

# **A felhasználható energia és entalpia alkalmazása a légkör energetika folyamatainak leírásában**

DIPLOMAMUNKA  
METEOROLÓGUS SZAK  
ÉGHAJLATKUTATÓ SZAKIRÁNY



Készítette:  
**Dávid Réka Ágnes**

Témavezető:  
**Tasnádi Péter**  
Egyetemi tanár  
ELTE TTK, Meteorológiai Tanszék

Eötvös Loránd Tudományegyetem  
Földrajz- és Földtudományi Intézet  
Meteorológiai Tanszék

Budapest, 2019.

## Tartalomjegyzék

Bevezetés.....	3
Irodalmi áttekintés.....	3
1. Léggöri energiafajták és átalakulásaik .....	3
2. A termodinamikai egyensúly .....	6
3. A Lorenz-féle szemlélet .....	7
4. A Dutton-féle szemlélet .....	9
5. A Marquet-féle szemlélet.....	10
5.1 A felhasználható fajlagos entalpia.....	10
5.2 A fajlagos energia összetevőire vonatkozó egyenletek.....	12
5.3 Lokális energiaciklus .....	12
5.4 A lokális energia törvény .....	14
5.5 A globális megmaradás törvénye.....	15
5.6 Potenciális változás a teljes entrópiában .....	16
5.7 Energiakomponensek .....	18
5.8 Gross static stability .....	19
6. A léggöri entalpiára és az <i>APE</i> -re vonatkozó újabb kutatások.....	21
Numerikus számítások és saját eredmények .....	24
I. Adatok.....	24
II. Módszer, eredmények és diszkusszió.....	26
III. Az entrópia és az energia lokális sűrűsége .....	27
IV. Az entrópia és az energia.....	34
V. A felhasználható entalpia lokális sűrűsége.....	42
Összefoglalás.....	48
Köszönetnyilvánítás .....	50
Felhasznált irodalom .....	51

## Bevezetés

A légköri energetika globálisan a teljes légkör, lokálisan, a légkör adott részében lévő energia fajtákat, továbbá az energiák egymásba alakulását tárgyalja. Ezeknek az átalakulási folyamatoknak az ismerete fontos a globális és a lokális energiafolyamatok értelmezésében. A dolgozat célja, a globális és lokális energia- és entrópia-mérleg néhány fontosabb megközelítésének összefoglalása (Lorenz, Dutton, Marquet) és alkalmazása.

A légköri energetika megalapozója Lorenz volt, aki a korábbi próbálkozásokat egzakt formába öntve kidolgozta a felhasználható energia fogalmát. Ugyanakkor, Lorenz állandó entrópia mellett keresi a globális légköri energia minimumát, amely esetben a referencia állapot fogalma nehezen kezelhető. Dutton a feladatot realiztikusabban közelíti, energetikailag zárt rendszer esetén variációs elvből határozza meg a légkör maximális entrópiájú állapotát. (Mivel a Napból érkező rövidhullámú sugárzás a földfelszínre érve nem egyenletesen oszlik el, viszont egyensúlyban van a Föld által kibocsátott hosszuhullámú sugárzási energiával, ami pedig földrajzilag egyenletesen oszlik el, így a légkör hosszabb időre vonatkoztatva energetikai szempontból dinamikus egyensúlyban van, de a rendszer entrópiája nem maximális.) Marquet mind a lokális, mind a globális energiaváltozásokat tárgyalja.

A dolgozatban a légkör összenergiájából indulva Dutton nyomán meghatározzuk a határentrópiájú, ideális izoterm légkör entrópiáját és hőmérsékletét, majd Marquet számításait megkíséreljük reprodukálni, kiszámítjuk a légkör felhasználható entalpiáját. Ezt más időtartományra tettük meg, mint ahogy ő tette, frissebb adatokból dolgozunk és vizsgáljuk, hogy a számított mennyiségek milyen eloszlást, variabilitást mutatnak.

## Irodalmi áttekintés

### 1. Légköri energiafajták és átalakulásaik

Az energetika tárgyalását száraz levegőre vonatkozóan végezzük el, első közelítésben feltesszük, hogy a levegő ideális gáz és kvázisztatikus termodinamikai folyamatok játszódnak le benne (a termodinamikai állapot lassan fejlődik). (Az állapotegyenletben expliciten nem jelenik meg a nedvesség, habár a felvett hőteljesítmény a telítési folyamatokhoz is kapcsolódik és a fázisváltozás látens hője a meteorológiai gyakorlatban diabatikus hőként szerepel.) A  $p$  nyomás, a  $T$  abszolút hőmérséklet és a  $\rho$  sűrűség az állapotegyenleten keresztül kapcsolódik egymáshoz:  $p = \rho RT$ .

A légkört a gravitációs vonzás akadályozza meg, hogy elillanjon a világűrbe. A légkör energiájának nagy része a Nap elektromágneses sugárzásából származik. A légkör rendelkezik belső- (termikus-), gravitációs potenciális- (helyzeti-) és kinetikus- (mozgási) energiával. (Götz és Rákóczi, 1981)

A legáltalánosabb természeti törvények egyike, az energia-megmaradás törvénye, a légkörre is érvényes, miszerint az energia semmilyen folyamat során nem keletkezik vagy semmisül meg, hanem az egyik energiaformából a másikba alakul át. Nyitott rendszerre vonatkozóan a teljes energiamegváltozás ( $dE$ ) egyenlő a hőfelvétel és a rendszeren végzett munka előjeles összegével. A rendszer, amit vizsgálunk a teljes légkör, amely  $E_i$  belső energiával,  $E_p$  potenciális energiával és  $E_k$  kinetikus energiával rendelkezik.

A Naptól érkező sugárzási energia vagy sugárzás, szinte egyedüli energiaforrása a földi légkörnek. A légkör külső határán adott pontba érkező energiát alapvetően négy tényező befolyásolja: a Naptól kibocsátott energia mennyisége, a Nap-Föld távolság, a Nap irányának a horizont síkjával bezárt szöge és a nappalok hossza. A Naptól érkező sugárzás jó közelítéssel fekete test sugárzásnak tekinthető, aminek egy részét a Föld elnyeli, másik részét visszasugározza. A besugárzás rövidhullámú, míg a földi kisugárzás hosszuhullámú, és mivel a Föld hőmérséklete közel állandó, a sugárzási mérleg egyensúlyban van, azaz az atmoszféra felső határára érkező és az onnan távozó sugárzó energia megegyezik. A beérkező sugárzás azonban rendezettebb (kisebb entrópiájú), mint a kisugárzás (nagy entrópia). Ez a légkörben rendeződési folyamatokat tesz lehetővé.

A Naptól kibocsátott, a légkör felső határának egységnyi felületére, a sugárzás irányából merőlegesen érkező sugárzási energia a Földre megtett 150 millió km alatt  $1367 \frac{W}{m^2}$ -re csökken a kezdeti  $62 \text{ millió } \frac{W}{m^2}$ -ről (ez a mennyiség a Napállandó). Ezt az energiát az elektromágneses sugárzás szállítja, amelynek leírására többféle mennyiség használatos.

A Nap horizont feletti szögmagassága az év folyamán periodikusan változik, nyáron a Nap magasabban delel, mint télen, ezáltal a napmagasság is hatással van a besugárzásra. Továbbá, a Nap aktivitás 11 éves ciklusa során a mágneses terével kapcsolatos napfoltokkal való borítottság változik. A napfoltok a Nap fotoszférájánál közelítőleg 1000 K-nel hidegebb területek. A napaktivitás maximumának idején a Nap felszínén több napfolt van, a sugárzási törvények következtében pedig, az alacsonyabb hőmérsékletű test kevesebb energiát sugároz, így a napkorong Földről mért átlaghőmérséklete, azaz a teljes kisugárzása is alacsonyabb lesz.

A felszínre elérő intenzitás függ a napsugarak beesési szögétől, a különböző földrajzi

szélességek között jelentős különbségek vannak, az alacsonyabb szélességek felé nő a besugárzás. A nappalok hossza változik az évszakokkal, ami a besugárzásban különbségeket eredményez.

Ahogy azt már fentebb taglaltuk, a Naptól érkező rövidhullámú sugárzás a földfelszínre érve nem egyenletesen oszlik el, viszont összenergiája egyensúlyban van a Föld által kibocsátott hosszuhullámú sugárzási energiával, ami pedig földrajzilag egyenletesen oszlik el, így a légkör hosszabb időre vonatkoztatva energetikai szempontból dinamikus egyensúlyban van, de a rendszer entrópiája nem maximális. A besugárzási különbségek miatt a légkör mozgásba jön, ezáltal mozgási energiája lesz. Így az energia megmaradási törvényét alkalmazva egységnyi tömegű rendszerre a következőt írhatjuk fel: (Götz és Rákóczi, 1981)

$$dE = dE_i + dE_p + dE_k \quad (1.1)$$

A vizsgált légréteg energiájához az energia sűrűség (egységnyi tömegre, illetve egységnyi térfogatra jutó energia) megfelelő integrálásával jutunk. Az egységnyi tömegre vett fajlagos (specifikus) belső energia:

$$e_i = c_v T \quad (1.2)$$

ahol  $c_v$  a levegő állandó térfogaton vett fajhője. A specifikus gravitációs potenciális energia:

$$e_p = gz \quad (1.3)$$

ahol  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$  nehézségi gyorsulás, amelyet a teljes légkörre állandónak vehető,  $z$  pedig a tengerszinttől mért magasság. A specifikus kinetikus energia:

$$e_k = \mathbf{v}^2/2 \quad (1.4)$$

ahol  $\mathbf{v}$  a háromdimenziós szélvektor.

A fajlagos energiák helyett az energiasűrűséget kell használni, ha a teljes légköri energia fajtakat a légkör térfogatára vett integrálással határozható meg. Így a belső-, a potenciális- és a kinetikus energiát, rendre a következő összefüggésekből kapjuk:

$$E_i = \int_V c_v \rho T dV, E_p = \int_V \rho g z dV, E_k = \int_V \frac{1}{2} \rho \mathbf{v}^2 dV \quad (1.5)$$

ahol  $V$  a légkör térfogata, a többi jelölést a korábbiakban definiáltuk.

A számítások szerint a légkör energiái:

<i>Energiafajta</i>	<i>[J/m<sup>2</sup>]</i>
potenciális ( $E_p$ )	$567,5 * 10^6$
belső ( $E_i$ )	$1674,8 * 10^6$
teljes potenciális ( $TPE = E_i + E_p$ )	$2242,3 * 10^6$
kinetikus ( $E_k$ )	$1153,4 * 10^3$

*1.1. táblázat: 5 év megfigyelési adataiból 1000-75 hPa-ig terjedő légoszlopban az energiakomponensek. Évi átlagok, az északi féltekére vonatkoztatva. (Götz és Rákóczi, 1981) 228. oldal*

Ki kell emelnünk, hogy a kinetikus energia három nagyságrenddel kisebb az összes többi energiafajtnál.

Érdekes kérdés, hogy az energiák milyen módon alakulnak egyik energiafajtból a másikba. Ezeknek a folyamatoknak a leírása segít az időjárási változások és a légköri cirkulációs folyamatok megértésében.

A légköri energiacyklus Götz és Rákóczi nyomán (Götz és Rákóczi, 1981) az alábbi módon írható fel. Alapja a külső forrásból (Nap) származó hő generálódása ( $G(E_i)$ ), amely belső energiává alakul. A potenciális- és a belső energia adiabatikus folyamatok során (konverziós faktorok:  $C(E_p, E_k)$ ,  $C(E_i, E_k)$ ) mozgási energiává tud alakulni. A kinetikus energia pedig disszipáció során belső energiává alakul ( $D(E_k)$ ).

$$\frac{dE_i}{dt} = G(E_i) - C(E_i, E_k) \quad (1.6)$$

$$\frac{dE_p}{dt} = C(E_i, E_p)$$

$$\frac{dE_k}{dt} = C(E_i, E_k) - C(E_i, E_p) - D(E_k)$$

## 2. A termodinamikai egyensúly

A termodinamikai egyensúlyt az energia minimum- vagy az entrópia maximum elvből határozható meg. Az energetikailag zárt rendszerekben a II. főtétel szerint az egyensúlyi állapothoz maximális entrópia tartozik. Amennyiben entrópia szempontjából zárt rendszert vizsgálunk, akkor egyensúlyi állapotban a rendszer energiája minimális. A kétféle elv alapján meghatározott egyensúlyi állapot adott rendszer esetén és megfelelő kezdeti feltételek mellett ugyanarra az állapotra kell, hogy vezessen. (Callen, 1960)

Lorenz a légkör egyensúlyi állapotát a minimális energiájú állapot megkeresésével határozta meg, emiatt a kiinduló állapotból a légkört úgy rendezte át, hogy entrópiája

változatlan maradjon. Ennek során az izentróp felületek nyomását átlagolta, így a kiinduló állapotból a légkör barotróp állapotához jutott el.

Dutton a légkör energiáját tekintette állandónak és kereste az állandó energia és állandó tömeg feltételezése mellett a maximális entrópiájú állapotot. A variációs elvre alapozott számítás izoterm hidrosztatikus légkörre vezetett. (Dutton, 1973)

### 3. A Lorenz-féle szemlélet

A légköri energetikában a felhasználható kinetikus energia koncepcióját elsőként Margules vezette be, aki a viharos szelek létrejöttét magyarázta vele. Az izolált légréz maximálisan lehetséges kinetikus energiáját azzal az energiával azonosította, amit a légréz nyugalmi állapotból indulva, adiabatikus változásokon keresztül elérhet. (Margules, 1901)

Lorenz továbbfejlesztette ezt az ötletet. A globális cirkulációt vizsgálva az volt a célja, hogy megkeresse a légköri mozgások energia forrásait és nyelőit, valamint az energia-transzformáció formáit, amelyek a súrlódási disszipáció ellenére is lehetővé teszik a légköri mozgások fennmaradását. Definiálta a felhasználható energia fogalmát (*APE = Available Potential Energy*), ami a teljes légkör belső és a potenciális energiájának az a maximális része, amely ideális körülmények között izentróp folyamatok során átalakítható kinetikus energiává. Ebből értelemszerűen következik, hogy a légkör teljes potenciális és belső energiájának mindig van kinetikus energiává nem alakítható része. Ez az energia egyben a légkör minimális energiájú állapotát adja.

Ideális gáz esetén hidrosztatikus állapotban a gravitációs potenciális- és a belső energia arányos egymással, ezért összevonható a két energia összegének energiasűrűsége  $c_p T \rho$ . A továbbiakban Lorenz szóhasználata szerint ezt az összeget nevezzük potenciális energiának (*TPE*).

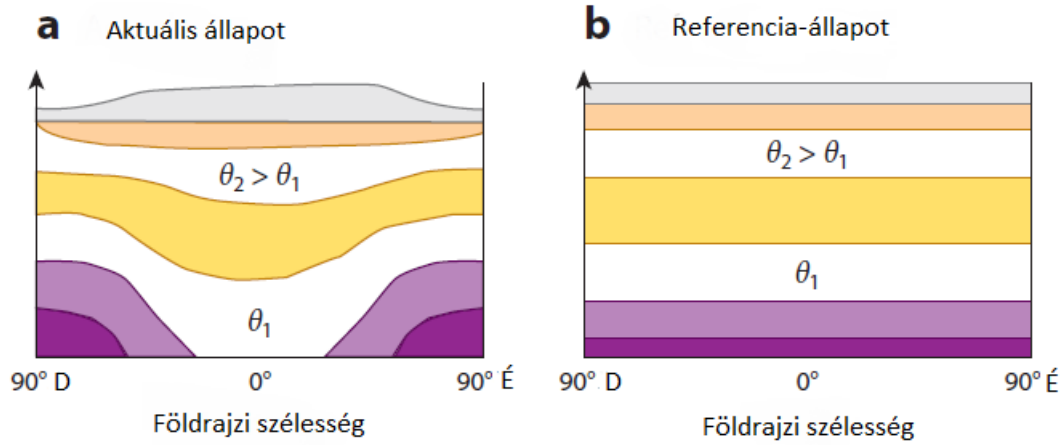
A légkör pillanatnyi összenergiája és a minimális potenciális energiája ( $TPE_{min}$ ) közötti különbség az *APE*. Emiatt vezette be Lorenz a felhasználható potenciális energiát.

$$APE = TPE - TPE_{min} \quad (3.1)$$

A minimális potenciális energiájú állapot olyan referencia állapot, amelynek eléréséhez, mint már említettük, a valós állapotból a légkört izentróp módon úgy rendezzük át, hogy az izobár felületek megegyezzenek az izentróp felületekkel.

Az 1.1. táblázatból látszik, hogy a teljes potenciális energia 2000-szerese a kinetikus energiának.

