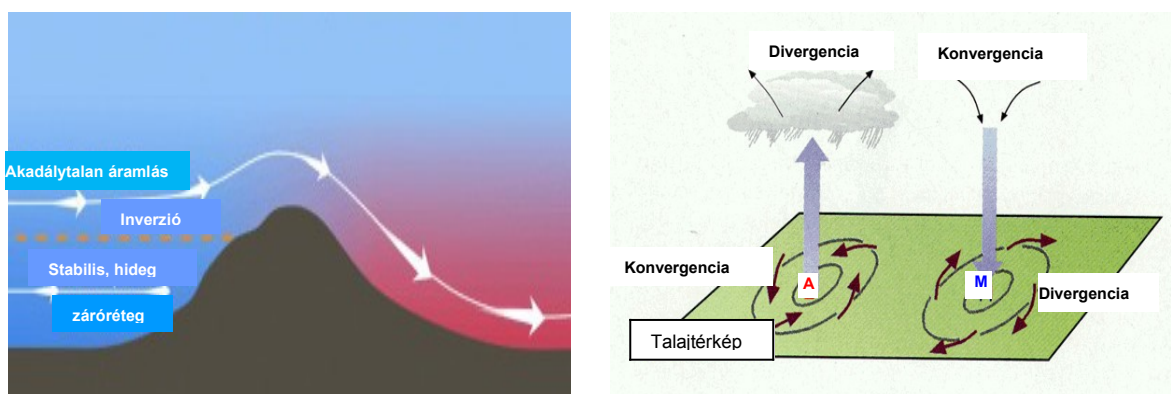
Elsőként a reverzibilis nedves adiabatákkal (a légréssz entrópiája nem változik) foglalkozunk. Ezt követi a pszeudonedves adiabaták bemutatása. Ez egy irreverzibilis termodinamikai folyamat. Az emelkedő légrésszből a kikondenzálódott víz-, vagy túlhűlt vízcseppecskék azonnal kihullnak; a légréssz entrópiája csökken. A valóságban az emelkedő légréssz az ezen két folyamat által meghatározott termodinamikai utak között halad. Az emelkedő légrésszből a kikondenzálódott vízcseppek, illetve jégkristályok egy része kihullik. Felhő- és csapadékelemek természetesen a környezetből is besodródhatnak. A fagyás sem 0 °C-

on kezdődik, tisztán túlhűlt vízcseppekből álló felhők is ritkán fordulnak elő, különösen, -10 °C feletti hőmérsékleten. Tisztán jégfelhők a -41 °C -os kritikus hőmérséklet alatt lesznek.

Vizsgálatunk háttérben a vertikálisan elmozduló légréteg entrópiájának a meghatározása áll. Ha követjük az emelkedő légréteg hőmérsékletváltozását a nyomás (illetve a magasság) függvényében, akkor a légkör stabilitási viszonyaira következtethetünk, ami alapvető fontosságú a konvektív rendszerek előrejelzésében. A két elméleti görbe (reverzibilis nedves és pszeudoneedves adiabata) között a légréteg valódi mozgását már a numerikus modelleredmények feldolgozásával, illetve a háromdimenziós légkör megfigyeléséből (pl. mikrohullámú nedvesség és víztartalom profilmérések), statisztikai-dinamikai módszerekkel lehet meghatározni. Ez a dinamikus meteorológiai kutatás ma is fejlődő területe. Ehhez adjuk meg az elméleti alapokat.

A fejezetet a pszeudoadiabatikus folyamatokkal megadható hőmérsékleti fogalmak bemutatásával zárjuk. Tárgyaljuk a pszeudoneedves és a pszeudoekvivalens potenciális hőmérséklet meghatározását.

Kövessük a vertikálisan elmozduló légréteg hőmérséklet-nyomás változását. Az emelkedő, vagy a leszálló mozgás oka lehet lokális instabilitás, mezo- vagy nagyskálájú légköri mozgásrendszerek, a frontfelületek mozgása, vagy az orográfia hatása (7. ábra)



7. ábra. Példa feláramlás kialakulására (orográfia, illetve a nagyskálájú folyamatok hatására).

IV.5.1. A reverzibilis nedves adiabata

Ismerkedjünk meg a kezdetben T hőmérsékletű, P nyomású, r_v keverési arányú telítetlen nedves levegő reverzibilis adiabata mentén történő elmozdulásával (2. ábra). Numerikus modellekben a nedves levegő sűrűségével számolunk. Ott a specifikus nedvesség (q) alkalmazása terjedt el.

A reverzibilis nedves adiabatikus folyamat során nem változik sem a légréteg tömege, sem entrópiája. A vízgőz egy része a kondenzációs szint elérése után kicsapódik, vagy kifagy. Az egyszerűség kedvéért azzal a feltételezéssel élünk, hogy a fagyás 0 °C -on következik be. A fázisátalakulás 100%-os relatív nedvességen történik. Elhanyagoljuk a mikrofizikai folyamatokat is. Ez elméleti eset, ami a valóságban nem fordulhat elő.

Természetesen ennél összetettebb modellel is dolgozhatunk: pl. a fagyás nem 0 °C -on kezdődik, egy adott hőmérsékleti intervallumban zajlik. Ennek elemzése azonban már nem e tankönyv feladata.

Nézzük a reverzibilis nedves adiabatikus folyamatot. Vizsgáljuk a telítetlen nedves levegő állapotváltozását, a kondenzációs ($T > 0\text{ °C}$), a fagyási (0 °C-on) és a kristályosodási ($T < 0\text{ °C}$) szakaszt.

IV.5.1.1 A telítetlen szakasz

Célunk az emelkedő telítetlen nedves levegő termodinamikai útjának a meghatározása, a telítetlen nedves levegő potenciális hőmérsékletének a megadása.

Legyen a kiindulási állapotban a légréteg hőmérséklete T [K], nyomása p [Pa], tömege $(1+r_0)$ [kg], keverési aránya: $r = r_0$ [kg kg⁻¹], oly módon, hogy

$$r_v = r_0 < r_{vs}, \quad r_w = 0, \quad r_i = 0.$$

A reverzibilis adiabatikus változások során a nedves levegő entrópiája állandó:

$$S^* = S_d + r_0 S_v = (c_{pd} + r_0 c_{pv}) \ln T - R_d \left[\ln(p - e) + r_0 \frac{R_v}{R_d} \ln e \right] + \text{const},$$

illetve ezt átrendezve:

-.

Természetesen a képletekben szereplő állandók nem kell, hogy ugyanakkorák legyenek. Azt jelölik, hogy a kifejezés egy állandó erejéig határozatlan.

Célunk, hogy kapcsolatot keressünk a hőmérsékletváltozás és a nyomásváltozás között. A fenti egyenletben viszont három termodinamikai állapotjelző van (T, p, e). Ismert azonban a keverési arány definíciós egyenlete, amely a száraz levegő és a vízgőz parciális nyomása között teremt kapcsolatot.

$$r_0 = \frac{R_d}{R_v} \frac{e}{p - e} = \text{const},$$

ami átrendezés után

$$p - e = \frac{R_d}{R_v} \frac{e}{r_0}, \quad e = \frac{r_0}{r_0 + \frac{R_d}{R_v}} p.$$

A fenti két egyenlet felhasználásával a nyomás és a száraz levegő nyomása között kapunk összefüggést:

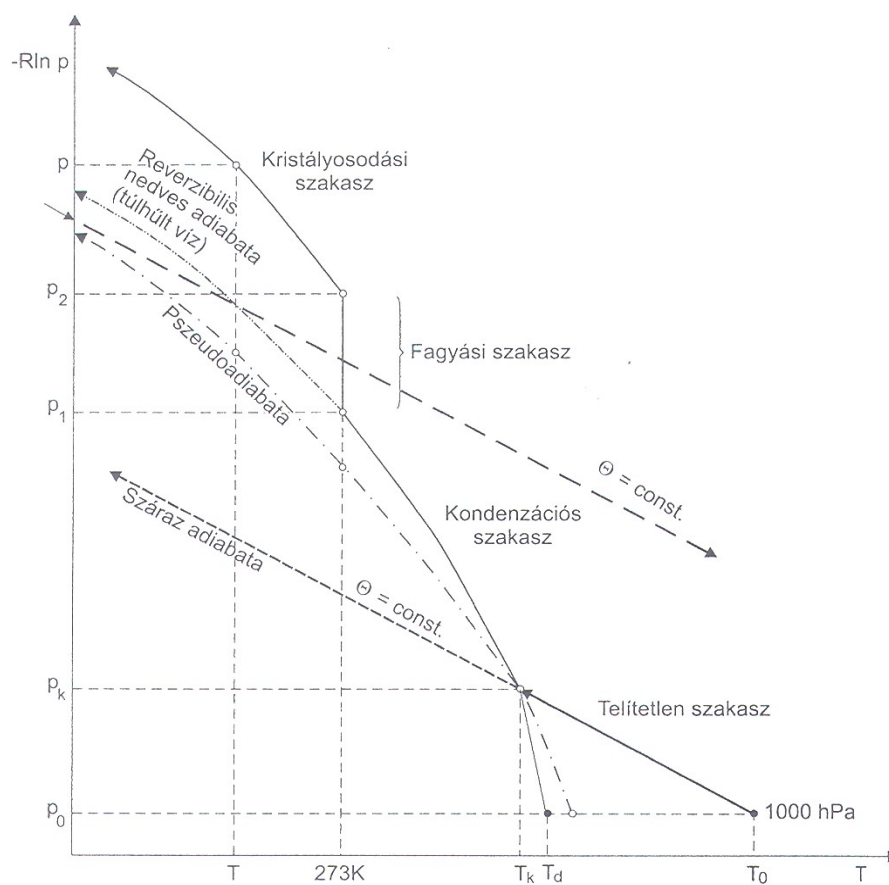
$$p - e = \frac{R_d}{R_v} \frac{1}{r_0 + \frac{R_d}{R_v}} p = \frac{R_d}{r_0 R_v + R_d} p.$$

A fenti egyenleteket logaritmizálva:

$$\ln(p - e) = \ln p + \ln \frac{R_d}{r_0 R_v + R_d}, \quad \text{illetve} \quad \ln e = \ln p + \ln \frac{r_0 R_v}{r_0 R_v + R_d}.$$

Telítetlen szakaszban ($r_0 = \text{const}$) az adiabatikusan emelkedő légrézsből megegyezik a nyomás és a gőznyomás relatív változása.

$$d \ln e = d \ln p, \quad \text{illetve} \quad \frac{de}{e} = \frac{dp}{p}.$$



8. ábra. A száraz, a reverzibilis nedves és a pszeudonedves adiabaták menete az emagramon (vízszintes tengelyen a T [K] hőmérséklet, a függőleges tengelyen a nyomás logaritmusa ($-R \ln p$) szerepel). $T_0 = \Theta$, T_d , T_k , rendre az 1000 hPa-os szint hőmérséklete, ami egyben a légrézsből potenciális hőmérséklete, a légrézsből harmatpontja és a kondenzációs szint hőmérséklete.

A fenti összefüggéseket behelyettesítve a nedves levegő entrópiájára vonatkozó egyenletbe:

$$\ln T - \frac{R_d + r_0 R_v}{c_{pd} + r_0 c_{pv}} \ln p = \text{const.}$$

Természetesen a fenti egyenletben szereplő állandó nem egyezik meg a korábbi egyenletekben szereplő állandókkal, de ez számunkra nem is lényeges. Itt a const a potenciális hőmérséklet (ami maga is állandó) logaritmus. Figyelembe véve továbbá, hogy

$$\frac{R_d + r_0 R_v}{c_{pd} + r_0 c_{pv}} = \frac{(1 + r_0) R_m}{(1 + r_0) c_{pm}} = \frac{R_m}{c_{pm}},$$

a telítetlen nedves levegő adiabatikus folyamataira kapjuk, hogy

$$\ln T - \frac{R_m}{c_{pm}} \ln p = \text{const}.$$

A fenti egyenlet – hiszen ideális gázzal van szó – a száraz levegő adiabatikus változásaihoz hasonlóan kapcsolja össze a telítetlen nedves levegő hőmérséklet- és nyomásváltozását. Differenciálva az egyenletet, a

$$\frac{dT}{T} = \frac{R_m}{c_{pm}} \frac{dp}{p}$$

összefüggést nyerjük. A telítetlen nedves levegőre vonatkozó adiabata (a Poisson-egyenlet) alakja:

$$\Theta = T \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{R_m}{c_{pm}}},$$

ahol p_0 az 1000 hPa-os standard nyomási szint. A $k_m = R_m / c_{pm}$ hányados csak elhanyagolható mértékben különbözik a száraz levegőre vonatkozó $k = 0,286$ standard értéktől – jelezve, hogy a nedves levegő már nem kétatomos gáz. Ez a közelítő egyenlőség annyit jelent, hogy k_m értékének a nedvességgel mutatott csekély változásától eltekinthetünk: a száraz levegő és a telítetlen nedves levegő adiabatikus állapotváltozásait kielégítő pontossággal ugyanazok az egyenletek írják le. Szigorún véve pedig teljesül, hogy

$$\Theta = T \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{R_m}{c_{pm}}} = T \left(\frac{p_0 - e_0}{p - e} \right)^{\frac{R_d}{c_{pd}}} = T \left(\frac{e_0}{e} \right)^{\frac{R_v}{c_{pv}}},$$

ahol e_0 a $p_0 = 1000$ hPa -os szintre érkező telítetlen nedves levegő parciális gőznyomása, amit a keverési arány állandósága mellett a korábban felírt $\frac{de}{e} = \frac{dp}{p}$ kifejezés alapján számíthatunk ki, ismerve a kiindulási P szint e gőznyomását, hiszen

$$\ln \frac{e}{e_0} = \ln \frac{P}{P_0} \quad \text{és} \quad e_0 = \frac{P_0}{P} e.$$

IV.5.1.2 A kondenzációs szakasz

Tekintsük most azt az esetet, amikor az emelkedő légréz hőmérséklete mozgása során, az adiabatikus hűlés következtében a kondenzációs pontot (a harmatpontot) a fagyáspont felett ($T > 0 \text{ } ^\circ\text{C}$) lépi át.

Ha a kondenzáció abban a pillanatban megkezdődik, amint a levegő telítetté válik (a relatív nedvesség 100%), akkor a rendszert a száraz levegő, a telített vízgőz és a vízcseppecskék (cseppfolyós víz) keveréke alkotja. Ez a kondenzációs szakasz, ahol telített gőz- és vízfázis van jelen. A keverési arányok rendre:

$$r = r_{\text{vs}} + r_{\text{w}} = r_0, \quad r_{\text{v}} = r_{\text{vs}}, \quad r_{\text{w}} \neq 0, \quad r_{\text{i}} = 0.$$

Feltételezzük, hogy az összes kondenzálódott víz a rendszerben marad. A rendszer entrópiája nem változik. A rendszer egyes összetevőinek (száraz levegő, vízgőz, víz) parciális entrópiája természetesen külön-külön változik. A teljes entrópiára vonatkozó egyenletünk vízfázisra vonatkoztatva:

$$S^* = S_d + r_{\text{vs}} S_v + r_w S_w = (c_{pd} + r_0 c_w) \ln T - R_d [\ln(p - e_s)] + \frac{r_{\text{vs}} L_{lv}}{T} + \text{const.}$$

Mivel az egyenlet már tartalmaz egy változó nedvességi karakterisztikát – az $e_s = e_s(T)$ telítési gőznyomást –, célszerű r_{vs} értékét is a telítési gőznyomással kifejezni. Ismeretes, hogy

$$r_{\text{vs}} = \frac{\rho_v}{\rho_d} = \frac{R_d}{R_v} \frac{e_s}{p - e_s}.$$

A folyamat során az entrópia állandó, így a reverzibilis nedves adiabata alakja a kondenzációs szakaszban a következő egyenletből számítható:

$$(c_{pd} + r_0 c_w) \ln T - R_d [\ln(p - e_s)] + \frac{R_d}{R_v} \frac{e_s}{p - e_s} \frac{L_{lv}}{T} = \text{const.}$$

Egy adott nyomáshoz egy adott hőmérséklet tartozik. A görbe futása kiszámítható. A rendszer reverzibilis adiabatikus hőmérsékletváltozását az elmozduló légréz nyomásváltozása most is egyértelműen meghatározza. A rendszer belső energiája mellett még két másik energiaforrás is rendelkezésre áll a környezettel szembeni expanziós munka (emelkedő légréz, csökkenő nyomás) fedezésére: a kondenzáció latens hője, valamint az előzőleg már kondenzálódott, de a rendszerben maradó cseppfolyós víz saját hőtartalma. A kondenzáció során a latens hő folyamatosan szabadul fel, emellett a tágulás következtében – a levegővel együtt – a már kondenzálódott vízcseppek is hűlnek, azaz hőtartalmuk egy részét ugyancsak az expanziós munka fedezésére fordítják. Ezért a belső energia szintjének az adott expanziós munkavégzésre eső csökkenése kisebb lesz, mint a telítetlen szakaszban. Más szavakkal ez annyit jelent, hogy az adott nyomáscsökkenésre eső „dinamikus hűlés” mértéke kisebb, mint a telítetlen szakaszban. Az emelkedő légréz kevésbé hűl.