A 3.1. ábra a légkör sematikus elrendezésén keresztül szemlélteti a felhasználható potenciális energia fogalmát. A baloldali ábra esetén a légkörnek van felhasználható potenciális energiája, a jobboldalin a potenciális energia minimális, így az aktuális  $TPE=0$



3.1. ábra: két tartály, sűrűség szerint rendeződik,  $\theta$  a potenciális hőmérséklet: (a) az aktuális állapot (b) a referencia állapot. Az x-tengelyen a szélességi körök vannak, baloldalon van dél, jobboldalon észak. Izentróp esetben az energiaminimum az egyensúlyi állapot. (Tailleux, 2013)

Lorenz az  $APE$  gyakorlati kiszámításához közelítő formulát határozott meg.

A légkör teljes potenciális energiája:

$$P = \int_V c_p \rho T dV = \int_A dA \int_0^\infty c_p \rho T dz \quad (3.2)$$

Ahhoz, hogy átalakíthassuk nyomási koordináta rendszerbe (p-rendszer), alkalmazzuk a hidrosztatikus közelítést:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial z} &= -\rho g \\ -\rho g dz &= dp \\ dz &= -\frac{1}{\rho g} dp \end{aligned} \quad (3.3)$$

(3.2) -as egyenletbe beírva (3.3)-at kapjuk a következőt:

$$P = \rho c_p \left(-\frac{1}{\rho g}\right) \int_A dA \int_0^\infty T dp = -\frac{c_p}{g} \int_A dA \int_0^\infty T dp \quad (3.4)$$

A számításokhoz érdemes a potenciális hőmérsékletet vertikális koordinátaként használni ( $\theta$  rendszer). Ekkor

$$P = \frac{c_p}{g p_0^k (k+1)} \int_A dA \int_0^\infty p^{k+1} d\theta \quad (3.5)$$

Ebből kell kivonni az izentróp felületekre átlagolt nyomású barotróp légkör  $P$  potenciális energiáját, így az  $APE$ :

$$APE = P - \bar{P} = \frac{c_p}{g p_0^k (k+1)} \int_A dA \int_0^\infty (p^{k+1} - \bar{p}^{k+1}) d\theta \quad (3.6)$$

Erre Lorenz a  $T'$  hőmérsékleti perturbációban másodrendű tagokat figyelembe véve a következő közelítést adta (Lorenz, 1955):

$$APE = \frac{1}{2} \int_A dA \int_0^\infty \bar{T} \frac{T'^2}{\bar{T}^2} \frac{1}{\Gamma - \gamma} dp \quad (3.7)$$

ahol  $\gamma$  a légkör vertikális hőmérsékleti gradiense,  $\Gamma$  pedig az adiabatikus hőmérsékleti gradiens.

#### 4. A Dutton-féle szemlélet

A Dutton-féle nézőpont szerint a légköri mozgásokat termális kényszer hozza létre, ezért adott pillanatban energetikailag lezárja a légkört és keresi, hogy a belső inhomogenitások kiegyenlítődése milyen végállapotra vezet.

A zárt légkörben a hőmérséklet és a nyomás különbségek miatt különböző folyamatok zajlanak, amelyek növelik az entrópiát. Amikor a folyamatok leállnak, az entrópia maximális lesz ( $S_{max}$ ). Ez lenne az az állapot, amelyhez a magára hagyott légkör tartana, ha a külső energiaforrásoktól elzárnánk. Lorenz elméletével szemben, ahol az entrópia állandósága mellett a légkörben már nem zajlanának le folyamatok, ehhez a végállapothoz (megfelelő feltételek mellett) a légkör valóban eljuthatna.

Írjuk fel a légkör fajlagos entrópiáját (a fajlagos mennyiségeket kisbetűvel vannak jelölve), a belső energiából kiindulva:

$$de_i = Tds - p d\alpha \quad (4.1)$$

Beírva ide az (1.2) -es egyenletet és felhasználva a  $RT = \frac{p}{\rho} = p\alpha$  gáztörvényt:

$$ds = \frac{de_i}{T} + \frac{p}{T} d\alpha = c_v \frac{dT}{T} + R \frac{d\alpha}{\alpha} \quad (4.2)$$

$$s = c_v \ln \frac{T}{T_r} + R \ln \frac{\alpha}{\alpha_r} \quad (4.3)$$

ahol  $r$  index jelöli a referencia értékeket.

Írjuk fel a földi légkör teljes energiáját is! A teljes légkör tömege:

$$M = \int_V \rho dV = konstans \quad (4.4)$$

Adott tömeg mellett a teljes energia is állandó:

$$E_0 = \int_V \rho e dV = \int_V \rho (c_v T + gz + \mathbf{v}^2/2) dV = konstans \quad (4.5)$$

ahol  $e$  a teljes energiasűrűséget jelöli. Ezekkel a mellékfeltételekkel kell megkeresni az

$$S = \int_V \rho s dV = \int_V \rho (c_v \ln \frac{T}{T_0} + R \ln \frac{\alpha}{\alpha_0}) dV \quad (4.6)$$

entrópia maximumát, amelyhez a rendszer entrópiája állandó energia mellett az időben tartana. Ezt az állapotot a továbbiakban határállapotnak nevezzük.

Dutton variációs számítás alkalmazásával megmutatta, hogy a maximális entrópiájú állapotban a légkörben nincsenek makroszkopikus mozgások (nem fúj szél), a hőmérséklet állandó (izoterm légkör) és a rétegződés hidrosztatikus. Ebből a határállapotbeli hőmérséklet könnyen meghatározható, hiszen míg a kezdeti állapotban a légkörnek a belső- és a potenciális energiája mellett kinetikus energiája is van, a határállapotban a kinetikus energia zérus, azaz az energia állandósága és a hidrosztatikusság miatt

$$E = E_i + E_p + E_k = E_{i0} + E_{p0} = c_p T_0 M \quad (4.7)$$

(4.7) -es egyenletből pedig kifejezhető  $T_0$ , szóval megkapjuk azt a hőmérsékletet, amihez a légkör tartana (Dutton, 1973):

$$T_0 = \frac{E}{c_p M} \quad (4.8)$$

## 5. A Marquet-féle szemlélet

Lorenz és Dutton a teljes légkörre vett energiákkal és a közöttük végbemenő konverziókkal foglalkozott, elméletükben az *APE* lokális változásaira nem tértek ki. Marquet célja az volt, hogy újra vizsgálja az *APE* koncepcióját és definiálni tudja lokálisan is. A lokális *APE* algebrai kifejezése lehetővé tenné az energia konverziók vizsgálatát nyílt térrészen is (pl. ciklonok, baroklin hullámok), ahol a határfluxusok is figyelembe vannak véve. Továbbá, az egyes szintek energiáit vizsgálni lehetne, például a troposzféra-sztratoszféra energia cserélődési folyamatainak szempontjából.

Az exergia a (termodinamikai) energiának azon része, amely akármilyen másfajta energiává alakulhat. A modern exergia fogalom egyik korai formája a felhasználható entalpia, amely általánosítja a felhasználható munka fogalmát, amikor valamilyen anyag egyensúlyi állapotba kerül reverzibilis folyamatok révén. A Marquet-féle szemlélet megmutatja, hogy a felhasználható entalpia hidrodinamikai alkalmazása lehetővé teszi a korábban Lorenz és Dutton által a globális meteorológiai folyamatokra bevezetett hasznosítható energia fogalmak általánosítását.

### 5.1 A felhasználható fajlagos entalpia

Feltesszük, hogy a levegő ideális gáz és kvázistacionárius termodinamikai folyamatok játszódnak le benne (azaz lassú fejlődése a termodinamikai állapotnak). Az állapotegyenletben expliciten nem jelenik meg a nedvesség, bár a fázisátalakulási folyamatok során felszabaduló látens hő diabaticus hőként vehető figyelembe.

Bevezetve a  $T_r$  egyelőre definiálatlan konstans hőmérsékletet, a fajlagos belső energia és az entalpia a következő formát ölti:

$$e_i = (e_i)_r + c_v(T - T_r) \quad (5.1.1)$$

és

$$h = h_r + c_p(T - T_r) \quad (5.1.2)$$

ahol  $(e_i)_r$  és  $h_r$  a referencia hőmérséklethez kapcsolódó specifikus értékek. Ideális gázra a fajlagos entrópia a következőképpen van értelmezve:

$$s(\theta) = s_r + c_p \ln\left(\frac{\theta}{\theta_r}\right) \quad (5.1.3)$$

ahol  $\theta$  a potenciális hőmérséklet, és  $\theta_r = T_r(p_{00}/p_r)^k$ ,  $s_r$  a  $p_r$  nyomáshoz és a  $T_r$  hőmérséklethez tartozó univerzális specifikus referencia entrópia, ami az elmélet ezen pontján még két meghatározatlan konstanstól függ. Az  $s(\theta)$  teljes deriváltja:

$$\frac{ds}{dt} = \frac{c_p}{\theta} \frac{d\theta}{dt} = \frac{Q}{T} \quad (5.1.4)$$

amiben  $\frac{c_p}{\theta} \frac{d\theta}{dt} = \frac{Q}{T}$  az entrópia definíciója szerint, ahol  $Q$  a napsugárzásból, a hővezetésből és a látens hőleadásból származó specifikus hőteljesítmény. (Itt elhanyagoltuk a molekuláris kinetikus energia disszipációt).

Marquet a specifikus felhasználható entalpiát az

$$a_h \equiv (h - h_r) - T_r(s - s_r) = (h - T_r s) - (h_r - T_r s_r) \quad (5.1.5)$$

összefüggéssel definiálja.

Behelyettesítve  $s - s_r$ -t (5.1.3) -ből (5.1.5) -be, és  $\theta$  és  $\theta_r - t$   $T$  és  $p$ -vel kifejezve

$$a_h(T, p) = c_p(T - T_r) - c_p T_r \left(\frac{T}{T_r}\right) + RT_r \ln\left(\frac{p}{p_r}\right) \quad (5.1.6)$$

A felhasználható entalpia érdekes tulajdonsága ideális gázban, hogy természetes módon csak hőmérséklettől, illetve csak nyomástól függő tagokra bontható:

$$a_h(T, p) \equiv a_T(T) + a_p(p) \quad (5.1.7)$$

ahol  $a_T$  és  $a_p$  rendre a fajlagos entalpia hőmérséklet, illetve nyomás függő tagja.

$$a_T = c_p T_r F(X), \text{ ahol } X = \frac{T - T_r}{T_r} = \frac{T}{T_r} - 1 \quad (5.1.8)$$

$$\text{és } X > -1 : F(X) = X - \ln(1 + X) = \int_0^X \frac{x}{1+x} dx \Rightarrow F(X) \geq 0, \quad (5.1.9)$$

a nyomásfüggő  $a_p$  komponens pedig

$$a_p = RT_r \ln\left(\frac{p}{p_r}\right) \quad (5.1.10)$$

Mivel  $X > -1$  így  $T > 0$ ,  $F(X)$  mindig definiálva van. Az  $F(X)$  pozitív mennyiség, ami csak akkor zérus, ha  $X = 0$  és így  $T = T_r$ .

## 5.2 A fajlagos energia összetevőire vonatkozó egyenletek

Kezdjük  $a_h$ -val, ahol az (5.1.4) termodinamikai egyenlet a következő formába írható:

$$\frac{dh}{dt} = c_p \frac{dT}{dt} = \frac{R}{p} \omega T + Q \quad (5.2.1)$$

ahol  $\omega = dp/dt$ . A (5.2.1) egyenlet az entalpia egyenlet. Mivel  $p_r$  és  $T_r$  állandó, a (5.1.4), (5.1.5) és (5.2.1) egyenletet alkalmazva  $a_h$  deriváltja kifejezhető a következőképpen:

$$\frac{da_h}{dt} = \frac{R}{p} \omega T + \left(1 - \frac{T_r}{T}\right) Q. \quad (5.2.2)$$

Ez a felhasználható energia egyenlete (5.2.2), amely a két energiakomponens ( $a_T$  és  $a_p$ ) totális deriváltjára választható szét

$$\frac{da_T}{dt} = -\frac{R}{p} \omega T_r + \frac{R}{p} \omega T + \left(1 - \frac{T_r}{T}\right) Q = \left(1 - \frac{T_r}{T}\right) \frac{dh}{dt}, \quad (5.2.3)$$

$$\frac{da_p}{dt} = +\frac{R}{p} \omega T_r. \quad (5.2.4)$$

A kinetikus energia ( $e_k = \mathbf{v}^2/2$ ) deriváltját megkapjuk, ha a mozgásegyenletet skalárisan szorozzuk a háromdimenziós szélvektorral

$$\frac{de_k}{dt} = -\frac{1}{\rho} \cdot \mathbf{v} \bar{\nabla}(p) - gw + \mathbf{v} \cdot \bar{\mathbf{F}}. \quad (5.2.5)$$

És végül a negyedik és egyben utolsó energia komponens a fajlagos gravitációs potenciális energia  $e_G = \Phi = gz$ . Tehát a gravitációs potenciális energia egyenlet:

$$\frac{de_G}{dt} = +gw. \quad (5.2.6)$$

## 5.3 Lokális energiaciklus

A következőkben a Marquet által bevezetett  $a_T$  (5.7.3) és  $a_p$  (5.1.7) komponenseket összehasonlítjuk Lorenz (1955, 1967) eredményeivel, hogy meghatározhatók legyenek az ismeretlen konstans  $p_r$  (5.5.5) és  $T_r$  (5.3.5) értékek.

Marquet tanulmányában az energiaciklus olyan rendszerre utal, amely tartalmazza az energiakomponensek idő szerinti teljes deriváltjait és teljesülnek rá a szokásos konverziós feltételek: egy-egy ellenkező előjellel rendelkező egyenlettel kifejezve, amelyek magukba foglalják az in situ folyamatokat, amennyire lehetséges fizikai alapon (Johnson & Downey 1982). A fennmaradó kifejezések forrásként vagy nyelőként vannak értelmezve. A lokális energiaciklus az energiakomponensekkel együtt ( $e_G$ ,  $e_K$ ;  $a_T$ ,  $a_p$ ) könnyen meghatározható az (5.2.3 és 5.2.6) energiaegyenletekből. A Lorenz-féle sémát alkalmazva:

$$\frac{de_G}{dt} = -C_{(G,K)}$$

$$\begin{aligned}
\frac{de_K}{dt} &= +C_{(G,K)} + C_{(h,K)} - D_K \\
\frac{da_T}{dt} &= +C_{(p,T)} - C_{(h,K)} - G_h \\
\frac{da_p}{dt} &= -C_{(p,T)}
\end{aligned}
\tag{5.3.1}$$

ahol

$$C_{(p,T)} = -\frac{R}{p}T_r\omega, C_{(h,K)} = -\frac{1}{\rho} \cdot \bar{v}\bar{V}(p), C_{(G,K)} = -gW \tag{5.3.2}$$

és

$$D_K = \bar{v} \cdot \bar{F}, G_h = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} + (1 - \frac{T_r}{T})Q \tag{5.3.3}$$

A  $C(\alpha,\beta)$  transzformációs faktor a  $\alpha$ -energiából  $\beta$ -energiába történő konverziót jelöli.  $C_{(G,K)}$ ,  $C_{(h,K)}$ . Az  $G_h$  tagot és a  $D_K$  disszipációt már korábban definiáltuk az általánosabb entalpia ciklusban ( $e_G$ ,  $e_K$ ;  $h$ ). A  $C_{(p,T)}$  konverziós tényező (az  $a_h$  ciklusból adódik), az  $a_p$  és  $a_T$  közötti átmenetet jelent.

A teljes deriváltak használata biztosítja a lokális tagok fizikai jelentést, nemcsak a konverziós feltételeknek (5.3.2), a forrásoknak és nyelőknek (5.3.3), hanem a hőmérsékleti- ( $a_T$ ) és a nyomási ( $a_p$ ) tagoknak is. A helyi energiaciklus (5.3.1) mozgó légrézre vonatkozó energiamérleg.

Az entalpiaciklus pedig a következő:

$$\begin{aligned}
\frac{de_G}{dt} &= -C_{(G,K)} \\
\frac{de_K}{dt} &= +C_{(G,K)} + C_{(h,K)} - D_K \\
\frac{dh}{dt} &= -C_{(h,K)} + (\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} + Q)
\end{aligned}
\tag{5.3.4}$$

$G_h$  első tagja (5.3.3)-ban, nevezetesen  $\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t}$ , a légréz adiabatikus kiterjedésének a járulékaként értelmezhető.  $G_h$  második tagja (5.3.3)-ban,  $[(1 - \frac{T_r}{T})Q]$ ,  $Q$ -ra redukálódik az entalpia ciklusban (5.3.4)-ben. Az (5.3.3)-ban  $Q$ -t szorzó  $N_h = (1 - \frac{T_r}{T})$  hatékonysági faktort gyakran, a  $T_r$  hőmérsékletéhez kapcsolódó „Carnot faktornak” nevezik.