IV.5.1.3 A fagyási szakasz

Fagy pont alatti hőmérsékleten mind kondenzáció, mind kristályosodás bekövetkezhet a reális légkörben. Ezen felül az előzőleg kondenzálódott vízcseppecskék megfagyhatnak, vagy túlhűlt víz formájában maradnak – a felhők mikrofizikai tulajdonságainak megfelelően. A „dinamikus hűlés” folyamata, ahogy a bevezetőben is említettük, a 0 °C-os szint alatt meglehetősen bonyolulttá válik. A számos lehetőség közül azt az egyszerű esetet vizsgáljuk, amikor a „dinamikus hűlés” a fagy pont elérése után folytatódik, és a kondenzációs szakaszban keletkezett vízcseppek pontosan 0 °C-on kezdenek el kifagygni.

Ebben az esetben a rendszer viselkedését két egymással ellentétes hatás szabja meg: egyik oldalon a „dinamikus hűlés”, a másik oldalon a fagyás során felszabaduló hő. Az eredmény egy izotermikus fagyási folyamat, mely során az emelkedő légréteg nyomása csökken. A fagyás kezdetén 0 °C-os vízcseppecskék, míg a fagyás befejezésekor – alacsonyabb nyomáson – 0 °C-os jégreszecskek lesznek. Az emelkedő légréteg kitágul. A gőzfázis keverési aránya megnő. A fagyási szakasz során az egyetlen energiaforrás a fagyási hő. Ez fedezi az adiabatikus expanzió munkáját, és ez szolgáltatja a vízcseppecskék egy részének elpárologtatásához szükséges energiát. A növekvő térfogatú légréteg adott hőmérsékleten több vízgőzt képes befogadni, nő a keverési aránya. Természetesen a légréteg teljes víztartalma (a gőz-, a víz- és a jégfázis összege) a fagyás folyamán sem változik.

Írjuk fel a fagyás folyamatát! A kiindulási állapotot 1-es indexszel, míg a végállapotot 2-es indexszel jelöljük. Az (1) kiindulási állapotban ($T_1 = T_0$ (0 °C), p_1 , $r_0 = r_{vs1} + r_{w1}$) a rendszerben nincs jég, azaz a keverék összetételét a kondenzációs szakaszra érvényes feltételek határozzák meg, és mivel a hőmérséklet 0 °C: $e_1 = e_s(T_0) = e_{s0}$, azaz

$$r_{vs1} = \frac{R_d}{R_v} \frac{e_{s0}}{p_1 - e_{s0}}.$$

A (2) végállapotban, azaz a fagyási szakasz végén ($T_2 = T_1 = T_0$, $p_2 < p_1$) már nincs cseppfolyós víz a rendszerben ($r_0 = r_{vs2} + r_{i2}$). A csökkenő légnyomás, a változatlan telítési gőznyomás (izoterm folyamat) és a gőzfázis növekvő keverési aránya miatt fennáll, hogy $r_{vs2} > r_{vs1}$ és $r_{i2} < r_{w1}$, hiszen:

$$r_{vs2} = \frac{R_d}{R_v} \frac{e_{s0}}{p_2 - e_{s0}}.$$

A rendszer teljes entrópiája a fagyási szakasz elején, vízfázisra vonatkoztatva:

$$S^* = S_d + r_{vs} S_v + r_w S_w = (c_{pd} + r_0 c_w) \ln T_0 - R_d [\ln(p_1 - e_{s0})] + \frac{r_{vs1} L_{lv}}{T_0} + \text{const},$$

a fagyási szakasz végén pedig:

$$S^* = S_d + r_{vs} S_v + r_i S_i = (c_{pd} + r_0 c_w) \ln T_0 - R_d [\ln(p_2 - e_{s0})] + \frac{r_{vs2} L_{lv} - r_{i2} L_{il}}{T_0} + \text{const}.$$

A fagyás során a rendszer entrópiája nem változott. A fenti két egyenlet felhasználásával megkaphatjuk pl. a fagyási szakasz kezdeti és végállapota közötti nyomáskülönbséget:

$$\begin{aligned} \ln(p_1 - e_{s0}) - \frac{L_{lv}}{R_v T_0} \frac{e_{s0}}{p_1 - e_{s0}} &= \ln(p_2 - e_{s0}) - \frac{L_{lv}}{R_v T_0} \frac{e_{s0}}{p_2 - e_{s0}} + \left(\frac{r_0}{R_d} - \frac{1}{R_v} \frac{e_{s0}}{p_2 - e_{s0}} \right) \frac{L_{il}}{T_0} = \\ &= \ln(p_2 - e_{s0}) - \frac{L_{lv} + L_{il}}{R_v T_0} \frac{e_{s0}}{p_2 - e_{s0}} + \frac{r_0 L_{il}}{R_d T_0}. \end{aligned}$$

A fenti egyenlet analitikus megoldása a $(p_1 - p_2)$ nyomáskülönbségre nem határozható meg, valamilyen iterációs eljárást kell alkalmazni. Tudjuk azonban, hogy a $(p_1 - p_2)$ különbség a rendszerben levő teljes vízmennyiség (r_0) értékével együtt növekszik. Ha r_0 értéke nagy, akkor a $(p_1 - p_2)$ nyomásintervallum elérheti az 50 hPa-t is. A fagyási szakasz tipikus „vastagsága” 10–20 hPa.

IV.5.1.4 A kristályosodási szakasz

Végezetül azt az esetet vizsgáljuk, amikor az emelkedő légréz már „áthaladt” a fagyási szakaszon, és az expanzió (a „dinamikus hűlés”) tovább folytatódik. Nincs vízfázis a rendszerben. Az emelkedő légréz hőmérséklete T , nyomása p , keverési aránya pedig:

$$r = r_{vs} + r_i = r_0, \quad r_v = r_{vs} \equiv r_{vsi}, \quad r_w = 0, \quad r_i \neq 0.$$

A kristályosodási szakaszban a jégfázisra vonatkoztatva írjuk fel az entrópia állandóságát:

$$S^* = S_d + r_i S_i = (c_{pd} + r_0 c_i) \ln T - R_d [\ln(p - e_{si})] + \frac{r_i L_{lv}}{T} + \text{const}.$$

A reverzibilis nedves adiabata alakja a következő egyenletből számítható:

$$(c_{pd} + r_0 c_i) \ln T - R_d [\ln(p - e_{si})] + \frac{R_d}{R_v} \frac{e_{si}}{p - e_{si}} \frac{L_{lv}}{T} = \text{const}.$$

A fenti egyenletek a kondenzációs szakaszra nyert összefüggésekhez hasonlóak. Érvényességük a fagyási szakasz végét jellemző nyomástól (p_2) a dinamikus hűlés során bekövetkező legalacsonyabb nyomásig terjed. Az adiabatikus expanzió során végzett munka fedezésére három energiaforrás szolgál: a belső energia, a kristályosodáskor felszabaduló latens hő és a rendszerben maradó jégkristályok hőtartalma. A rendszerben kevés a gőzfázisban levő víz, így a folyamat fő „energiaforrása” a belső energia változása, vagyis a reverzibilis nedves adiabata a száraz adiabatához közeli futású.

IV.5.2. A nedves levegő pszeudoadiabatikus állapotváltozása

Az emelkedő nedves levegő állapotváltozásaira általában nem teljesülnek a reverzibilis nedves adiabata meghatározása során tett feltételezések, vagyis (i) a légkörben lejátszódó termodinamikai folyamatok a sugárzás (rövid- és hosszúhullámú), a hővezetés és a turbulens keveredés miatt szigorúan véve nem adiabatikusak. (ii) Az emelkedő légrézben a kondenzálódott víz mennyisége nem állandó, a csapadéktevékenység következtében a légréz elveszti víztartalmának jelentős részét (de természetesen egy-egy légrézbe felhő- és csapadékelemek is behullhatnak, illetve besodródhatnak.) A felhőlevegő nem alkot zárt rendszert. (iii) A kondenzációs szakaszból a fagyási szakaszba való átmenet széles határok között zajlik, nem pontosan 0 °C-on. A valóságban a 0 – -15 °C tartományban a túlhűlt víz jelenlétre gyakoribb, mint a jégfázisú.