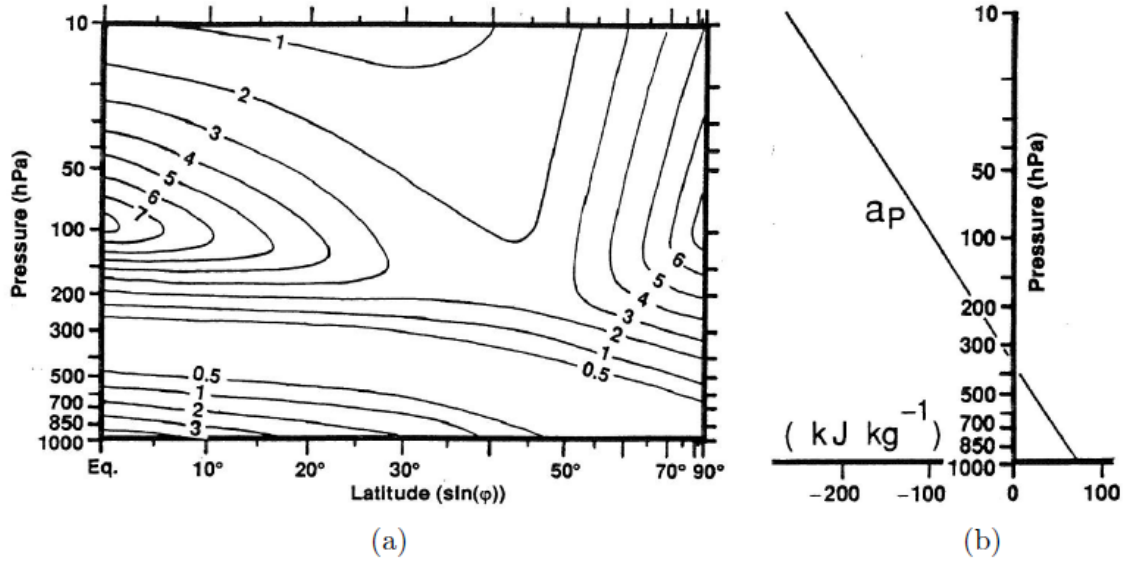
Lorenz (1967)  $T_m(r)$ -t tetszőleges  $t$  időpillanatban  $1/T$ -nek a légkör teljes tömegére - vett átlagának reciprokával definiálta. Emiatt homogén eloszlású  $Q$  esetén a Lorenz-féle lokális hatékonysági faktor integrálja (globális hatékonysági faktor) eltűnik.

Marquet  $T_r$ -t nem a teljes légkörre vett térátlaggal definiálta, hanem az átlagolást kiterjesztette adott  $\Delta t = t_2 - t_1$  időintervallunra is:

$$\frac{1}{T_r} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_1}^{t_2} \left[ \iiint \frac{1}{T} \frac{dm}{M} \right] dt = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_1}^{t_2} \frac{1}{T_{m(t)}} dt \quad (5.3.5)$$

Az (5.3.5)-ből adódó,  $\frac{1}{T_r}$ -ben a  $T_r$  hőmérséklet a földi légkörre jellemző karakterisztikus érték, ami a jelenlegi klimatikus viszonyok között 250 K közelében marad.

A  $T_r$  megválasztásból adódik, hogy a hosszú távon átlagosan felhasználható teljes entalpia keletkezése megszűnik a  $Q$  hőteljesítmény térbeli és időbeli eloszlása miatt, továbbá a teljes entrópia hosszú távon változatlan marad.



5.3.1. ábra: (a)  $a_T$  zonális átlag spektrális eloszlásának keresztmetszete (b)  $a_p$  vertikális profilja. Mindkét ábrán  $[kJ/kg]$  mértékegységben vannak ábrázolva az értékek. (Marquet, 1991)

#### 5.4 A lokális energia törvény

Az  $e_g + e_k + a_h$  kifejezés teljes deriváltját megkaphatjuk, ha összegezzük a (5.3.1)-es egyenleteket:

$$\frac{d}{dt} (e_g + e_k + a_h) = G_h + D_k = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} + \left(1 - \frac{T_r}{T}\right) T \frac{ds}{dt} + \bar{v} \cdot \bar{F} \quad (5.4.1)$$

(5.4.1) teljes deriváltja eltűnik sűrűdásmentes és izentróp egyenletes áramlás során, ahol  $\bar{F} = 0$ ,  $\frac{ds}{dt} = 0$  és  $\frac{\partial p}{\partial t} = 0$ . Emiatt az ilyen áramlásokra:

$$e_g + e_k + a_h = K = konstans \quad (5.4.2)$$

A Bernoulli elv szerint a  $K$  konstans változhat áramvonalanként.

Bernoulli elvét (5.4.1) megkaphatjuk, ha a Bernoulli törvényt az entalpia ciklusból (5.3.4) származtatjuk, kivonva  $T_r ds/dt$ -t. És így az általános Bernoulli törvény azt az alakot ölti, hogy  $e_g + e_k + (h - T_r s) = konstans$  válik, ha  $T_r$  konstans. Ez a módszer úgy is értelmezhető, mint egy alternatív kiinduló pontja  $a_h$  értelmezésének (5.1.5)-ben.

## 5.5 A globális megmaradás törvénye

A különböző energiák teljes légkörre vett integrálját, mint már korábban is, nagybetűkkel jelöljük. Lorenz (1955) megmutatta, hogy a teljes felhasználható potenciális energiának és a horizontális szélkomponens kinetikus energiájának ( $E_k^*$ ) összegére hidrosztatikus légkör izentróp mozgása esetén megmaradási törvény áll fenn:

$$\frac{d}{dt}(E_k^* + APE) = 0 \quad (5.5.1)$$

Azért, hogy  $A_h$ -ból származtassuk a globális megmaradási törvényt, a lokális egyenletet (5.4.1) kell integrálnunk a légkör teljes tömegére. Az állapotegyenletet és a kontinuitási egyenletet használva kapjuk, hogy:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot \bar{v} = 0. \quad (5.5.2)$$

ami a következő kifejezéshez vezet:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{d}{dt}(RT) - \frac{1}{\rho} \bar{\nabla} \cdot (p\bar{v}). \quad (5.5.3)$$

Mivel a légkör térfogati integráljából a divergencia kiesik (5.5.3) integrálja a légkör tömegére ( $dm = p d\tau$ ) egyszerűen  $RT$  tömegre vett integráljának időderiváltjára egyszerűsödik, ami megegyezik  $H - E_i$  deriváltjával (mert  $R = c_p - c_v \Rightarrow RT = H - E_i$ ). Emiatt a súrlódásmentes izentróp áramlásra a stacionaritás feltételezése nélkül adódik, hogy:

$$\frac{d}{dt}(E_k + A_h) + \frac{d}{dt}[E_G - (H - E_i)] = 0. \quad (5.5.4)$$

Ismeretes, hogy hidrosztatikus légkörre a topográfiától eltekintve ( $z = 0$  a felszínen)  $H - E_i$  egyenlő  $E_G$ -vel (Lorenz 1967). Annak ellenére, hogy a légkör közel hidrosztatikus egyensúlyban van, ha az orografikus hatásokat is figyelembe vesszük, akkor a második időderivált (5.5.4) -ben nem tűnik el, bár nagyon kicsi lesz.

A pontos globális megmaradási törvény (5.5.4) megmagyarázza az „felhasználható” jelzõt, amelyet  $A_h$  kapott: a korábbi feltételezés szerint  $A_h$  növekedése (csökkenése) megfelel  $E_k + (E_g + E_i - H) = E_k$  csökkenésének (növekedésének). Csakúgy, mint az  $APE$ , a globálisan felhasználható entalpia megérthető a (5.5.4) -es egyenletből, ahol az átalakításhoz rendelkezésre álló energia mennyiségének mértéke izentróp áramlás esetén  $E_k + (E_g + E_i - H)$  (az utolsó mennyiség a zárójelben hidrosztatikai egyensúly esetén eltűnik).

Ez a globális megmaradási törvény (5.5.4) analóg a Lorenz által az  $APE$  bevezethetőségére meghatározott négy szükséges feltétel közül az elsővel. Ezek a feltételek (Lorenz 1955):

1.  $APE + E_k^* = konstans$  adiabatikus áramlás esetén.
2. Az  $APE$  -t teljesen meghatározza a tömegeloszlás.
3.  $APE = 0$  ha a rétegzettség horizontálisan és statikusan stabilis.
4.  $APE > 0$  ha a harmadik feltétel két állításából csak az egyik teljesül.

Hasonlóan, Lorenz második feltételéből,  $A_h$ -t teljesen meghatározza a tömeg eloszlása és nem függ a momentum-eloszlás feltételétől. A harmadik feltétel a „referencia állapot” megválasztása, amire  $A_h$  eltűnik. Ha  $a_p$ -globális integrálja zérus, akkor a referenciaállapot az lesz, ahol  $A_T = 0$ . (5.1.7) felhasználásával, mivel:  $F(X) = 0$ , de csak  $X = 0$  ( $\Rightarrow T = T_r$ ),  $A_T$  csak a  $T_r$  hőmérsékletű izoterm légkör esetén tűnik el. Ez azonos a Dutton által bevezetett referencia állapottal. Ezt az állapotot feltételezve,  $A_p = 0$  hosszútávú átlag esetén, Lorenz negyedik feltétele csak hosszútávú átlag esetén lesz érvényes:  $A_p \approx 0 \Rightarrow A_h = A_T > 0$  ha mindenhol igaz, hogy  $T \neq T_r$ .

A  $p_r$  konstans Marquet  $T_r$ -hez hasonlóan tér- és időbeli átlagként definiálja:

$$\ln(p_r) = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_1}^{t_2} \left[ \iiint_M \ln(p) \frac{dm}{M} \right] dt. \quad (5.5.5)$$

Érdeemes megjegyezni, hogy a Föld légkörére gyakorlati célokra  $p_r \approx konstans$ , míg (a napi ciklus miatt) nem lehet  $T_r$  korlátozott időtartam. Jellemzően  $p_r \approx \frac{p_{00}}{e} = 367,88 \text{ hPa}$ , ahol  $p_{00}/e$  a nyomás a skála magasságához izotermális és hidrosztatikus légkörben,  $p_{00}$  pedig a felszíni légnyomás.

A fentiekből következik, hogy a felhasználható entalpia olyan állapotfüggvény, amely nemcsak Lorenz négy feltételét elégíti ki, de a fajlagos energia ( $e_G + e_K$ ) és a felhasználható entalpia összege ( $a_h$ ) kielégíti az (5.4.2) Bernoulli törvényt. A „specifikus felhasználható” energiák, amelyek megfeleltethetők a Lorenz féle energiáknak nem teljesítik ez utóbbi feltételt.

## 5.6 Potenciális változás a teljes entrópiában

Elfogadott, hogy amikor az exergia fogalmat használjuk, akkor a vizsgált rendszert hőtartály és nyomástartály veszi körül. Ilyen körülmények a légkör esetén nem hozhatók létre. Ennek ellenére az  $a_h$  (5.1.5) légkörfizikai gondolatmenettel is értelmezhető. Megmutatható, hogy  $a_h$  az ugynevezett teljes entrópia potenciális változásával hozható kapcsolatba. Ez az új megközelítés hasonló az entrópia és a potenciális hőmérséklet kapcsolatához.

Általános termodinamikai elvekből levezethető, hogy  $a_T$  nem lehet negatív. Tekintsük azt a termodinamikai rendszert, amely egységnyi tömegű ideális gázból és  $T_r$  hőmérsékletű hőtartályból áll. Ez a rendszer a következő folyamaton kell, hogy keresztül menjen. Az egységnyi tömegű ideális gáz hőmérséklete legyen  $T$  és kerüljön termikus egyensúlyba izobárikusan a termosztáttal. Egyszerűen megmutatható, hogy ekkor a rendszer entrópiája pontosan  $a_T/T_r$ -rel változik.

Mint általában az ilyen termodinamikai számításoknál az entrópia megváltozásának kiszámításához a hőmérséklet kiegyenlítődéhez reverzibilis utat kell konstruálnunk. Az egységnyi tömegű ideális gáz állapota változzék a  $(T, p)$  és  $(T_r, p)$  állapotok között izobárikusan, és tegyük fel, hogy  $T < T_r$ .

A gáz entrópiájának növekedése:

$$\Delta S_g = \int_{T_r}^T c_p \frac{dT}{T} = -c_p \ln\left(\frac{T}{T_r}\right) \quad (5.6.1)$$

Egyidejűleg a konstans hőmérsékletű hőtartály entrópiája csökken:

$$\Delta S_t = c_p(T - T_r)/T_r \quad (5.6.2)$$

Így:

$$\frac{a_T}{T_r} = c_p F(T(T_r - 1)) \quad (5.6.3)$$

Mivel  $\frac{a_T}{T_r}$  a teljes entrópiaváltozás, a második főtételből azonnal adódik, hogy spontán folyamatokban nem lehet negatív. (Ez tisztán matematikai alapon is bebizonyítható (5.1.9)-ből  $F(X) \geq 0$  felhasználásával.)

Hasonlóképpen, (5.1.7)-ből és (5.1.10)-ből  $\frac{a_h}{T_r}$  a következő képpen írható:

$$\frac{a_h}{T_r} = \frac{a_T}{T_r} + R \ln\left(\frac{p}{p_r}\right) \quad (5.6.4)$$

és ha az egységnyi tömegű ideális gáz termodinamikai állapotát a hőmérséklet és a nyomás határozza meg, akkor az  $\frac{a_h}{T_r}$  mennyiség nemcsak a fenti reverzibilis folyamatban adja meg a gáz termosztát rendszer teljes entrópia változását, hanem akkor is, ha ez az állapotváltozás a következő két folyamattal valósul meg:

- i) változás  $(T, p)$  állapotról  $(T_r, p)$ -re a termosztát és a gáz közötti irreverzibilis és izobárikus hőtranszfer adja az  $\frac{a_T}{T_r}$ -t.
- ii) változás  $(T_r, p)$  állapotról  $(T_r, p_r)$ -re egy hirtelen és irreverzibilis adiabatikus és izoterm folyamat során, ami pedig  $\frac{a_h}{T_r} = R \ln\left(\frac{p}{p_r}\right)$ -t adja.

Így látható, hogy az irreverzibilis folyamatban az egységnyi tömegre vett entrópiaváltozás  $+R \ln\left(\frac{p}{p_r}\right) = \frac{a_p}{T_r}$ . Mivel a termosztát nem cserél hőt az egységnyi tömegű gázzal, az entrópiaváltozása zérus az irreverzibilis folyamat során (ii).

Definiáljuk

$$\Delta S^0(T, p) = \frac{a_h}{T_r} \quad (5.6.5)$$

mivel a potenciális változás a teljes entrópiában, ami csak T és p állapothatározótól függ.  $\Delta S^0$  ilyenfajta bevezetése hasonlatos a potenciális hőmérséklet definíciójához.  $\Delta S^0$  definíciója szükségessé teszi (i) és (ii) folyamatokat, amihez kapcsolódik  $T_r$  és  $p_r$  konstans.  $\theta$  definiálásához egy folyamatra és egy  $p_{00}$  konstansra van szükség. A felhasználható fajlagos entalpia így kifejezhető  $\Delta S^0$ -ból úgy, mint:

$$a_h(T, p) = T_r \Delta S^0. \quad (5.6.6)$$

Amikor  $a_h$  (5.5.7) szerint van definiálva, nincs értelme valós külső közeg hőmérsékleti konstansát keresni, mint ahogy az exergia elméletében. A termosztát érintettsége (i) folyamatban csupán elméleti. Az (5.5.7)-es egyenletbeli  $T_r$ -t úgy definiálja, mint, a folyadék hőmérsékletének a téridő átlaga (5.3.5). És így (5.3.5) és (5.5.7)  $a_h$ -t belső állapothatározóként definiálja és indokolja a lokális fizikai bevezetését és interpretálását a légköri energetikában.

## 5.7 Energiakomponensek

Foglalkozzunk most egy légréteg tulajdonságaival! Tetszőleges  $\eta$  skalár mennyiség izobárikus átlaga definíció szerint:

$$\bar{\eta}(p) = \iint_S \eta(\lambda, \phi, p) \frac{d\Sigma}{S} \quad (5.7.1)$$

ahol  $d\Sigma = r^2 \cos(\varphi) d\lambda d\varphi$  a horizontális felületelem. Az integrál terjedjen ki az S felületű horizontális tartományra, ami jó közelítéssel megegyezik a tartomány feletti izobár felületével. (Valójában,  $d\Sigma$  az izobár felület infinitezimális elemének horizontális vetülete.)