Az emelkedő nedves levegő útja több tényezőtől függ: természetesen a kiindulási nyomástól és a hőmérséklettől, továbbá a szilárd-, a cseppfolyós- és a gőzfázisban levő víz mennyiségétől. A vízgőz kezdeti mennyisége ($r_0 = r_v$) különösen fontos, hiszen ez határozza meg a telítetlen állapotból a telített állapotba történő átmenet „helyét”. Hasonlóképpen a felhőlevegőben a 0 °C-os cseppfolyós víz mennyisége szabja meg azt a nyomási intervallumot (reverzibilis nedves adiabata feltételezésével), amelyhez a fagyási szakasz tartozik. *(Hangsúlyozzuk, hogy közelítésünkben hiányoznak a mikrofizikai folyamatok.)*

A reverzibilis nedves adiabatánál van egy – a csapadéktevékenység hatását is figyelembe vevő – pontosabb közelítés. Ez a pszeudoadiabata, ami szintén egy „határeset”. Az „igazság”, a valóságban emelkedő légréz termodinamikai útja e két görbe között fut.

A pszeudonedves adiabata meghatározásánál (2. ábra) azt feltételezzük, hogy (i) a kondenzáció, illetve a kristályosodás összes terméke a keletkezés pillanatában kihullik a telített levegőből, (ii) 0 °C alatti hőmérsékleten is túlhűlt vízcseppecskék képződnek, vagyis a kristályosodást elhanyagoljuk (alacsony hőmérsékleten ugyanis kevés vizet tartalmaz a felhőlevegő).

Telítetlen szakaszban természetesen a pszeudoadiabatikus állapotváltozás azonos a reverzibilis nedves adiabata telítetlen szakaszával.

A pszeudoadiabatikus állapotváltozások telített szakaszában azzal a feltételezéssel élünk, hogy a kondenzálódott víz azonnal eltávozik a légrézsből, a fázisátalakulási hőjét leadja, de már nem hűl tovább. Csökken a rendszer víztartalma ($r = r_{vs} < r_0$, $r_v = r_{vs}$, $r_w = 0$, $r_i = 0$). A hegyen átkelő – először emelkedő, majd süllyedő – légréz esetén a leszálló mozgás száraz adiabatikus lesz. Ez a fő jelenség

Vezessük le a pszeudoadiabata kormányzó egyenletét! Tekintsünk egy kondenzálódó vízcseppecskét, ami azonnal kihullik a rendszerből. Az emelkedő légréz entrópiája csökken. A levezetés során szakaszonként az entrópia állandóságával számolunk. Ez természetesen nem mond ellent annak, hogy minden szakaszban más és más entrópiával számolunk. Itt az egyes szakaszokat az elemi nyomásváltozás (dp) jelenti. A telített nedves levegő entrópiája a kiindulási pontban:

$$S^* = S_d + r_{vs} S_v = S_d + r_{vs} (S_v - S_w) + r_{vs} S_w.$$

A teljes entrópia megváltozása az entrópiára felírt kibővített alak – lesz fázisátalakulás, s megjelenik egy vízcseppecske, ami aztán „kihullik” – figyelembevételével:

$$dS^* = dS_d + d[r_{vs} (S_v - S_w)] + r_{vs} dS_w + S_w dr_{vs}.$$

Írjuk fel az egyes tagokat!

$$dS_d = c_{pd} \frac{dT}{T} - R_d \frac{dp_d}{p_d},$$

$$S_v - S_w = \frac{L_{lv}}{T},$$

$$d[r_{vs}(S_v - S_w)] = d\left(\frac{r_{vs}L_{lv}}{T}\right),$$

$$r_{vs} dS_w = r_{vs} \frac{c_w dT}{T}.$$

Itt $p_d = p - e_s(T)$ a száraz levegő parciális nyomása. A pszeudoadiabatikus folyamat egy kis szakaszán az entrópia megváltozása:

$$dS^* = c_{pd} \frac{dT}{T} - R_d \frac{dp_d}{p_d} + d\left(\frac{r_{vs}L_{lv}}{T}\right) + r_{vs}c_w \frac{dT}{T} + S_w dr_{vs}.$$

A rendszerből kihulló vízcseppecske „magával viszi” az entrópiáját ($S_w dr_{vs}$):

$$dS^* - S_w dr_{vs} = c_{pd} \frac{dT}{T} - R_d \frac{dp_d}{p_d} + d\left(\frac{r_{vs}L_{lv}}{T}\right) + r_{vs}c_w \frac{dT}{T} \cong 0.$$

Tudva, hogy egy közelítésről van szó, a továbbiakban egyenlőségelet írva:

$$0 = (c_{pd} + r_{vs}c_w) \frac{dT}{T} - R_d \frac{dp_d}{p_d} + d\left(\frac{r_{vs}L_{lv}}{T}\right).$$

Szemben a reverzibilis adiabatikus állapotváltozásokat leíró egyenlettel, ezt az egyenletet nem tudjuk zárt alakban integrálni, mivel az

$$r_{vs}c_w \frac{dT}{T} = c_w \frac{R_d}{R_v} \frac{e_s(T)}{p - e_s(T)} \frac{dT}{T}$$

kifejezés nem teljes differenciál. Ezen a nehézségen csak úgy segíthetünk, ha a változó értékű r_{vs} helyére egy közepes \bar{r}_{vs} állandót helyettesítünk az egyes szakaszokban, melyre nézve $d\bar{r}_{vs} = 0$, így:

$$0 = (c_{pd} + \bar{r}_{vs}c_w) \frac{dT}{T} - R_d \frac{dp_d}{p_d} + d\left(\frac{r_{vs}L_{lv}}{T}\right).$$

A p_1 és p_2 nyomási szintek között a pszeudoadiabata alakja:

$$(c_{pd} + \bar{r}_{vs} c_w) \ln \frac{T_2}{T_1} - R_d \ln \frac{p_2 - e_s(T_2)}{p_1 - e_s(T_1)} + r_{vs2} \frac{L_{lv2}}{T_2} - r_{vs1} \frac{L_{lv1}}{T_1} = 0.$$

Az r_{vs} telítési keverési arány kizárólag a P nyomás és az $e_s(T)$ telítési gőznyomás, illetve ezen keresztül a hőmérséklet függvénye. A pszeudoadiabata egyenlete – amit szakaszonként haladva állítunk elő – bármely P értékhez csak egy T értéket rendel, azaz a rendszer piezotrop folyadékként viselkedik. Ennek megfelelően a levegőrészecskék a pszeudoadiabatikus állapotváltozások során csak egy termodinamikai utat követnek.

Az irreverzibilis expanzió során – mivel a kondenzálódott víz azonnal elhagyja a rendszert – csak két energiaforrása van a telített nedves levegőnek a környezettel szembeni munkavégzéshez: a belső energia és a kondenzáció során felszabaduló latens hő. Így a belső energia egységnyi nyomáscsökkenésre jutó megváltozása (a légrész hűlése) valamivel nagyobb lesz, mint reverzibilis esetben.

Modellünkben a pszeudoadiabatikus állapotváltozás során nincs fagyás. Konstruálhatunk olyan pszeudoadiabatikus modellt is, amelyben van kristályosodási szakasz egy adott hőmérsékleti érték alatt. Ezt a korábban felírt egyenlettel analóg módon modellezhetjük. Ekkor a p_1 és p_2 nyomási szintek között a pszeudoadiabata alakja:

$$(c_{pd} + \bar{r}_{vs} c_i) \ln \frac{T_2}{T_1} - R_d \ln \frac{p_2 - e_{si}(T_2)}{p_1 - e_{si}(T_1)} + r_{vs2} \frac{L_{lv2}}{T_2} - r_{vs1} \frac{L_{lv1}}{T_1} = 0.$$

A kristályosodás csak nagyon alacsony ($< \sim -10 - -15$ °C) hőmérsékletek esetén valószínűbb a kondenzációnál. Ilyen hőmérsékleteknél a gőznyomás alacsony, kevés vízgőz kristályosodik. A hiba első közelítésben elhanyagolható.

A nedves levegő pszeudoadiabatikus állapotváltozása ilyenformán mindössze két szakaszból áll: a telítetlen és a kondenzációs szakaszból. A telítetlen szakaszban általában az

$$\frac{R_m}{c_{pm}} \cong \frac{R_d}{c_{pd}}$$

közelítést alkalmazzuk. A telítetlen nedves levegő termodinamikai útját a száraz adiabatáéval azonosítjuk. A kondenzációs szakasz során azt tételezzük fel, hogy a víz 0 °C alatt túlhűlt vízé kondenzálódva hullik ki a rendszerből, azaz a kondenzációs szakaszt a 0 °C alatti tartományra is kiterjesztjük. Mivel a „dinamikus hűlés” erőssége az irreverzibilis esetben (pszeudoadiabata) nagyobb, mint reverzibilis esetben, a pszeudoadiabata az emagramon ($T, -R_d \ln p$) a reverzibilis nedves adiabata alatt (attól balra) fekszik.

Ismét megjegyezzük, hogy készíthetünk olyan pszeudoadiabatikus modellt is, amikor egy adott hőmérsékleti intervallumban együtt van jelen a kondenzáció és a kristályosodás. Konstruálhatunk olyan modellt is – a felhőfizikai megfigyelésekre alapozva – amely a reverzibilis és a pszeudoadiabatikus közelítést ötvözi (pl. a kondenzálódott termékek adott százaléka kihullik a légrészből). Ezek már a dinamikus meteorológia kutatási témái közé tartoznak.

IV.5.3. A pszeudoadiabatikus folyamatokkal definiálható hőmérsékletek

A következőkben a vertikálisan elmozduló légréz pszeudonedves adiabatikus szakaszához (a főadiabatához) tartozó invariáns hőmérsékleti fogalmakkal ismerkedünk meg. Ez lehetővé teszi különböző légtömegek összehasonlítását, illetve az emelkedő légréz stabilitásvizsgálatát.

Térjünk vissza a két szakaszból (telítetlen és kondenzációs) álló pszeudoadiabatához. Milyen invariáns mennyiségeket értelmezhetünk? Ahogy korábban láttuk, a

$$0 = (c_{pd} + \bar{r}_{vs} c_w) \frac{dT}{T} - R_d \frac{dp_d}{p_d} + d \left(\frac{r_{vs} L_{lv}}{T} \right)$$

egyenlet zárt alakban integrálható. Az egyszerűség kedvéért további két elhanyagolást teszünk (ami az egyes tagok nagyságrendi analiziséből következik). Feltételezzük, hogy $c_{pd} \gg \bar{r}_{vs} c_w$, továbbá $p \approx p_d$. Ekkor kapjuk az ún. főadiabata egyenletét:

$$c_{pd} \ln \Theta + \frac{r_{vs} L_{lv}}{T} = \text{const.}$$

Itt kihasználtuk, hogy

$$c_{pd} \ln T - R_d \ln p = c_{pd} \ln \Theta.$$

A főadiabata egyenletében szereplő állandót nevezzük el $c_{pd} \ln \Theta_{se}$ -nek.

Megjegyezzük, hogy az elhanyagolások miatt szigorúan véve nem mindegy, hogy milyen kezdeti állapotból (nyomás, hőmérséklet) kezdjük el megkonstruálni a főadiabatákat.

IV.5.3.1 A pszeudoekvivalens (T_{se}) és a pszeudoekvivalens potenciális (Θ_{se}) hőmérséklet

Tekintsünk egy telítetlen légrézt ($T_0, p_0, r_{v0} < r_{vs0}$), és vigyük telített állapotba a száraz adiabata mentén! Ekkor természetesen sem a potenciális hőmérséklet (Θ), sem a levegőben levő vízgőz mennyisége (r_{v0}) nem változik. A kiindulási adatoknak megfelelő főadiabatára az emelkedő légréz a telítettség elérésekor „lép rá”, az itteni kondenzációs szint nyomása és hőmérséklete legyen: p_k, T_k . A pszeudoekvivalens potenciális hőmérséklet:

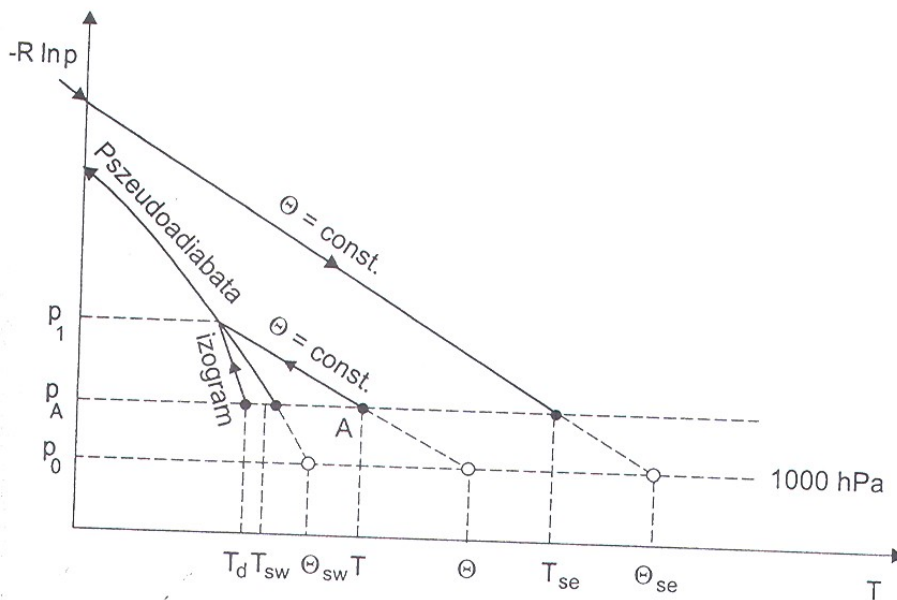
$$\Theta_{se} = \Theta \exp \left(\frac{L r_{v0}}{c_{pd} T_k} \right).$$

A pszeudoekvivalens hőmérséklet (3. ábra) invariáns mennyiség, ami jellemzi a légrézt a teljes pszeudoadiabatikus emelkedési szakaszában. Θ_{se} a következő termodinamikai úttal

jellemezhető: a légrést először száraz adiabatikusan, majd a pszeudonedves adiabata mentén felemeljük, és „kivesszük” belőle a vizet oly módon, hogy a fázisátalakulás során felszabaduló hő a rendszerben marad. Pontosabban fogalmazva azt feltételezzük, hogy a vízgőz teljes kivonása során annyival nő a tömegegységnyi száraz levegő entrópiája, mint amennyi entrópia akkor adódna a levegőhöz, ha a kondenzációs szint hőmérsékletén történne meg a fázisátalakulás

$$\Delta S = \frac{Lr_{v0}}{T_k}.$$

Mivel a vízgőz különböző ($T \leq T_s$) hőmérsékleten vonódik ki az emelkedő levegőből, kis mértékben alábecsüljük az entrópiánövekményt, vagyis alábecsüljük a légrést hőmérsékletét, s így közvetett módon a konvekciót.



9. ábra. A pszeudoadiabatikus folyamatok segítségével előállítható hőmérsékleti fogalmak. (T_{sw} , Θ_{sw} a pszeudonedves hőmérséklet, illetve a pszeudonedves potenciális hőmérséklet; T_{se} , Θ_{se} a pszeudoekvivalens hőmérséklet, illetve a pszeudoekvivalens potenciális hőmérséklet. Kezdeti állapotban a légrést nyomása, hőmérséklete és harmatpontja rendre p_a , T , T_d).

A pszeudoadiabata mentén felemelkedő levegőt száraz adiabata mentén visszük le az 1000 hPa-os szintre. Az itteni hőmérséklet lesz a pszeudoekvivalens potenciális hőmérséklet, ami a folyamat során nem változik. Ha a légrést az előbb említett módon a kiindulási nyomási szintre visszük, akkor a pszeudoekvivalens hőmérsékletet kapjuk.

$$T_{se} = T \exp\left(\frac{Lr_{v0}}{c_{pd}T_k}\right),$$

ahol T a kiindulási szint hőmérséklete, míg T_s a kondenzációs szint hőmérséklete.

Mind a pszeudoekvivalens hőmérséklet, mind a korábban megismert ekvivalens hőmérséklet esetén a légrészből „kivesszük” a vizet, oly módon, hogy a fázisátalakulás során felszabaduló hőt a rendszerben hagyjuk. Amíg azonban az ekvivalens hőmérsékletnél a folyamat izobár ($-L_{iv}dr = c_{pd}dT$), addig a pszeudoekvivalens folyamat során

$$-L_{iv}dr = c_{pd}dT - R_dT \frac{dp}{p}.$$

Itt a nyomáscsökkenés (emelkedő levegő) alacsonyabb hőmérsékleten következik be, mint a telítetlen légrész száraz adiabatikus süllyedése (a lesüllyedő száraz adiabatikus szakasz). A pszeudoekvivalens hőmérséklet tehát nagyobb lesz, mint az ekvivalens hőmérséklet – ezt kapjuk a termodinamika I. főtételének integrálásából is.