Bevezetve az izobár hőmérsékleti átlagot,  $\bar{T}$ -t, az energiakomponens hőmérsékleti tagja  $a_T$  felbontható három energiakomponens összegére:  $a_B$ ,  $a_S$  és  $a_C$ .

$$\begin{aligned} a_T &= a_B + a_S + a_C \\ a_B &= c_p T_r \mathcal{F}(X_B), & X_B &= \frac{T - \bar{T}}{\bar{T}}, \\ a_S &= c_p T_r \mathcal{F}(X_S), & X_S &= \frac{T - T_r}{T_r}, \end{aligned}$$

$$a_C = c_p T_r X_S X_B \quad (5.7.2)$$

Az  $a_B$  komponens az  $a_h$  baroklinitási része, amely az izobár felületek hőmérséklet-ingadozásától függ.  $a_S$  pedig a  $\bar{T}$  vertikális profil változásától függ. Az  $a_S - t$  statikus stabilitási paraméternek tekinthető ( $T_r$  hőmérsékletű izoterm légkörre  $a_S$  eltűnik). Fontos megjegyezni hogy, bár  $a_C$  kiegészítő komponens izobárikus átlaga 0 ( $\overline{X_B} = 0$  és  $X_S = konstans$ ), lokálisan nem tűnik el.

Szem előtt tartandó, hogy a három specifikus energia komponens:  $a_B$ ,  $a_S$  és  $a_C$  eredendően nem meghatározott, ugyanis  $\bar{T}$  létezése vonja maga után létezésüket, mert függenek a helytől és a korlátos térség légköri tartományának térbeli kiterjedésétől. Csak  $a_T$  és  $a_p$  rendelkezik helytől független, mégis lokális definícióval. Mindazonáltal, az izobár átlagok  $\overline{a_B}$  és  $\overline{a_S} = a_S$  valóban kapcsolódnak az adott (korlátozott területű) izobár réteghez.

A tagokat Taylor sorba fejtve és a sornak csak az első nem zérus tagjáig menve azt kapjuk, hogy ( $\mathcal{F}(X)$   $X = 0$  esetén, a sor első tagja négyzetes és a továbbiak elhanyagolhatóak, mert  $|X|$ ,  $|X_B|$  és  $|X_S|$  tipikus értéke a légkörben, nem nagyobb, mint 0.25.

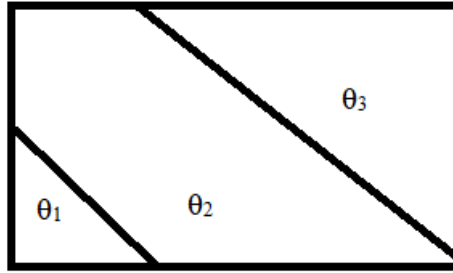
$$a_T \approx c_p \frac{(T - T_r)^2}{2T_r} \quad (5.7.3)$$

$$a_B \approx (T_r / \bar{T}) \left[ c_p \frac{(T - T_r)^2}{2T_r} \right] \quad (5.7.4)$$

$$a_S \approx c_p \frac{(\bar{T} - T_r)^2}{2T_r} \quad (5.7.5)$$

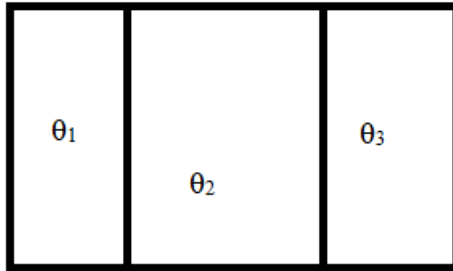
## 5.8 Gross static stability

A Gross static stability paraméter (továbbiakban GSSP) az APE-vel együtt Lorenz definiálta száraz levegőre a 20. század közepén (Lorenz, 1957). A fogalom azonban nem került bele a sztenderd tankönyvekbe (egyedül Randall (2005) tárgyalja), és tudományos cikkekben is csak a nedves levegő leírásakor szerepel. Az APE definíciójában Lorenz barotróp állapotot használt referencia állapotként, amelyben az izentrópok és izobárok egybeesnek, azaz tökéletes korrelációba kerülnek. A GSSP definiálásakor a referenciaállapot ennek ellentétéként az, amikor az izobárok és izentrópok között semmilyen korreláció sincsen (tetszőleges entrópia eseténetszőleges nyomás előfordul az izentróp felület mentén). Ekkor tökéletesen gömb alakú (orográfia mentes) Föld esetén a felszíni nyomásnak állandónak kell lennie és az izentrópok merőlegesek a felszínre.



5.8.1. ábra: A léggör pillanatnyi állapota (GS)

$$H_{gs} = \int_V \rho c_p T dV - H_{min} \quad (5.8.1)$$



5.8.2. ábra: Izobárok merőlegesek az izentrópokra

5.8.2. ábrán mutatott referencia állapot entalpiája legyen  $H_s$ , míg a pillanatnyi állapoté  $H_{gs}$ . A GSSP definíció szerint ( $S_s$ ):

$$S_s = H_s - H_{gs} \quad (5.8.2)$$

$$S_s = \frac{c_p}{g p_0^{k(k+1)}} \int_A \int_0^s (\bar{p}_s^k p - p^{k+1}) \left(-\frac{\partial \theta}{\partial p}\right) dp dA \quad (5.8.3)$$

ahol  $\bar{p}_s = \frac{1}{A} \int_A p dA$ , mivel 5.8.2. ábra referencia állapotában a felszínen azonos nyomásnak kell lennie, a többi jelölés pedig korábban már alkalmazásra került. Ismeretes, hogy a lokális stabilitás hidrosztatikus esetben  $-\frac{\partial \theta}{\partial p}$ -vel adható meg (Götz és Rákóczi, 1981), így GSSP a lokális paraméter súlyozásával adódó globális paraméter adja a lokális stabilitás kritériumát. (5.8.2.) -ből írható:

$$\frac{dS_s}{dt} = -\frac{dH_{gs}}{dt} \quad (5.8.4)$$

Nagy időtartamra a  $H_{gs} + K = const$ , tehát

$$\frac{dK}{dt} = -\frac{dH_{gs}}{dt} \quad (5.8.5)$$

és

$$\frac{dS_s}{dt} = \frac{dK}{dt} \quad (5.8.6)$$

ami azt jelenti, hogy a kinetikus energia növekmény növeli a globális stabilitást. (Randall, 2005)

## 6. A légköri entalpiára és az *APE* -re vonatkozó újabb kutatások

Ebben a fejezetben néhány újabban megjelent cikket ismertetünk, amely a felhasználható energia és entalpia kérdéskörének ma is kutatott aspektusaival foglalkozik és a jelen munka továbbfejlesztési lehetőségének irányát is mutatja. Jól érzékelhető, hogy a kutatás iránya döntően a nedves levegő leírása és légkör óceán kölcsönhatás figyelembevételére mutat.

**Novak és Tailleux (2018)** száraz levegőre, hidrosztatikus légkörre vizsgálta az elérhető energiasűrűséget, míg **Tailleux (2018)** a lokális elérhető energiát összenyomható rétegzett többkomponensű folyadékokban vizsgálta. A cikk a lokális *APE*-t terjeszti ki úgy, hogy a diabotikus nyelőket és forrásokat is számba lehessen venni. Az egyszerű összenyomható folyadékok esetén a légréteg összes potenciális energiája a rendelkezésre álló rugalmas energia (*AEE*) és az *APE* összege. Ezek reprezentálják az adiabatikus zsugorodási vagy tágulási munkát, ami ahhoz szükséges, hogy a referencianyomástól az aktuális nyomáshoz eljussunk. Tailleux a primitív mozgásegyenletek felhasználásával írja fel az *APE* formulát, amely a korábban publikált formuláknál egyszerűbb és jól látható a kapcsolat Boussinesq-féle közelítéssel megadott *APE* sűrűséggel és a hidrosztatika alapegyenletével. A kulcs lépés a termodinamikai koordinátáktól és magasságtól függő *B* hibrid függvény bevezetése volt, amely a Bernoulli egyenlet szerint fennmaradó nem-kinetikus energia fennmaradó része, amely tulajdonképpen a klasszikus potenciális energia és egy  $\frac{p_0}{\rho}$  tag összege, ahol  $p_0$  a statikus nyomás,  $\rho$  pedig a sűrűség. Tailleux a *B* függvényt meghatározta az aktuális és a referencia légkörre is, így adódott a kettőnek a különbsége, ami pozitív definit, ahogy Lorenz 1955-ben definiált *APE*-ja is. Ennek kapcsán tisztázza a Boussinesq-féle és a valódi folyadékok energetikája közötti kapcsolatot, valamint megmutatja a lokális *APE* elméletben a referenciaállapot(ok) választásának alapját képező fizikai hátteret. Alapvetően az *APE* fogalma természetes megoldást jelenthet számos olyan problémára, ami kapcsolatban áll a potenciális energiával. Az *APE* mérleg előrejelzése különösen az óceánokban fontos, például abban, hogy definiálni és számszerűsíteni lehet vele a felszíni felhajtóerő fluxusát.

**Pan et al. (2017)** végezte el Lorenz energiacyklusának első hosszabb időszorra történő vizsgálatát, amit az Era Interim adatbázis adataiból tett meg, 1979-2013-ra. A teljes légkörre

vonatkoztatott mozgási energia alapvetően konstans marad az időben. Növekedés figyelhető meg az örvények energiájában, továbbá az energia konverziókban. A térbeli vizsgálatok azt mutatják, hogy ezek a pozitív trendek a déli hemiszférára koncentrálódnak. A teljes mechanikus energia ( $APE_M + EAPE + K_M + K_E$ , ahol  $EAPE$  az örvény elérhető potenciális energiája,  $K_M$  az átlagos kinetikus energia,  $K_E$  az örvény kinetikus energiája) viszont nem mutat semmilyen szignifikáns trendet, ugyanis az átlagos felhasználható potenciális energia ( $APE_M$ ) nem változott, ez pedig a domináns a négy tag közül. A teljes potenciális energiában ( $P_M + P_E$ , ahol  $P_E$  az örvény potenciális energiája,  $P_M$  átlagos potenciális energia) sem fedezhető fel növekedés, ellentétben a teljes kinetikus energiával ( $K_E + K_M$ ), ami az örvény kinetikus energiájának ( $K_E$ ) pozitív trendje miatt növekszik.

Több atmoszferikus energetikai kérdés is összefügg az energia tárolásával és mozgásával, ami a klíma rendszer komponensei (légkör, óceán, szárazföld és krioszféra) között játszódik le. **Trenberth et al. (2014)** az energia ócéánnal való kapcsolatát vizsgálta.

Az évek során fellépő változás a légkör energiamérlegében nagyon kicsi. Az légkör tetejére (TOA=Top of the atmosphere) érkező nettó sugárzás ( $R_T$ ) az elnyelt napsugárzás (ASR=Absorbed Solar Radiation) és a kimenő hosszuhullámú sugárzás különbsége (OLR=Outgoing Longwave Radiation):  $R_T = ASR - OLR$ . A megnövekedett üvegházgáz koncentráció következtében a légkör tetején a globális energia mérleg kiegyenlítetlenné válik, a légkör tetején felborul az egyensúly az energiaáramokban, ami melegedést okoz. A becslések azt mutatják, hogy az elmúlt évtizedben a beérkező energia többlet 0,5-1 W/m<sup>2</sup>.

A „melegedés” többféle módon megnyilvánulhat: növekszik a felszíni hőmérséklet, olvad az arktikus jégsapka, erősödik a vízciklus, változik a viharok erőssége, az albedo vagy a felhőborítottság. Mindazonáltal az energiatöbblet 90%-ban az óceánokban tárolt belső energiában jelenik meg. Az óceáni hőmennyiség tárolásban bekövetkező változások fontos szerepet játszanak például a hőtágulás miatt bekövetkező tengerszint emelkedésben. A becsült hőmennyiség kb. harmada a felső 700 méteren tárolódik. Két mélységi szint ( $h_1$  és  $h_2$ ) közötti OHC meghatározható a következő módon:  $H = \rho c_p \int_{h_2}^{h_1} T(z) dz$ , ahol  $\rho$  a tengervíz sűrűsége,  $c_p$  az állandó nyomáson vett hőkapacitása a tengervíznek.  $H$  mértékegysége  $\frac{J}{m^2}$ .  $T(z)$  hőmérsékleti profilt óceáni akusztikus mérésekből, bóják adataiból (ARGO), valamint modellfuttatásokból, reanalízissel kaphatjuk. Az óceáni hőmennyiség tartalmában 1993-tól kezdve növekvő trend figyelhető meg.

A klíma komplexitása és változékonysága miatt a globális energia kiegyensúlyozatlanság időben nem állandó. Például az ENSO jelenség fluktuációt okoz az

óceáni hőraktározásban. Az El Niño időszak végére, az óceáni hó tulajdonképpen újraelosztásra kerül, az óceán vesztit, a légkör pedig többelhez jut, felmelegszik, azaz az a hó, ami az óceánból távozik, a légkör melegedésére fordítódik. Az El Niño eseményeket a NOAA az ONI=Oceanic Niño Indexszel jellemzi.

További természetes kényszerek lehetnek a nagyobb vulkánkitörések is, mint amilyen az El Chichón 1982-ben és a Pinatubo 1992-ben volt.

A nettó energia egyensúly a légkör tetején természetéből adódóan változik az időjárási és klimatikus változók függvényében, amelyek közül leginkább szembe tűnő az ENSO, ami a napkitörésekkel és a vulkánkitörésekkel is kapcsolatban van. Mindezek a hatások összeadódva jelennek meg. Továbbá kimutatható, hogy az óceáni hőmennyiség tartalmában trend figyelhető meg, viszont az éven vagy évtizeden belüli változás hiányzik.

**Sátyro és Veiga (2017)** az El Niño események Lorenz-ciklusra gyakorolt hatásának számszerűsítésére és értékelésre fókuszál. Négy különböző régiót vizsgáltak az 1979-2011-es NCEP reanalízisből. Az eredmények azt mutatják, hogy a potenciális és a kinetikus energia intenzívebb lett a meleg időszak alatt, kivéve az é. sz.  $5^{\circ}$  – d.sz.  $80^{\circ}$  közötti régióban, ahol a kinetikus energia csökkent. Az analízis során felismerték, hogy magasabb energia produkció esetén erős kapcsolat van az elérhető zonális potenciális és zonális kinetikus energia rezervoárok között. Ez a kapcsolat gyengítette az örvények potenciális energiájából kinetikus energiába való transzformációját. Az El Niño események anomáliát hoznak létre a hó és vízpára fluxusban a trópusi területeken. Ezek az anomáliák pedig rendellenes konvekciót indítanak, ami divergenciát jelent a magasabb szinteken. A divergencia zavart okoz a globális cirkulációban, és a trópusi területeken hőmérséklet emelkedést eredményez, ami növeli a meridionális hőmérsékleti gradienst és így a potenciális energiát is növeli. Ez pedig az energiacyklusban változást jelent.

**Raymond (2013)** a légköri entrópia forrásait és nyelőit vizsgálja. A légköri modellekben a külső hő- és nedvességforrások (sugárzás és felszíni fluxusok) hiányában a nedves levegő entrópiáját tekintik általánosan megmaradó mennyiségnek. Raymond munkájának összefoglalásában a sugárzási hatások nélkül egyetlen egyenletbe fogja össze a légkör további entrópia forrásait, az irreverzibilis generálódást, az entrópia áramlását a csapadék (beleértve a jégfázisút is) és a felszín között és a nem advektív transzportokat.

**Juračić és Raymond (2016)** a nedves levegő entrópia és a nedvesség mérlegét vizsgálta a trópusi ciklonok fejlődése során. Hipotézisük szerint, a trópusi ciklon erősödésének szükséges, de nem elégséges feltétele a nedves entrópia növekedése, míg a ciklon gyengülésekor az entrópia csökken. A cikk az általános analízis mellett in situ

mérésekre és műholdas adatokra támaszkodó esettanulmányokat is tartalmaz, a 2013-as Gabrielle és a 2014-es Edouard trópusi ciklonra vonatkozóan. A fajlagos nedves entrópiát a következő módon számolja:

$$s = (c_{pd} + rc_{pv}) \ln\left(\frac{T}{T_r}\right) - R_d \ln\left(\frac{p_d}{p_r}\right) - rR_v \ln\left(\frac{p_v}{p_{TP}}\right) + \frac{L_R r}{T_r}, \quad (6.1)$$

ahol  $c_{pd} = 1005 \text{ J/kgK}$ ,  $c_{pv} = 1850 \text{ J/kgK}$ ,  $R_d = 287,05 \text{ J/kgK}$ ,  $R_v = 461,5 \text{ J/kgK}$ ,  $T_r = 273,15 \text{ K}$ ,  $p_r = 1000 \text{ hPa}$ ,  $p_{TP} = 6,1078 \text{ hPa}$ , (a víz hármaspontja),  $L_R = 2.5008106 \text{ J/kg}$ .

**Gassmann és Herzog (2015)** a felhők dinamikáját és a határréteget vizsgálták örvényességi szimulációk készítésével. A numerikus modelleknek teljesítenie kell az alapvető fizikai törvényszerűségeket. A termodinamika második törvénye a pozitív lokális entrópia produkcióval és az elérhető energia disszipációjával van összekapcsolva. Annak érdekében, hogy ezt a numerikus szimulációkban megjelenítsék, a hő, a vízgőz és a momentum turbulens áramlását is figyelembe kell venni, ami a numerikus modellben nem egyszerű parametrizációs feladat.