IV.5.3.2 A pszeudonedves (T_{sw}) és a pszeudonedves potenciális (Θ_{sw}) hőmérséklet

A nedves hőmérsékletnek is megvan az analógiája. Képzeljük el a következő folyamatot! A telítetlen nedves levegőt száraz adiabata mentén a kondenzációs szintre „emeljük”, majd a nedves adiabata mentén a kiindulási nyomási szintre hozzuk, vagyis mindig annyi vizet párologtatunk a rendszerbe, hogy az éppen telített legyen. (Megjegyezzük, hogy ez a folyamat szigorúan véve eltér a főadiabatától.) Így kapjuk a pszeudonedves hőmérsékletet (3. ábra). Itt – ellentétben a pszeudoekvivalens hőmérsékletet definiáló folyamattal – az emelkedő szakaszban (csökkenő nyomás) nagyobb a légrész hőmérséklete, mint a pszeudoadiabata mentén történő leszálló szakaszban (növekvő nyomás). Így a pszeudonedves hőmérséklet kisebb, mint a nedves hőmérséklet. A különbség kevesebb, mint a pszeudoekvivalens és az ekvivalens hőmérséklet közötti eltérés, és első közelítésként el is hanyagolható.

Ha a kondenzációs szintre emelt légrész nedves adiabatikus folyamat során (a pszeudoadiabata mentén) az 1000 hPa-os szintre visszük, akkor kapjuk a pszeudonedves potenciális hőmérsékletet.

IV.6. Termodinamikai diagramok

Egy (A, B) független változókkal jellemzett koordináta-rendszert termodinamikai diagramnak nevezünk, ha az (A, B) rendszerben egy tetszőleges reverzibilis termodinamikai körfolyamat által közrezárt terület megegyezik (illetve arányos) a körfolyamat során végzett munkával (4. ábra). E meghatározás szerint az (α, P) Clapeyron-diagram képezi a termodinamikai diagramok bázisát, hiszen a diagramon közrezárt terület éppen a munkavégzéssel egyenlő.

$$W = \oint p \cdot d\alpha.$$

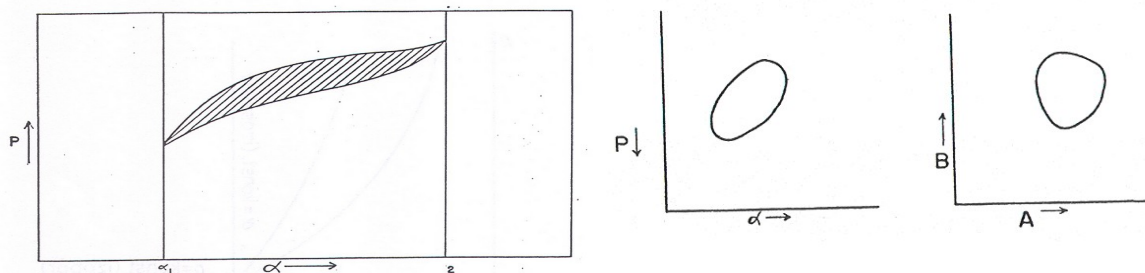
A termodinamikai diagramok célja, hogy grafikusán ábrázolják (i) a légkör vertikális szerkezetét, (ii) a vertikálisan elmozduló légrész útját és (iii) stabilitási viszonyait rádiószondás

mérések, illetve numerikus modelleredmények alapján. A termodinamikai diagramokon egyszerűen – lehetőleg egyenesekkel, vagy kis hajlásszögű görbékkel – kell ábrázolni

- az izotermákat ($T = \text{const}$),
- az izobárokat ($p = \text{const}$),
- az izogramokat, a telítési specifikus nedvességű ($q_s = \text{const}$) illetve telítési keverési arányú ($r_s = \text{const}$) vonalak,
- a száraz adiabatákat, vagyis az állandó potenciális hőmérséklet vonalait ($\Theta = \text{const}$) és
- a pszeudonedves adiabatákat ($\Theta_{se} = \text{const}$).

A légkörben lejátszódó termodinamikai folyamatokat általában egy izoterma és egy száraz adiabatia közötti politrop folyamattal közelíthetjük. (A szuperadiabatikus hőmérsékleti rétegződés a konvektív határreteg (pl. a 12 UTC-s európai rádiószondás felszállások) sajátja, de itt sem haladja meg jelentősen a hőmérsékleti gradiens a száraz adiabatikus az alsó rádiószondás markáns pontok között. A termodinamikai diagramok szerkesztésénél arra kell törekedni, hogy az izotermák és a száraz adiabaták által bezárt szög minél nagyobb legyen, lehetőség szerint 45° és 135° közötti.

Az állandó telítési specifikus nedvesség izovonalait izogramoknak nevezzük. A telítési specifikus nedvesség csak a hőmérséklet és a légnyomás függvénye. Gyakran az izogram szót használják a telítési keverési arány izovonalaira is. Azonos telítési keverési arány illetve specifikus nedvesség esetén magas ($T < 0^\circ\text{C}$) hőmérsékleten e két állapotjelző izovonalai egymáshoz közeliek. Amikor termodinamikai diagramot építünk, mindig meg kell adni az ott használt izogram-fogalom pontos tartalmát.



10. ábra. Egy körfolyamat területe (és a munkavégzés) az (α, p) és az (A, B) diagramon.

A *pszeudonedves adiabat* (sokszor csak mint pszeudoadiabata kerül említésre) a telített nedves levegő olyan idealizált állapotváltozását írja le, ahol a csökkenő nyomású és hőmérsékletű levegőben folyamatosan kikondenzálódik a víz (0°C alatt a túlhűlt víz) oly módon, hogy a víz fázisátalakulási hője a rendszerben marad, de a kondenzálódott víz azonnal kikerül onnan, tehát nem hűl tovább. A levegőrész nincs hőcsere-kapcsolatban a környezetével. A folyamat irreverzibilis, hiszen a rendszer részecskeszáma, így entrópiája is csökken. Az irreverzibilitás azt jelenti, hogy a pszeudonedves adiabatán csak egy irányba – a csökkenő nyomás irányába – lehet haladni a termodinamikai diagramon.

A pszeudonedves adiabat a reverzibilis nedves adiabatához közeli futású, nem számítva a fagyási szakaszt, vagyis más reverzibilis nedves adiabatát közelít a pszeudonedves adiabat 0°C feletti és 0°C alatti hőmérsékleten.

Kis nyomáson és alacsony hőmérsékleten (a felső troposzférától kezdve) a pszeudonedves adiabaták belesimulnak egy-egy száraz adiabatába. Kicsi a légkör víztartalma, egyre inkább elhanyagolható a kondenzáció során felszabaduló hő.

IV.6.1. Mi a feltétele annak, hogy az (A, B) koordináta-rendszer termodinamikai diagram legyen?

A kérdésre az I. függelék felhasználásával keressük a választ. Itt a különböző koordináta-rendszerekben felírt elemi térfogatok közötti kapcsolatot vizsgáltuk. Tekintsük kétdimenziós esetben az (α, p) és az (A, B) koordináta-rendszert! Fejezzük ki az új rendszerben felírt A, B koordinátákat a Clapeyron-diagram független változóival!

$$A = A(\alpha, p), \quad B = B(\alpha, p).$$

A termodinamikai diagram feltétele, hogy a

$$\begin{vmatrix} \left(\frac{\partial A}{\partial \alpha}\right)_p & \left(\frac{\partial A}{\partial p}\right)_\alpha \\ \left(\frac{\partial B}{\partial \alpha}\right)_p & \left(\frac{\partial B}{\partial p}\right)_\alpha \end{vmatrix}$$

determináns konstans legyen.

$$\left(\frac{\partial A}{\partial \alpha}\right)_p \left(\frac{\partial B}{\partial p}\right)_\alpha - \left(\frac{\partial A}{\partial p}\right)_\alpha \left(\frac{\partial B}{\partial \alpha}\right)_p = \text{const.}$$

A meteorológiai gyakorlatban ez az állandó ± 1 , vagyis a két terület nemcsak arányos egymással, hanem meg is egyezik (azonos abszolút értékű). A fenti formulánál egyszerűbb kapcsolat is elég ahhoz, hogy az (A, B) koordináta-rendszer termodinamikai diagram legyen. Ennek feltétele, hogy

$$\oint p d\alpha = \text{const} \oint B dA = - \text{const} \oint A dB,$$

vagyis

$$\oint (p d\alpha - \text{const} B dA) = 0.$$

A zárójelben levő kifejezés teljes differenciál. Tekintsünk egy $f = f(\alpha, A)$ differenciálható függvényt, oly módon, hogy

$$df = \left(\frac{\partial f}{\partial \alpha}\right)_A d\alpha + \left(\frac{\partial f}{\partial A}\right)_\alpha dA,$$

ahol

$$\oint df = 0.$$

A fentiek alapján felírhatjuk, hogy

$$df = pd\alpha - \text{const } BdA .$$

Így

$$\left(\frac{\partial f}{\partial \alpha} \right)_A = p, \quad \left(\frac{\partial f}{\partial A} \right)_\alpha = - \text{const } B .$$

Az $f(\alpha, A)$ függvény vegyes másodrendű deriváltjainak egyenlőségéből következik, hogy:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial A} \right)_\alpha = - \text{const} \left(\frac{\partial B}{\partial \alpha} \right)_A .$$

A meteorológiai gyakorlatban a konstans abszolút értéke természetesen 1 kell, hogy legyen. A fenti deriváltak közötti egyenlőség segít majd a termodinamikai diagramok konstruálásában. Az A koordináta például tetszőleges függvénye lehet α -nak.