**Purvis (2017)** a termodinamika második törvényét, az entrópia fogalmát a városi fenntarthatóság számszerűsítésére alkalmazta. Egyfajta indikátort próbált létrehozni a termodinamikai entrópiából a városi fenntarthatóságra, ezzel a mennyiséggel akarta számszerűsíteni az antropogén hatást, közelítéseiben szerepe volt az épületek hővesztésének, a gáz égetésének a vízmelegítésre, a fűtésnek vagy éppen a bután bomlásának és a bomlás során felszabaduló entalpiának.

## Numerikus számítások és saját eredmények

### I. Adatok

A következőkben a Lorenz, Dutton és Marquet elmélettel kapcsolatos számításainkat ismertetjük. A számítások, a fenti szerzők munkáitól eltérően a 1979-2018-es időintervallumra vonatkoznak.

A felhasznált adatokat a Középtávú Időjárás-előrejelzések Európai Központjának (ECMWF= European Centre for Medium-Range Weather Forecasts) ERA Interim és ERA5 reanalízisből származó adatsorát használtuk.

AZ ECMWF reanalízis projektje során több adatbázist is előállított. Az első volt az ERA-15, amely 15 éves idősort foglal magába 1978 decemberétől 1994 februárjáig. A következő terméke a projektnek az ERA-40 volt, amit úgy terveztek, hogy 1957-től 40 évet foglal

magába, ám végül 45 évre készült el, egészen 2002-ig. Abból a célból, hogy az ERA-40 helyébe lépjen a felülvizsgált kiterjesztett reanalízis, az ECMWF kiadta az ERA Interimet. Az ERA Interim 1979-től napjainkig folyamatosan frissített globális reanalízis adatbázis. 2002-ig az ERA Interim adatai tulajdonképpen konzisztensek az ERA-40-nek készült adatokkal. Lényeges különbség elődeihez képest, hogy előállításához modernebb, 4D-Var adatasszimilációs technikát alkalmaztak. (Dee et al. 2011) [1 – ERA Interim]

Az ERA5 adatbázis az ECMWF ötödik generációs reanalízis adatbázisa, amely 1979-től viszonylag csekély késéssel (3 hónap) napjainkig elérhető. Az ERA5 órás közelítésben szolgáltat légköri, szárazföldi és óceáni adatokat. Nagy mennyiségű történelmi megfigyelést (műhold és in-situ) egyesít globális becslésekben fejlett modellezési és adat-asszimilációs rendszerekkel. 2019 végére tervezik korábbi időszakról, 1950-től is elérhetővé tenni az adatokat. Az ERA5 fel fogja váltani az Interimet. Korábban tartalmazott még hibás szélsőértékeket nyomási szintekre az ERA5, amit azóta (2019 januárjában) korrigáltak, így lehetőségünk nyílt az ERA5 adatbázissal is dolgozni. [5- ERA5] [5- ERA5 javított hiba] [7- ERA5 vs. Interim]

Megemlítendő még az ERA-20C, amely a teljes 20. századra (1900-2010) tartalmaz adatokat. Az adatok itt is elérhetők nyomási szintekre, ám számunkra nem elég friss az adatbázis, azonban kétségtelen, hogy a 20. századra is érdemes lenne globális energia- és entrópiaváltozást számítani.

A reanalízis eredmények nem egyenértékűek a megfigyelésekkel, de természetesen az elsődleges cél az, hogy a reanalízis reprezentálja a felhasználható megfigyeléseket. 2010-re egy nagyságrenddel nőtt az Interimben megfigyelések száma (a korábbi  $10^6$ /nap megfigyelés  $10^7$ /nap megfigyelésre emelkedett. Ilyen megfigyelések közé soroljuk az in situ megfigyeléseket, mint amilyen esetünkben a felső légköri hőmérsékletek ( $T$ ) a szél komponensek ( $u, v$ ), amelyeket rádioszondás felszállás során, pilot ballonokkal, légi járművekkel vagy wind profilerekkel mérnek. (Dee et al. 2011) [1 – ERA Interim]

További elvárás, hogy a reanalízis fizikailag koherens legyen, ami azt jelenti, hogy a becsült paraméterek a megfigyelésekkel ugyanannyira konzisztensek legyenek, mint a fizika törvényeivel. Ez a reanalízis meghatározó tulajdonsága, amely különbözik más módszerektől, amivel a geofizikai paraméterek becslése történik a megfigyelésekből.

Az ECMWF adatok bárki számára elérhetőek, NetCDF (**N**etwork **C**ommon **D**ata **F**orm) formátumban is rendelkezésre állnak, ami azért előnyös, mert az ilyen formátum tömb szerkezetű információ tárolására alkalmas. A számításokhoz hőmérsékletre ( $T$ ), horizontális- ( $u, v$ ), és vertikális ( $w$ ) szélkomponensekre volt szükség, amelyek sűrűsége

globálisan,  $3^\circ \times 3^\circ$ , vertikálisan pedig 12 nyomási szint volt (1000, 950, 900, 850, 800, 700, 600, 500, 400, 300, 200, 100 hPa). Ami az időintervallumot illeti, 1979-2018-ig terjedt, ami minden nap 12 UTC-s adatokat foglalt magába. (Berrisford et al. 2011) (Dee et al., 2011) [1 – ERA Interim]

## II. Módszer, eredmények és diszkusszió

Dutton  $T_0$  hőmérséklete számításra került (4.8)-es képlet szerint, illetve Marquet  $T_r$  (5.3.5) és  $p_r$  (5.5.5) referencia hőmérséklete és nyomása is. Utóbbi értékek lettek felhasználva a számítások során. A lokális energia- és entrópia sűrűség vizsgálata is megtörtént,  $e = c_p T + \frac{1}{2} v^2$  és  $s = c_p \ln\left(\frac{T}{T_r}\right) - R \ln\left(\frac{p}{p_r}\right)$  képletek szerint. Utóbbi több nyomási szintre globális térképeken is ábrázolva lettek. Továbbá, a teljes légkör energiája és entrópiája is számításra került, amelyeknek éves menete lett ábrázolva.  $E = \frac{1}{g} \sum e R_F^2 \cos\varphi d\lambda d\varphi dp$  és  $S = \frac{1}{g} \sum s R_F^2 \cos\varphi d\lambda d\varphi dp$  numerikus képletekkel számoltunk, ahol  $g = 9.81 \frac{m}{s^2}$ , a gravitációs állandó,  $R_F$  a Föld sugara, amit 6370 km-nek vettünk,  $\lambda$  a hosszúsági kör,  $\varphi$  pedig a szélesség, tehát tulajdonképpen  $d\lambda d\varphi = 3^\circ * 3^\circ$ , ugyanis ilyen felbontású adataink voltak. Továbbá reprodukálásra került Marquet  $a_T$  (5.7.3) fajlagos felhasználható entalpiájának a hőmérséklettől függő tagja, továbbá  $a_h$  (5.5.6) fajlagos felhasználható entalpiát számítása és ábrázolása is megtörtént.

Azért, hogy az ECMWF ERA Interim és ERA5 adatbázisából lekért adatokat felhasználhatóak legyenek, hónapos és éves átlagokat képeztünk, amit a CDO (Climate Data Operators) tett lehetségessé, ez egy segédprogram az éghajlati modellek adatainak feldolgozásához. Többféle formátumú fájlok feldolgozására is alkalmas, többek között NetCDF-ekre is, amivel mi dolgoztunk. A CDO egy ingyenesen hozzáférhető szoftver, amelyet a Max Planck Intézet fejlesztett ki. [2 – CDO] [3 – CDO User Guide]

Ez a szoftver viszont csak Unix alatt fut, acélból, hogy Windows környezetben is alkalmazni lehessen a Cygwin nevű parancssoros felhasználói felületet kellett telepíteni, ami lehetővé teszi a Unix-alapú programok futtatását Windowsos felhasználói környezetben. [4 – Cygwin]

Így a Cygwin lehetővé tette a CDO használatát, tehát a két adatbázisból 40 évre lekért napi adatainkat az alkalmas függvényekkel átlagolni lehet, így egy havi értékekkel feltöltött NetCDF fájl jött létre.

A kapott adatok R programmal lettek feldolgozva. Ennek a szoftvernek a segítségével lettek a számítások és az ábrázolások is elkészítve. A számítások során minél kevesebb ciklus használata volt a cél, ugyanis ezek rendkívül megnövelik a program futási idejét, úgyhogy amikor csak lehet a ciklusokat mátrixműveletek váltották fel, ugyanis ez az R program erőssége.

### III. Az entrópia és az energia lokális sűrűsége

Az entrópia zéruspontjának meghatározása tulajdonképpen önkényes, mi időben is átlagoltunk, így nem a Lorenz módszerét, hanem Marquet-félet alkalmaztuk. Arra voltunk kíváncsiak, hogy a számítások mennyire reálisan reprodukálhatók. A  $p_r$ -t nem numerikusan határoztuk meg, hanem  $\frac{p_{00}}{e}$ -rel közelítettük, aminek létjogosultságáról is lesz szó a későbbiekben.

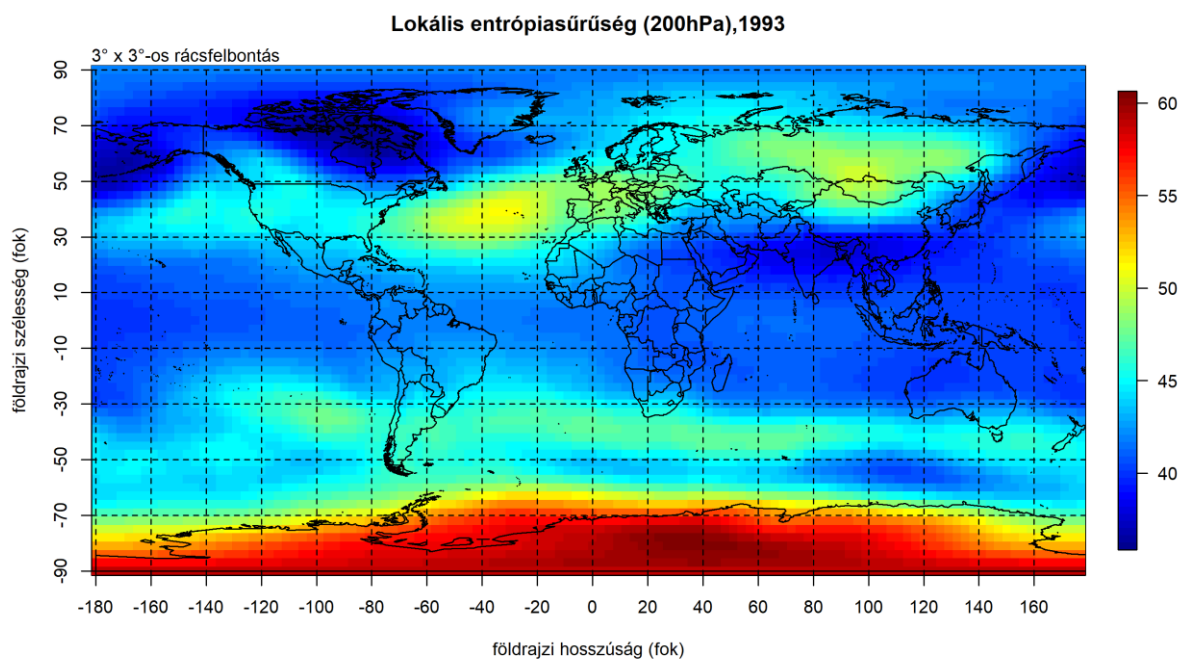
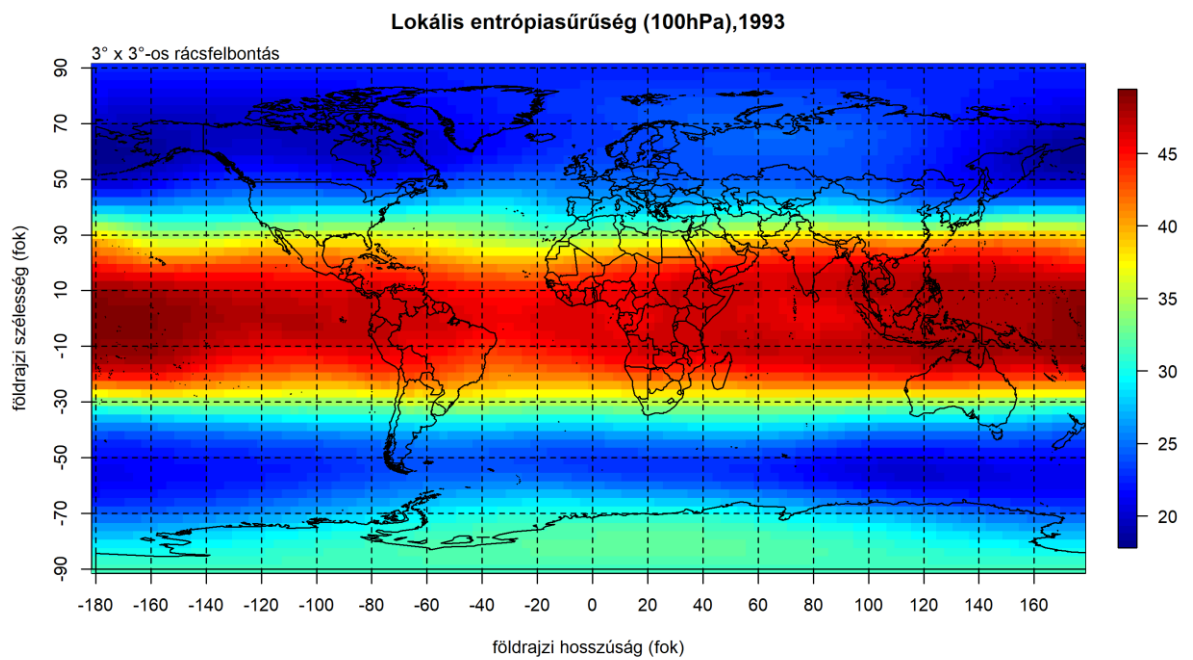
A lokális entrópia sűrűség ábrázolása során feltűnt, hogy a nagyobb magasságokban az entrópiásűrűség az inverzére változik, amint a *III.1. ábrán* látható. Az ábrázolás során, mivel lokális entrópiásűrűségről van szó,  $sp$ -t ábrázoltuk. Az volt a sejtésünk, hogy a lokális entrópiásűrűségben való változás a sztratoszférába való átmenetel miatt van, azaz a tropopauza magassága pont ezen nyomási szintek közé tehető, így készítettünk nyomási gradiens térképeket, ugyanis ahol a nyomási gradiensnek 0 körüli az értéke, ott található a tropopauza.

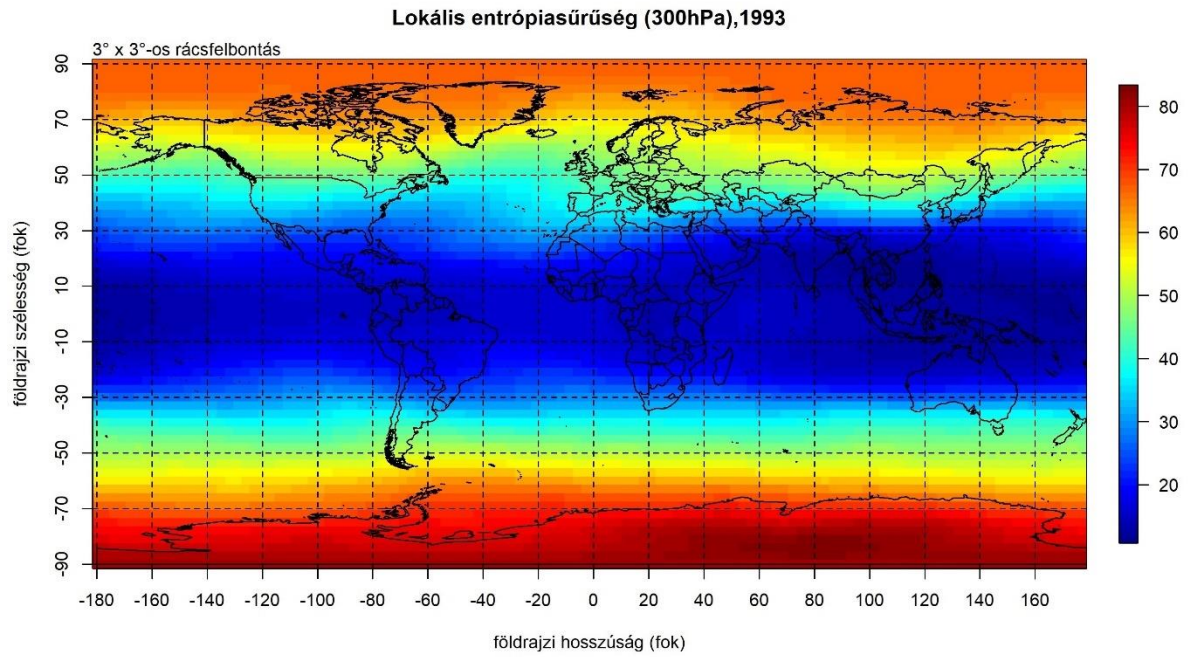
A tropopauza magassága nyáron feljebb van, mint télen, és jelentősen függ a földrajzi szélességtől is. Az Egyenlítő környékén magassága 18 km körüli átlagmagasságon van, míg a sarkoknál 8 km környékén. A troposzféra felülete nem teljesen folytonos, hanem mindkét félgömbön két szakadás is van benne, itt található a jet-streamek. (Bartholy et al., 2011)

A tropopauza nyomását vizsgálta Hoinka (1998) az ECMWF reanalízis projektjén belül, így készítve egy statisztikát a tropopauzát meghatározó értékekből az ERA-15 adataiból az 1979-1993-as időszakra. A tropopauza termális és dinamikai definícióinak bevezetésének célja az volt, hogy a troposzférát el lehessen választani a sztratoszférától. A dinamikai szempontból a tropopauzára küszöbértékeket határoztak meg a potenciális örvényességre (PV= potential vorticity), amelyek  $\pm 1,6$ -,  $\pm 2,5$ -, és  $\pm 3,5$ -nek adódnak. A pozitív (negatív) értékek az északi (déli) félgömbre értendőek. A tropopauza nyomásának sűrűségeloszlásában való különbség látható kontinentális-, óceáni- és poláris területeken, valamint közepes és alacsony szélességeken is.

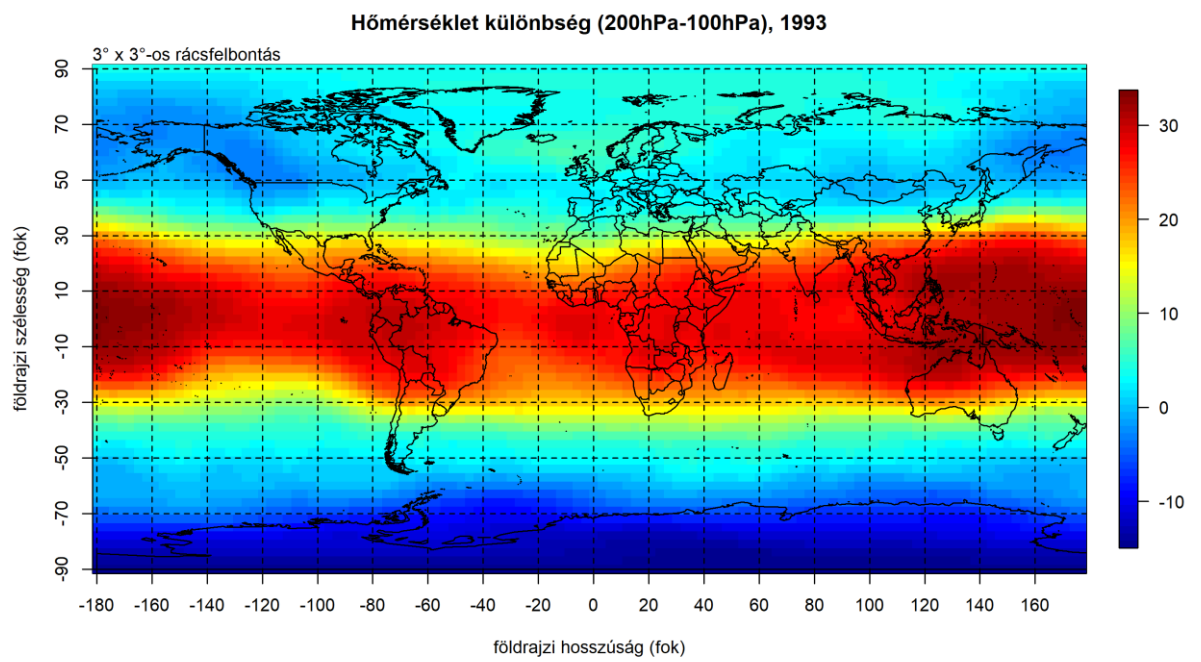
Hoinkán (1998) kívül Wilcox et. al (2012) is vizsgálta a tropopauzát, adatbázisa az ERA Interim volt.

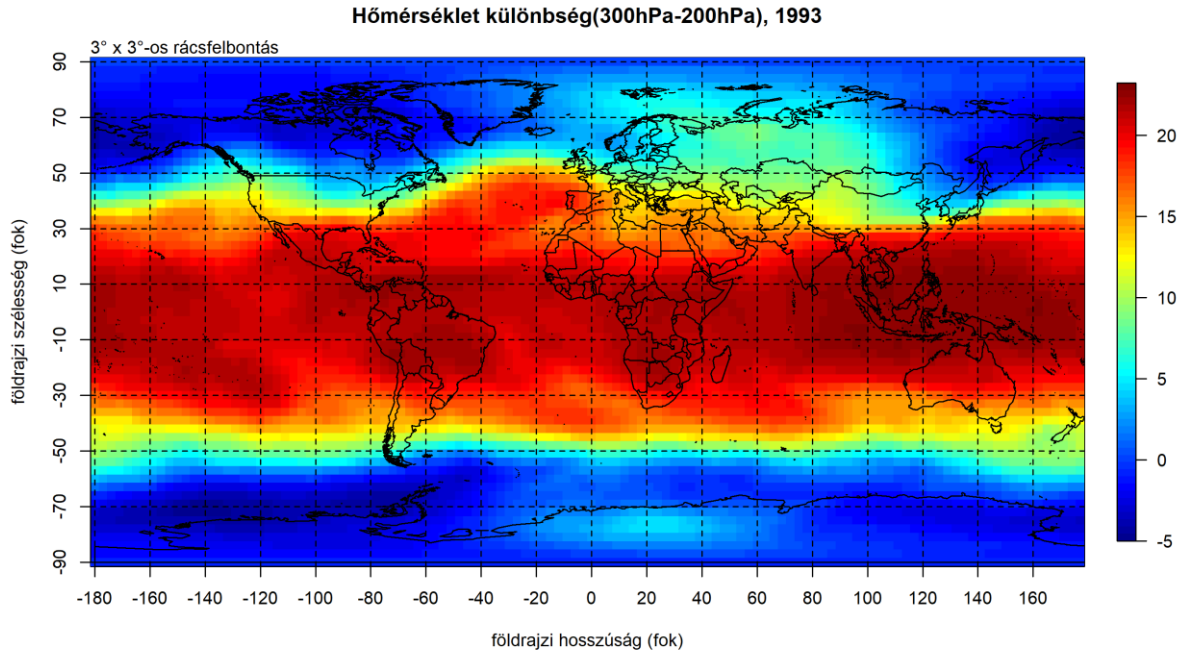
A lokális entrópiasűrűséget ábrázoló térképeket elkészítettük az ERA Interim adatbázisból, ebből az időszorból az 1993-as évet emeltük ki, mert ezt az évet is magába foglalja Hoinka (1998) és Wilcox et. al (2012) munkája, így mi is össze tudtuk hasonlítani az ugyanerre az időszakra készített hőmérsékleti gradiens térképeinkkel és empirikus úton szerezhettünk bizonyosságot arról, hogy tényleg a sztratoszférába való átmenet-e az oka az entrópiasűrűség változásának.





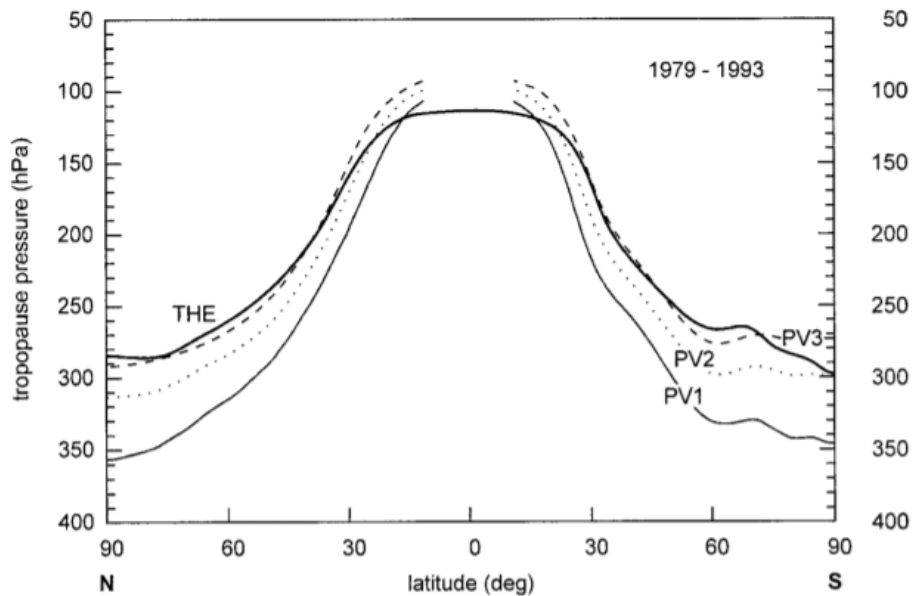
III.1. ábra: A lokális entrópiasűrűség éves átlaga (12:00 UTC) 1993-ban. Fentről-lefelé: 100, 200 és 300 hPa magasságban. J/kgK-ben kifejezve.



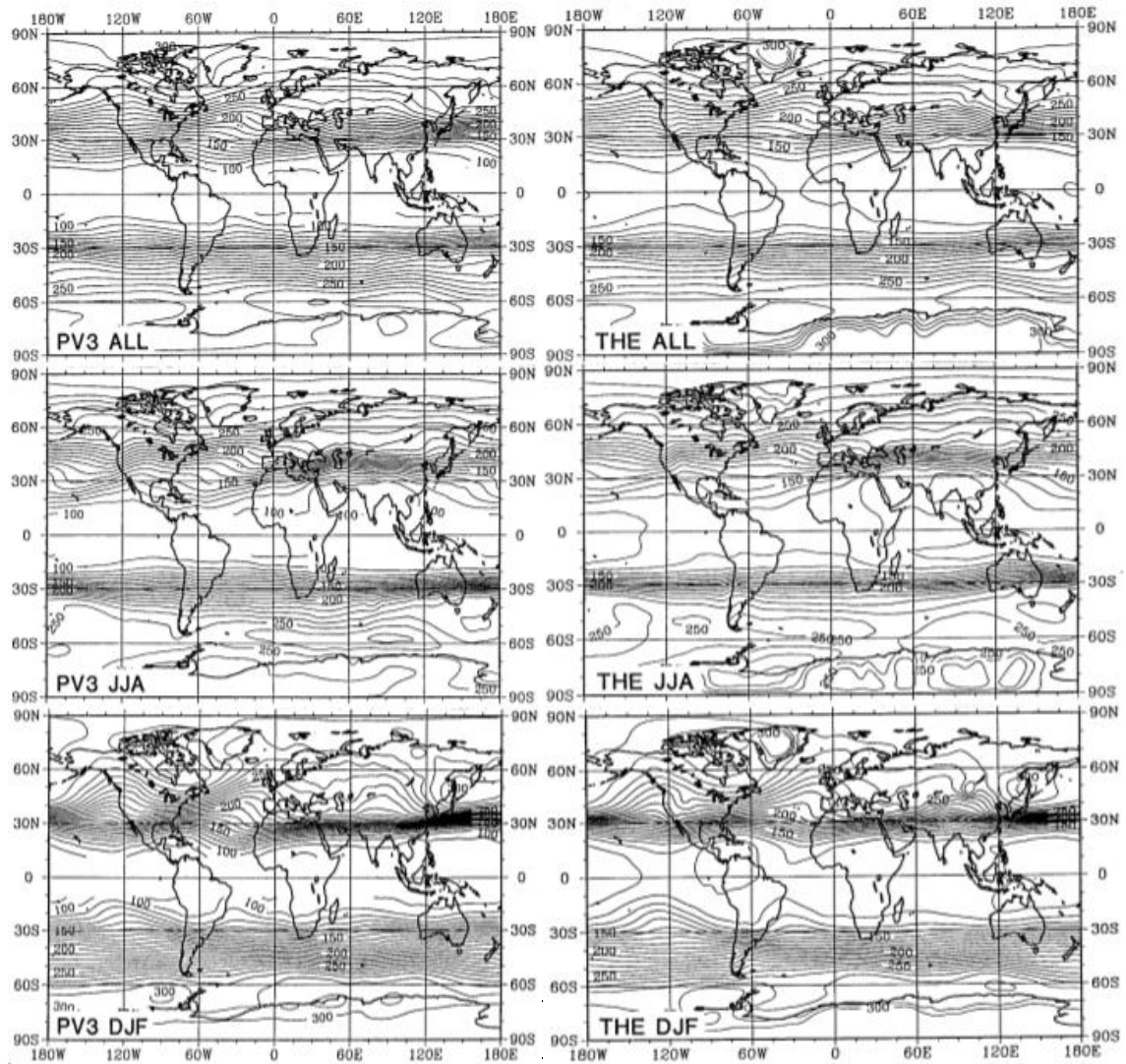


III.2. ábra: Hőmérsékleti gradiens 1993-ban, éves átlaggal számolva, K-ben.  
 Fentről lefele: a 200 és a 100 hPa-os szint hőmérsékleti különbsége és a 300 és a 200 hPa-os szint  
 hőmérsékleti különbsége

Az alábbi ábrák Hoinka (1998) tanulmányából valók:

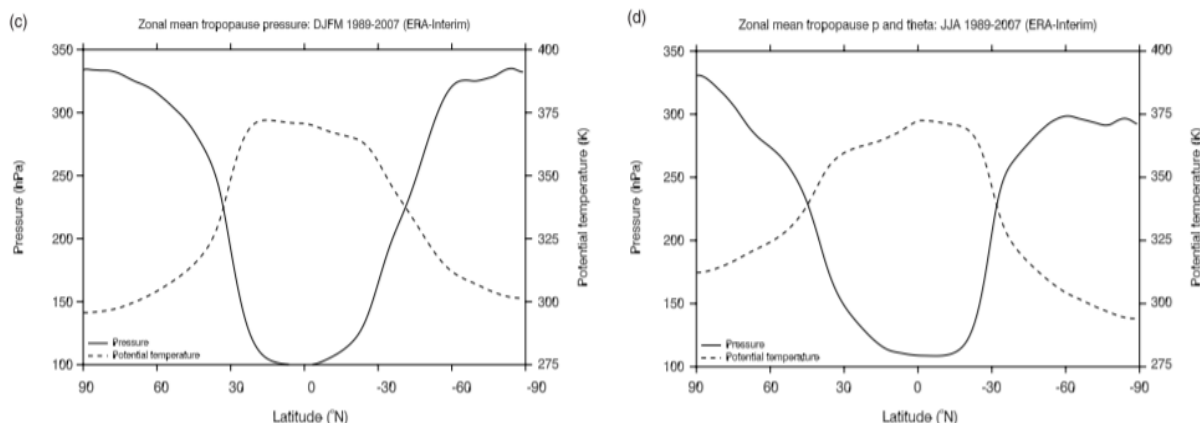


III.3. ábra: A zonálisan átlagolt tropopauza éves átlagának meridionális (1973-93, 12:00 UTC):  
 THE (=thermal tropopause) termális tropopauza, dinamikai tropopauza PV1=1,6 , PV2=2,5 ,  
 PV3=6,5 (Hoinka, 1998)



III.4. ábra: a tropopauza átlagos nyomása (1973-93, 12:00 UTC), (bal) PV3, (jobb) THE felülről - lefelé: éves átlag, északi félteke nyara, északi félteke tele. A nyomás növekedés 10 hPa-ként van jelölve. (Hoinka, 1998)

Későbbi időszakra is készültek zonális tropopauza nyomására ábrázolások az ECMWF ERA Interim adataiból (Wilcox et al., 2012):



III.5. ábra: A tropopauza nyomásának zonális átlagának keresztmetszete ERA Interim adatokból (1989-2007). Fekete vonal a nyomás (hPa), pöttyözött a potenciális hőmérséklet (K) menete. (bal) északi félgömb tele (jobb) északi félgömb nyara

Ha III.2. ábrát összehasonlítjuk Hoinka (1998) és Wilcox et al. (2012) tropopauza nyomásának vizsgálatával (III.3-5. ábra), láthatjuk, hogy ahol 0-hoz közeli hőmérsékleti gradienseket kapunk, ott ténylegesen a tropopauza helyezkedik el. Az Egyenlítő mentén a nagyobb hőmérsékleti gradiensek még normálisnak tekintendők az ábrákon a tropopauza elhelyezkedésének szempontjából, hiszen a sztratoszféra az egyenlítői területek fölött nagyobb magasságban kezdődik, ennek okán a hőmérsékleti gradiense is nagyobb magasságban lesz alacsony.