IV.6.2. A termodinamikai diagramok konstruálása, a gyakorlatban használt főbb diagramok

A múlt század húszas-harmincas éveitől kezdve egészen a negyvenes-ötvenes évekig sok kiváló meteorológus, mint például *Exner, Stüve, Vaisala, Rossby, Lajthman* foglalkozott olyan koordináta-rendszerek konstruálásával, amelyek segítségével egyszerűen ábrázolható egy rádiószondás felszállás, tanulmányozható a légkör vertikális szerkezete. Több mint húsz diagramfajta született. Ezek közül a legfontosabbakkal foglalkozunk. Azt, hogy az egyes országok meteorológiai szolgálatai a bemutatásra kerülő diagramok közül melyeket használják, elsősorban a hagyomány határozza meg.

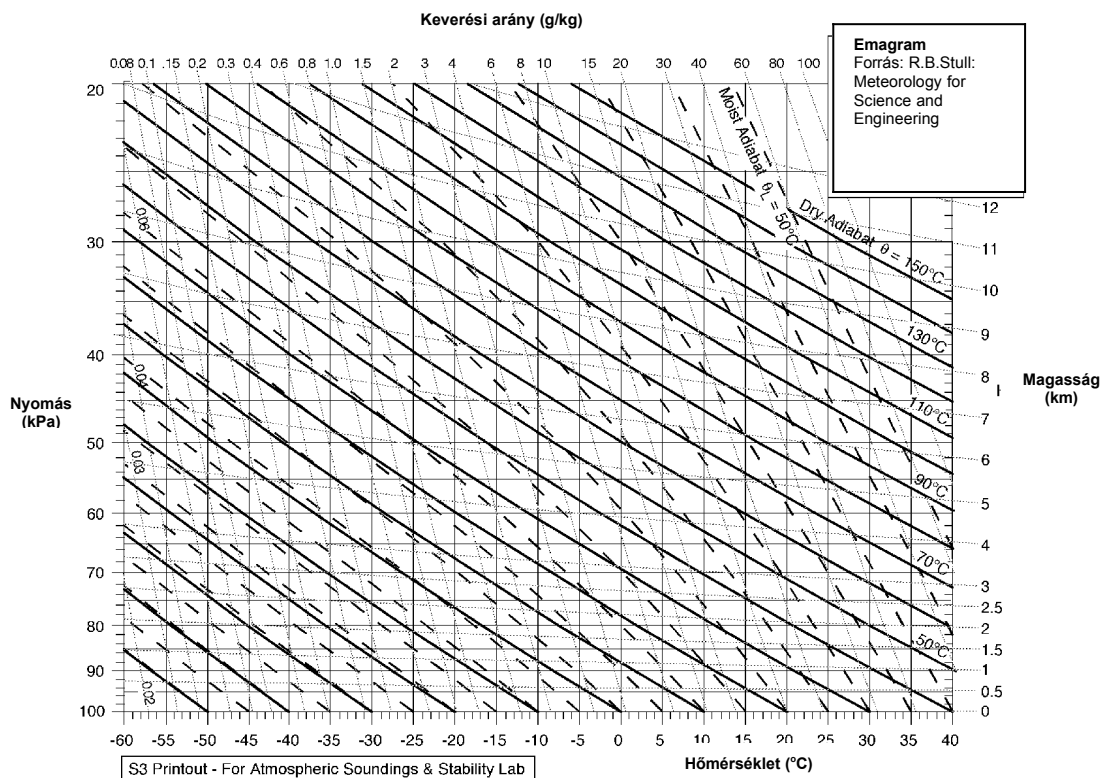
IV.6.2.1 Az emagram

Az emagram az egyik legelterjedtebb termodinamikai diagram; *Stüve* konstruálta 1922-ben. A gyakorlati munkában *Refsdal* honosította meg az 1930-as években. Tőle származik az elnevezés is (az "energy-per-unit-mass diagram" rövidítése). A diagramot a hazai gyakorlatban is alkalmazzák. Az egyik független változó a hőmérséklet, a másik pedig a nyomás függvénye:

$$A = T, \quad B = - R_d \ln p.$$

Az emagram (5. ábra) használhatóságát mutatja, hogy:

- a terület arányos az energiával,
- az izotermák és az izobárok egymásra merőleges egyenesek,
- a száraz adiabaták logaritmusos görbék (a normál meteorológiai értéktartományban az egyes izovonalak alig térnek el az egyenestől),
- az izogramok nagy meredekségű görbült vonalak,
- a pszeudonedves adiabaták pedig erősen görbült vonalak.



11. ábra. Az emagram fő izovonalai.

IV.6.2.2 A tefigram

A tefigram nem más, mint a fizikából jól ismert hőmérséklet-entrópia diagram, ahol egy körfolyamat területe megegyezik a körfolyamat munkavégzésével. A diagramot *Shaw* vezette be a meteorológiába 1922-ben.

A termodinamikai diagram egyik koordinátája a hőmérséklet, míg a másik a potenciális hőmérséklet logaritmusával. (A száraz levegő entrópiája megadható a potenciális hőmérséklet logaritmusával: $S = c_{pd} \ln \Theta + \text{const.}$)

$$A = T, \quad B = c_{pd} \ln \Theta .$$

- A terület arányos az energiával,
- az izotermák és a száraz adiabaták egymásra merőleges egyenesek, a köztük levő szög 90° ,
- az izobárok és az izogramok közel egyenesek,
- a pszeudonedves adiabaták erősen görbült vonalak.

IV.6.2.3 Az aerogram

A diagramot – amelyen könnyen ábrázolhatók az izotermák és a száraz adiabaták – *Refsdal* (1935) konstruálta.

$$A = \ln T, \quad B = - R_d T \ln p .$$

- A terület itt is arányos az energiával,
- csak az izotermák egyenesek,
- az izobárok és az izotermák nem merőlegesek egymásra,
- az izobárok az abszolút hőmérsékletnek megfelelően széthajlanak,
- az izotermák és a száraz adiabaták által bezárt szög hozzávetőlegesen 45°.

IV.6.2.4 Ferde-diagram

A diagramot *Herlofson* készítette 1947-ben. Konstrukciójakor az emagramból indult ki. Az volt a célja, hogy megnövelje a száraz adiabaták és az izotermák közötti hajlásszöget. Elferdítette az izotermákat, amelyek most már nem merőlegesek az izobárokra. Az egyik koordináta továbbra is az emagramról jól ismert $B = - R_d \ln p$. A termodinamikai diagram feltételeként korábban levezetett összefüggés analógiájára felírhatjuk a