Marquet (1991) nyomán kiszámoltuk a légkörnek  $T_r$  referencia hőmérsékletét minden egyes hónapra a vizsgált időszakban (1979-2018). Ezt numerikus módon tettük meg a (5.3.5)-as egyenletet használva. (5.5.5)-as egyenletet nyomási koordináta-rendszerbe transzformálva a következő egyenletet használtuk a referenciahőmérséklet kiszámításához:

$$\frac{1}{T_r} = \frac{1}{gM} \int_0^{p_0} \frac{1}{T} dV_p \quad (\text{III.1})$$

$dV_p$  az a kis légréteg, amiket összegzünk.  $dV_p = dAdp = R_F^2 d\lambda d\phi \cos\phi dp$ , ahol  $dA = 4R^2\pi$  a Föld felszíne, a többi jelölés a korábbiakkal megegyezik. A  $g = 9.81 \frac{m}{s^2}$ , a gravitációs állandó,  $M$  a légkör tömege, ami állandónak vehető, mi is kiszámítottuk az alábbi képlet alapján:  $M = \frac{1}{g} \int_0^{p_0} \rho dV_p \approx 5.19 * 10^{18} kg$ , az integrálásnál 0 a légkörnek azt a felső határát jelöli, ameddig elmegyünk, nálunk ez 100 hPa,  $p_0$  pedig a felszíni légnyomás, amit mi 1000-nek vettünk.

(5.3.5)-ből eltűnik az időátlag, hiszen:

$$\frac{1}{T_r} = \frac{1}{n\Delta t} \sum_{i=1}^n \frac{1}{T_i} \Delta t \rho \quad (\text{III.2})$$

ahol a mi esetünkben  $n = 40 * 12 = 480$ , ugyanis 40 évnek 12 hónapját vizsgáljuk, így elég térben átlagolnunk.

A Marquet által számított  $T_r$  referencia hőmérséklet 250 Kelvin volt. Ezt számításainkkal mi is reprodukálni tudtuk. Idősorunkra havi  $T_r$  referencia hőmérsékleteire a következő alapvető statisztikát tudjuk adni:

Minimum [K]	Medián [K]	Átlag [K]	Maximum [K]
252,0	252,1	252,1	252,2

III.6. táblázat: 1979-2018-ra kiszámolt havi  $T_r$  referencia hőmérsékletek.

Marquet (1991)  $T_r$ -hez hasonlóan  $p_r$ -t halmaz- és időátlaggal számítja ki, a  $p_r$  referencia nyomás logaritmusát a (5.5.5)-ös egyenlet alapján számolja. Ezt mi egzaktul számoltuk, a teljes légkörre alkalmaztuk a  $p_r \approx \frac{p_{00}}{e} = 367.88 \text{ hPa}$  becslést a lentebb felírt megfontolás miatt. Abban az esetben, ha (5.5.5)-ből indulunk ki, nyomási koordinátarendszerbe felírva az egyenletet:

$$\ln(p_r) = \frac{1}{gM} \int_0^{p_0} \ln(p) dV_p \quad (\text{III.3})$$

$$\ln(p_r) = \frac{1}{gM} \int_0^{p_0} \ln(p) R_F^2 d\lambda d\varphi \cos\varphi dp \quad (\text{III.4})$$

Mivel  $\ln(p)$  csak  $p$  függvénye:

$$\int_0^{p_0} \ln(p) dp = \int_0^{p_0} 1 \ln(p) dp \quad (\text{III.5})$$

Felhasználva:

$$\int_a^b u' v dx = uv - \int_a^b v' u dx \quad (\text{III.6})$$

Tekintsük  $u' = 1$ -et és  $v = \ln(p)$ -t és a logaritmus azonosságokat alkalmazva:

$$\begin{aligned} \int_0^{p_0} 1 \ln(p) dp &= [p \ln(p)]_0^{p_0} - \int_0^{p_0} p \frac{1}{p} dp = p_0 \ln(p_0) - p_0 = p_0 (\ln(p_0) - 1) = \\ &= p_0 (\ln(p_0) - \ln(e)) = p_0 \ln\left(\frac{p_0}{e}\right) \end{aligned} \quad (\text{III.7})$$

Ha a kapott eredményt visszairjuk (III.3)-be, akkor:

$$\ln(p_r) = \frac{1}{gM} 4R^2 \pi p_0 \ln\left(\frac{p_0}{e}\right) = \frac{1}{\frac{Mg}{4R^2\pi}} p_0 \ln\left(\frac{p_0}{e}\right) \quad (\text{III.8})$$

Amennyiben  $\frac{Mg}{4R^2\pi}$ -t  $p_0$ -val közelítjük:

$$\ln(p_r) = \frac{1}{p_0} p_0 \ln\left(\frac{p_0}{e}\right) = \ln\left(\frac{p_0}{e}\right) \quad (\text{III.9})$$

Tehát joggal alkalmazható hidrosztatikus légkörben a  $p_r \approx \frac{p_{00}}{e} = \frac{1000hPa}{2.7182} = 367,88 hPa$ , mi is ezzel a referencianyomással számoltunk.

Abban az esetben, hogy ezeket a referenciaértékeket használjuk az

$$s = s_T + s_p = c_p \ln\left(\frac{T}{T_r}\right) - R \ln\left(\frac{p}{p_r}\right) \quad (\text{III.10})$$

lokális entrópiasűrűség integrálása során a második, nyomástól függő tag eltűnik, a következőkben ismertetett megfontolás miatt. A légkörre vett  $s$  integráljának vegyük csak a második  $s_p$  tagját.

$$\int_0^{p_0} R \ln\left(\frac{p}{p_r}\right) dV = \frac{R}{g} \int_0^{p_0} \ln\left(\frac{p}{p_r}\right) R_F^2 d\lambda d\varphi \cos\varphi dp = \frac{R}{g} \int_0^{p_0} \ln\left(\frac{p}{p_r}\right) 4R_F^2 \pi dp =$$

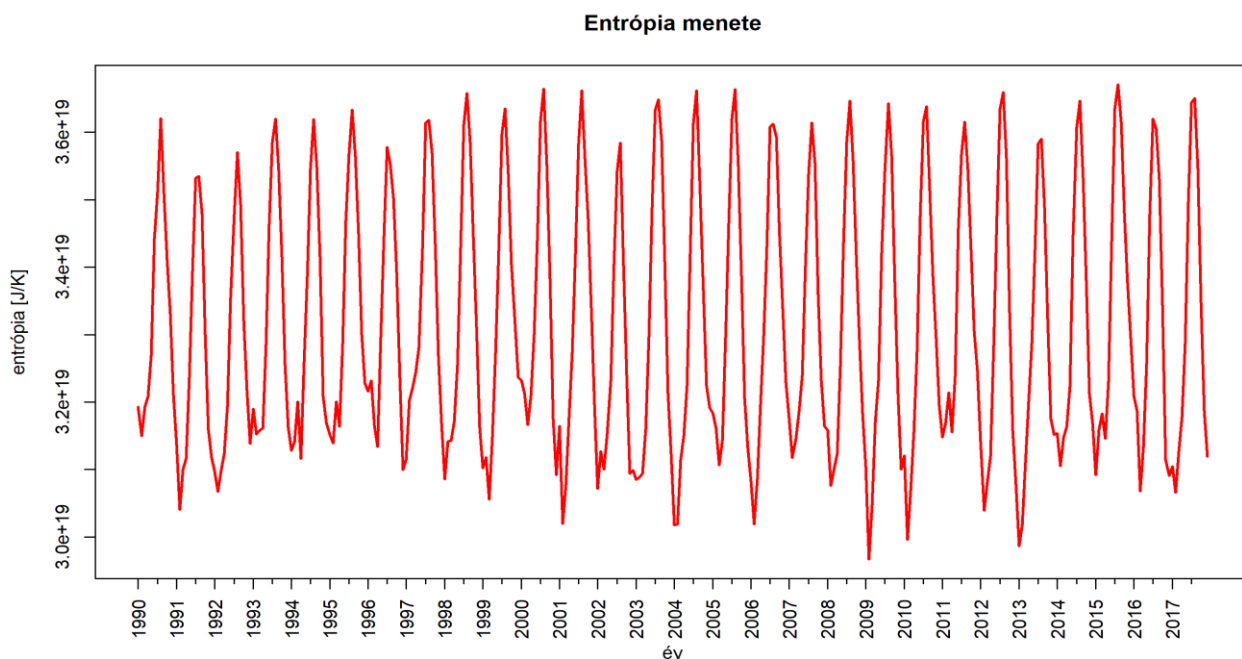
$$\frac{R}{g} 4R_F^2 \pi \left( - \int_{p_0}^0 \ln(p) dp + \int_{p_0}^0 \ln(p_r) dp \right) = \frac{R}{g} 4R_F^2 \pi (-p_0 \ln(p_r) + p_0 \ln(p_r)) = 0$$

(III.11)

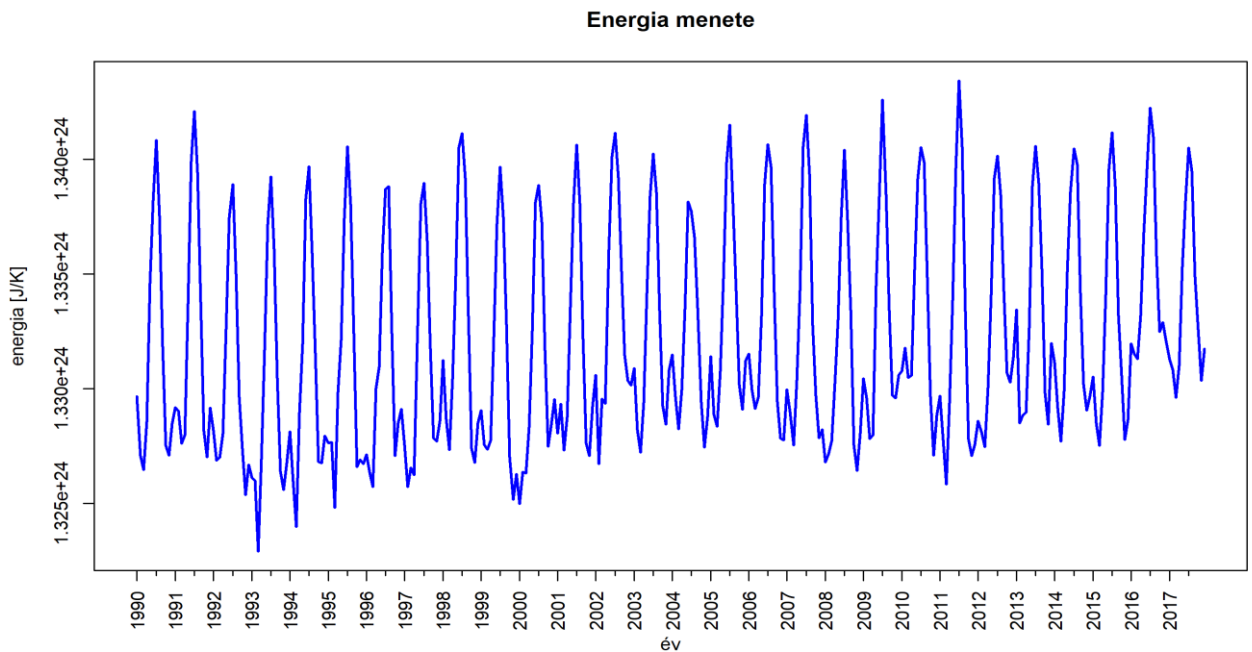
Tehát az integrálás során ez a tag zérus, így elég az entrópia hőmérsékleti tagjával számolni.

#### IV. Az entrópia és az energia

A kiszámított  $sp$  és  $ep$  lokális energia és entrópiasűrűséget integráltuk a teljes légkörre, 40 évre, így kapva az éves meneteket. A IV. 1-3-as ábrák az Interim adatsorból készültek, havi átlagokkal számolva.

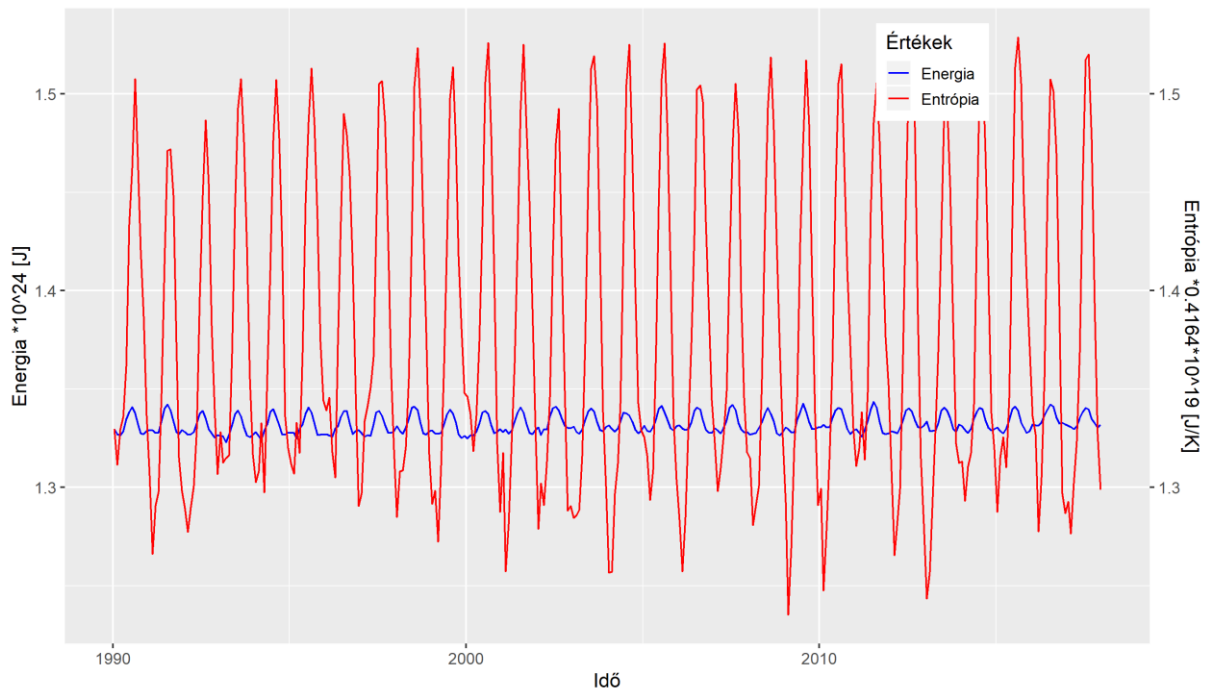


IV. 1. ábra: Az entrópia éves menete [J/K]



*IV. 2. ábra: Az energia éves menete [J]*

A két változó időfüggése (IV. 1. és 2.) egymással párhuzamosnak tűnik, amit a IV. 3-as ábra még jobban érzékeltet. A IV. 3-as ábra készítésénél az volt a cél, hogy a két mennyiség időbeli menetének a hasonlóságáról még jobban meggyőződhessünk. Az energia közel állandó idősorunkban a maximuma és a minimuma közötti eltérés  $0.02 \cdot 10^{24}$  J, míg az entrópia esetében ez a különbség nagyobb  $0.7 \cdot 10^{19}$  J/K. Ezért egy arányos változtatást hajtottunk végre a IV. 3-as ábra elkészítésénél, hogy a két mennyiség ugyanabból a kezdeti értékből induljon.



IV. 3. ábra: Az energia és az entrópia együttes ábrázolása. Az energia értékei a baloldali tengelyen vannak feltüntetve  $10^{24}$  J-ban, míg az entrópiáé a jobboldali tengelyen található  $0.4164 \cdot 10^{19}$  J/K-ben kifejezve.

A nagyon hasonló menet annak tudható be, hogy a potenciális hőmérséklet definíciójából:  $\theta = T \left(\frac{p_0}{p}\right)^{R/c_p}$ ,  $\theta$  erős arányosságban van  $T$ -vel:  $\theta \sim T$ . Az entrópiát fel lehet írni az alábbi formulával:  $s = c_p \ln\left(\frac{\theta}{\theta_r}\right)$ , ahol  $\theta_r$  a potenciális hőmérsékletnek a referencia értéke. Az energia pedig:  $e = c_p T + e_k$ . Mint azt láttuk,  $e_k$ -nak sokkal kisebb a nagyságrendje, mint az első tagnak, így minimális ingadozást okoz, tehát tulajdonképpen  $\theta$  és  $T$  határozza meg a két mennyiségnek a menetét.