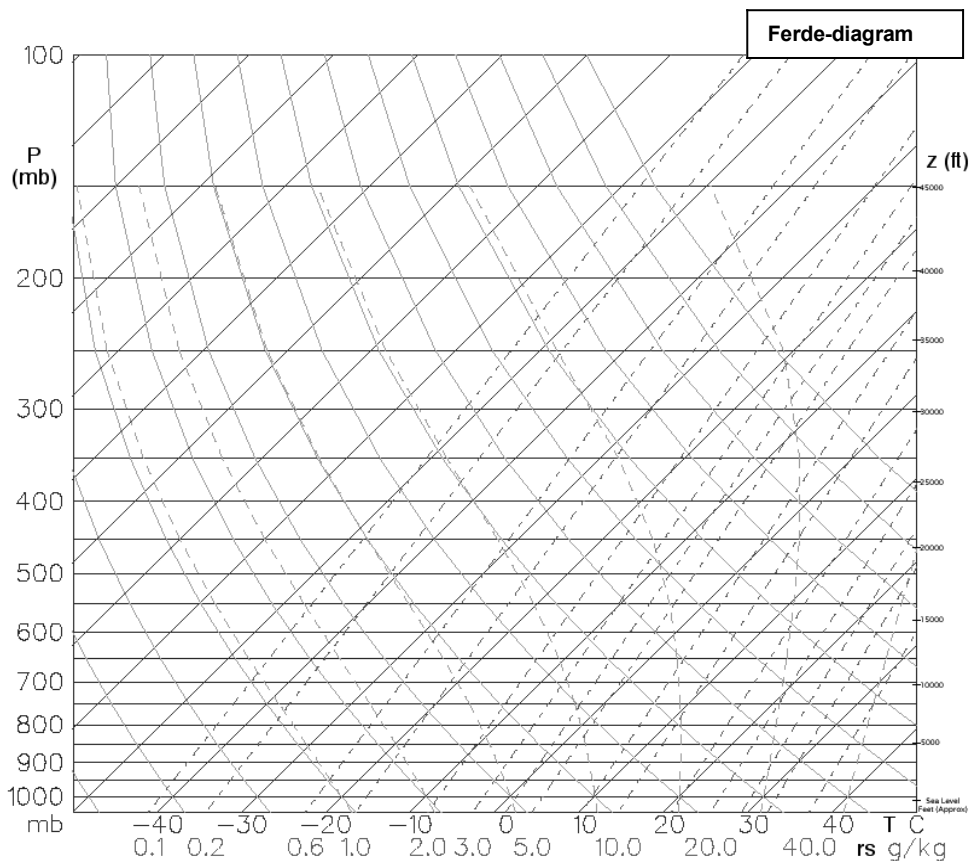
$$\left(\frac{\partial p}{\partial B} \right)_\alpha = - \text{const} \left(\frac{\partial A}{\partial \alpha} \right)_B$$

azonosságot. Az emagramban ($A = T$, $B = - R_d \ln p$) a B koordináta a nyomás függvénye. A fenti összefüggés szerint az emagramból származtatott új rendszer A koordinátájában a hőmérséklet mellett, adaléktagként, a nyomás tetszőleges függvénye szerepelhet anélkül, hogy megváltozna a diagram területtartása. Mi a nyomás logaritmikus függvényét használjuk. (Ez természetes, ha pl. a nyomás-magasság kapcsolatra gondolunk a sztatikus légkörben.) A ferde-diagram koordinátái:

$$A = T + K \ln p, \quad B = - R_d \ln p .$$

A K konstans állítja be a diagram "ferdeségét" megadva az izotermák és a száraz adiabaták közötti hajlásszöget, ami a gyakorlatban 90° körüli. A ferde-diagramon – az eddig bemutatott diagramokhoz hasonlóan:

- a terület arányos az energiával,
- az izotermák egyenesek,
- az izotermák és az adiabaták nem merőlegesek egymásra,
- a száraz adiabaták és az izogramok közel egyenesek,
- a pszeudonedves adiabaták erősen görbültek,
- az izotermák és a száraz adiabaták közötti szög hozzávetőlegesen 90°.



12. ábra. A ferde-diagram fő izovonalai: nyomás (p , hPa) – vízszintes vonalak, hőmérséklet (T , °C) – párhuzamos ferde vonalak, potenciális hőmérséklet v. száraz adiabaták (Θ , °C) – értékük 1000 hPa-os szinten megegyezik a hőmérséklettel, görbült halvány vonalak, pszeudonedves adiabata – görbült halvány szaggatott vonalak, amelyek alacsony hőmérsékleten belesimulnak a száraz adiabatába, izogramok (q_s , kg kg^{-1}) – szaggatott, nagy meredekségű, közel egyenes vonalak.

IV.6.2.5 A szondogram

A szondogramot az orosz dinamikus meteorológiai iskola egyik megteremtője, a szentpétervári *Lajthman* fejlesztette ki. Konstruálásában a tefigramból indult ki.

A független koordináták:

$$A = \ln T, \quad B = c_{pd} T \ln \Theta .$$

- A terület arányos az energiával,
- az izotermák egyenesek,
- az izobárok adott T hőmérsékleten szintén egy-egy egyenessel ábrázolhatók a diagramon,
- a száraz adiabaták görbe vonalak.

IV.6.2.6 A Stüve-gram

Ez az első olyan diagram, ami nem elégíti ki a termodinamikai diagram kritériumát, vagyis az itt ábrázolt körfolyamat által körbezárt terület nem arányos a körfolyamat munkavégzésével. A diagramot ennek ellenére széles körben – így a hazai gyakorlatban is alkalmazzák, mert egyszerűen ábrázolhatók a nedves és a pszeudonedves adiabaták.

A koordináták:

$$A = T, \quad B = -p \frac{R_d}{c_{pd}}.$$

A Stüve-gram (13. ábra) tulajdonságai:

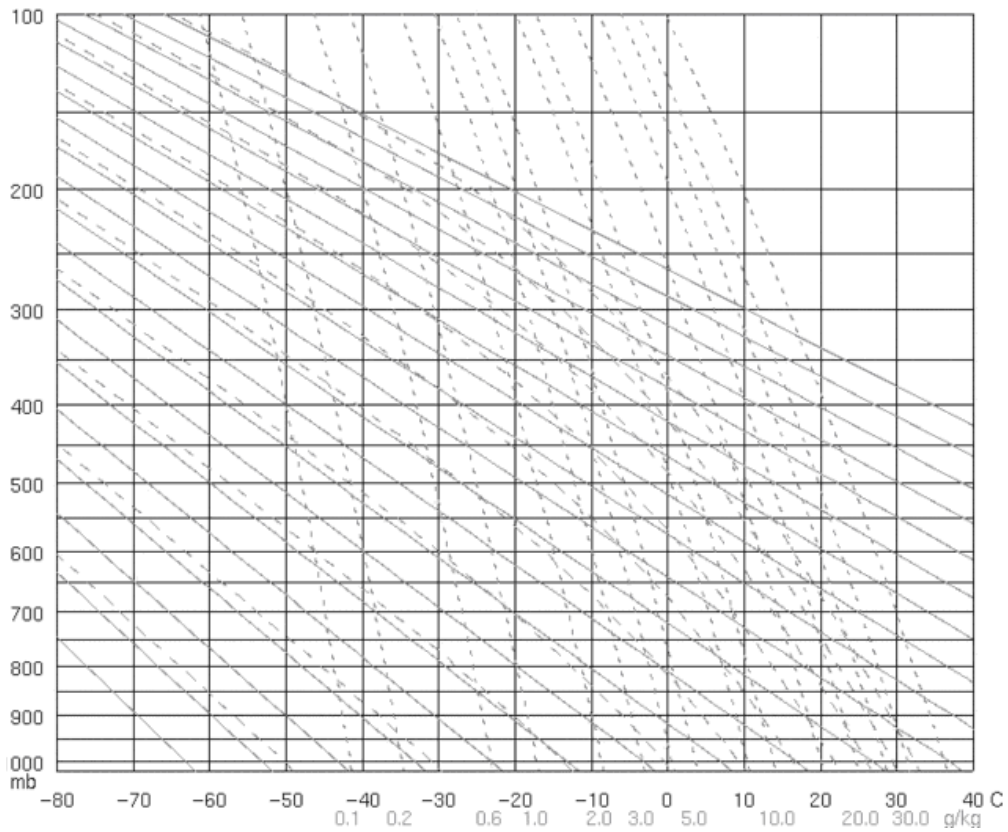
- a terület nem arányos az energiával,
- az izotermák és az izobárok egyenesek,
- a száraz adiabaták egyenesek és egy sugársort alkotnak,
- a pszeudonedves adiabaták erősen görbültek,
- az izogramok nagy meredekségű enyhén görbült vonalak.

Megemlítjük még a kevésbé használatos, *Hertz* által 1884-ben konstruált, logaritmikus hőmérséklet-nyomás diagramot:

$$A = \ln T, \quad B = -\ln p,$$

ami nem területtartó.

Érdekességként bemutatjuk a *Rosby*-gramot is. Itt a vízszintes tengelyen a telítési specifikus nedvesség, a függőleges tengelyen a potenciális hőmérséklet szerepel. Természetesen ez sem termodinamikai diagram.



13. ábra. A *Stüve*-gram fő izovonalai. Nyomás (P , hPa) – vízszintes vonalak, hőmérséklet (T , °C) – függőleges vonalak, Potenciális hőmérséklet vagy száraz adiabaták (Θ , °C) – értékük 1000 hPa-os szinten megegyezik a hőmérséklettel, közel párhuzamosan futó egyenesek (egy sugársort alkotnak az origóból indulva), pszeudonedves adiabata – görbült halvány szaggatott vonalak, amelyek alacsony hőmérsékleten belesimulnak a száraz adiabatába, izogramok (q_s , g kg^{-1}) – szaggatott, nagy meredekségű, közel egyenes vonalak.