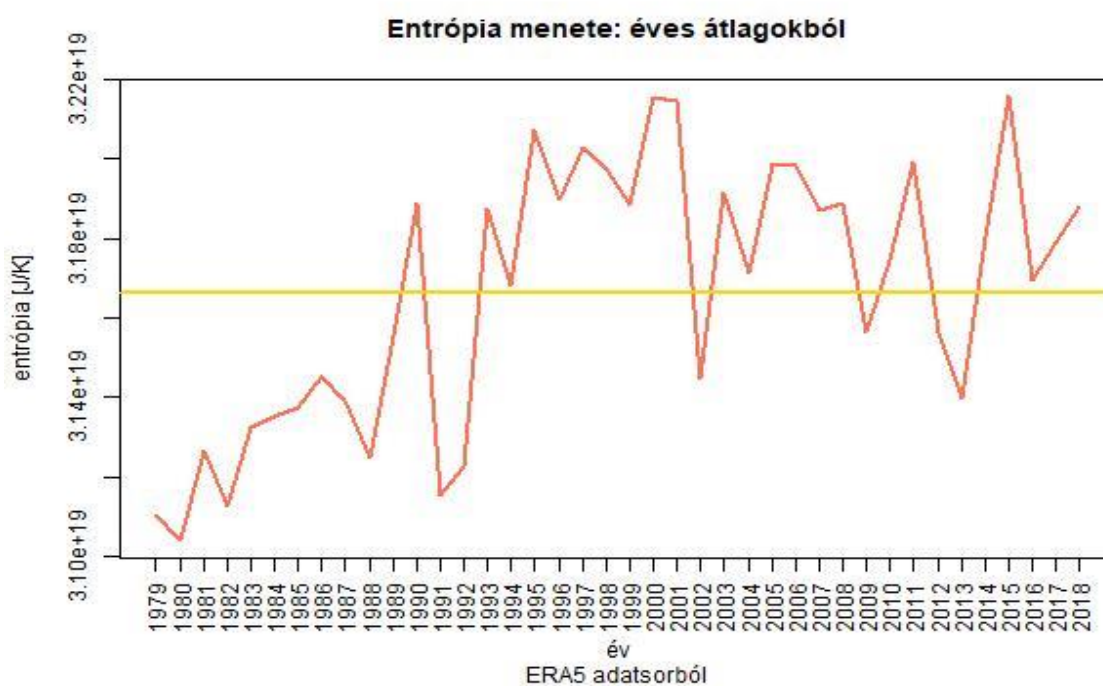
Az időfüggés további vizsgálata céljából Fourier-sorfejtést végeztünk, ennek a célja, hogy a bonyolult hullámot részletösszegek sorozataként közelítjük. Periódusidőnek 40 és 20 évet kaptunk, ami valószínűleg az idősor rövidege miatt van, de 13 éves periódusidő már reálisabbnak tűnik, amely visszavezethető a napfolt ciklusokra. Az entrópiára és az energiára ugyanazokat a periódusidőket kaptuk.

A teljes légkörre vett entrópia és energia integrálok elkészültek 40 éves idősorra, éves átlagokból az ERA5 és ERA Interim adatbázisra is. Az arany sárga vonalak az adott adatbázisból használt adatokkal számolt adott mennyiség átlaga, amelyet az alábbi táblázatok foglalnak össze:

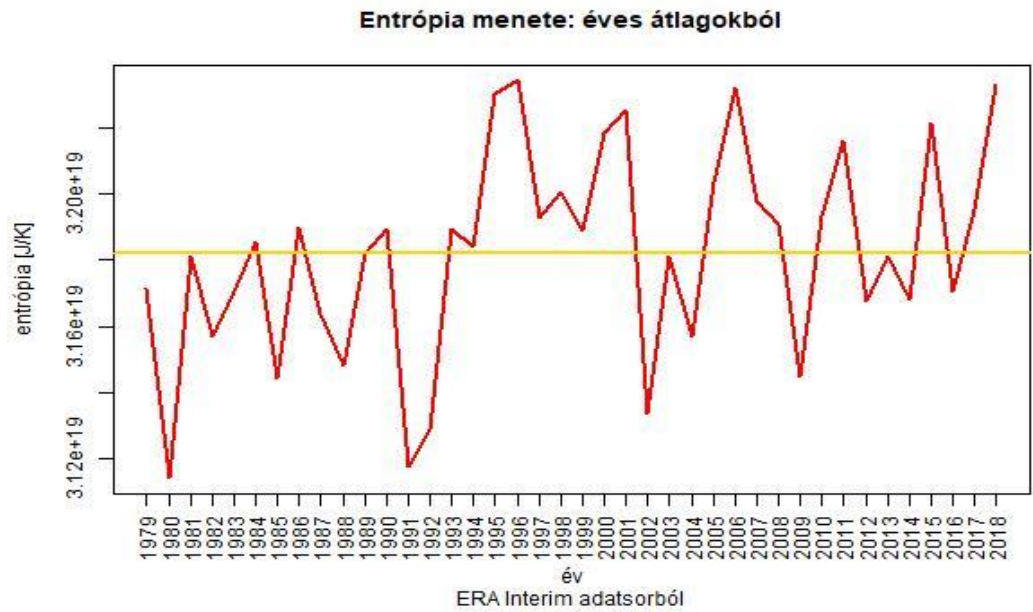
<b>Entrópia* 10<sup>19</sup> [J/K]</b>	<b>minimum</b>	<b>átlag</b>	<b>maximum</b>
<b>ERA5</b>	3,114	3,182	3,234
<b>ERA Interim</b>	3,104	3,167	3,216

<b>Energia* 10<sup>24</sup> [J]</b>	<b>minimum</b>	<b>átlag</b>	<b>maximum</b>
<b>ERA5</b>	1,330	1,331	1,335
<b>ERA Interim</b>	1,329	1,332	1,334

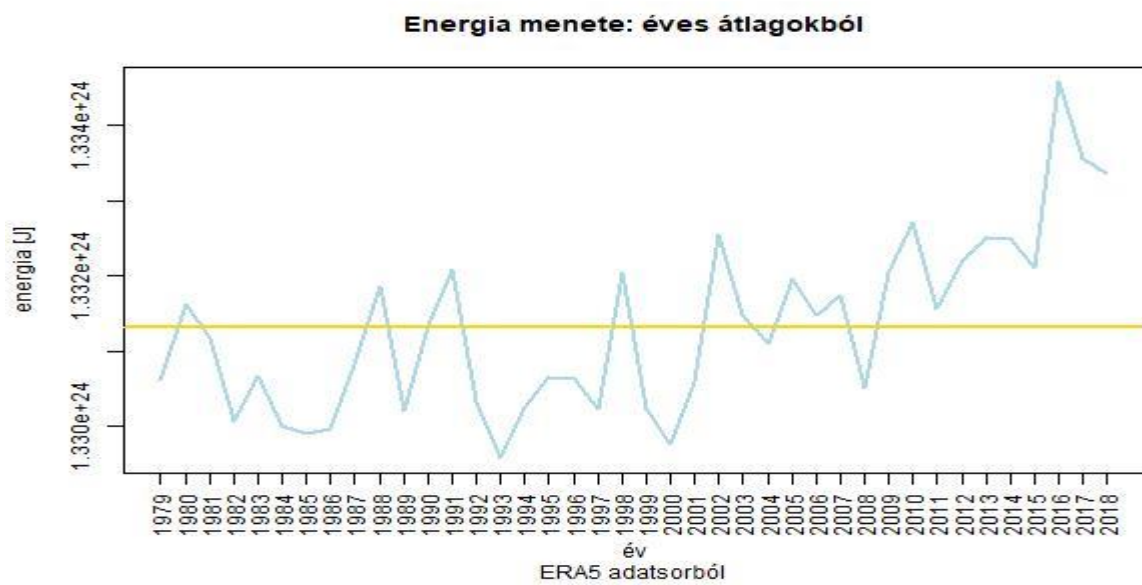
Többnyire az ERA5 adatbázist használva magasabb értékeket kaptunk, ám ilyen nagy nagyságrendek ( $10^{19}$ ,  $10^{24}$ ) esetén ez szinte elenyésző.



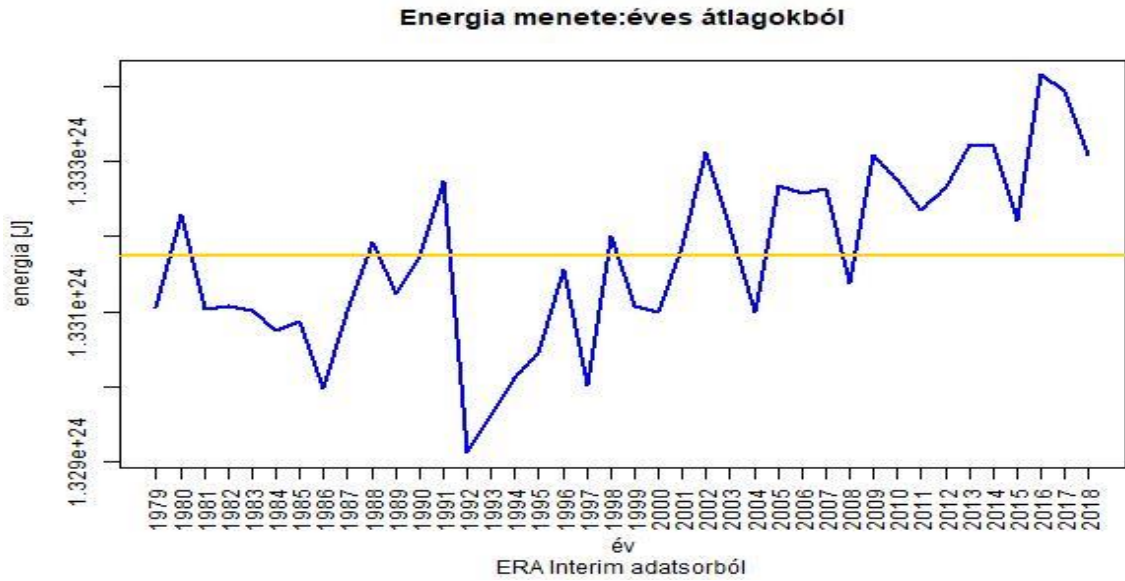
IV.4. ábra: Az entrópia [J/K] menete éves átlagokkal számolva az ERA5 adatbázist használva



IV.5. ábra: Az entrópia [J/K] menete éves átlagokkal számolva az ERA Interim adatbázist használva

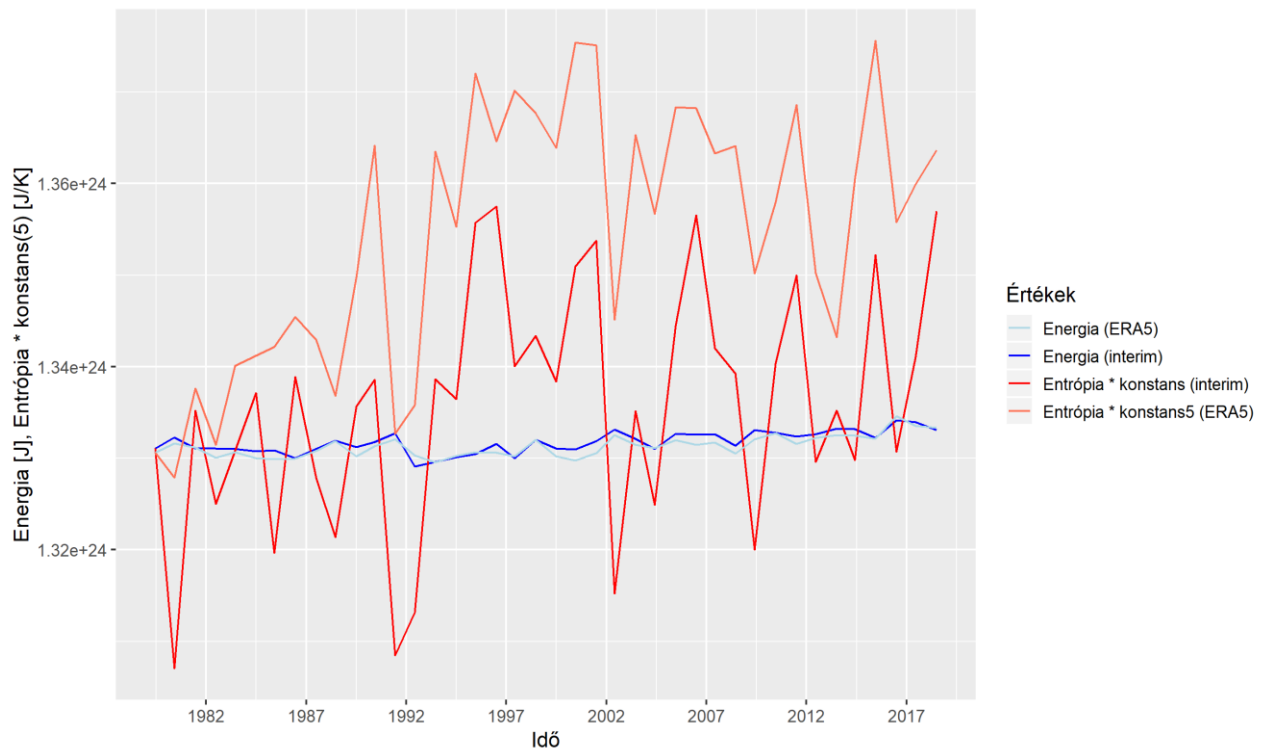


IV.6. ábra: Az energia [J] menete éves átlagokkal számolva az ERA5 adatbázist használva



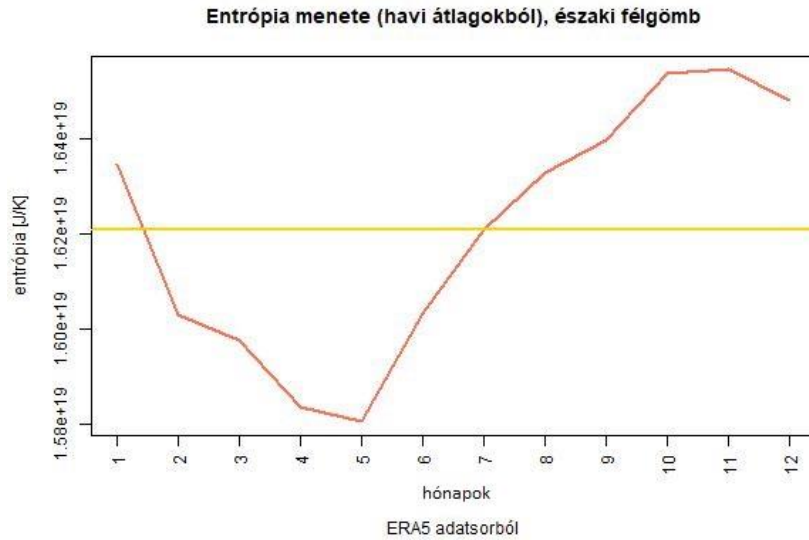
IV.7. ábra: Az energia [J] menete éves átlagokkal számolva az ERA Interim adatbázist használva

Hogy a két adatbázist, illetve a mennyiségek időbeli menetét vizsgálhassuk az arányos változtatást itt is megtettük. Az azonos adatbázisok mennyiségei indulnak közös pontból.

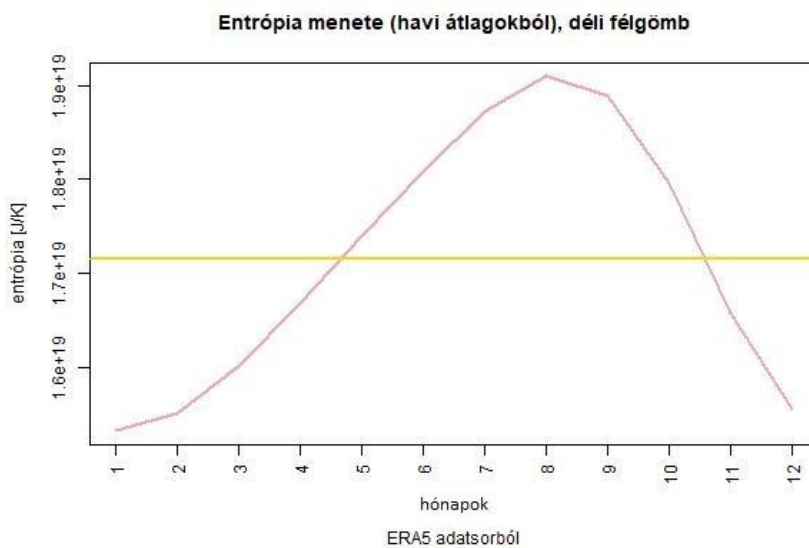


IV. 8. ábra: Az energia és az entrópia együttes ábrázolása, ERA5 és Interim adatsorból.

Fontos megvizsgálni az entrópia és az energia menetét a két hemiszférára külön-külön is. Számottevő különbség nincs a két adatsorban (ERA Interim és ERA5), így az ERA5 eredményei kerülnek közlésben jelen dolgozatban, hiszen ezt az adatbázist folyamatosan frissítik, így akár egy későbbi vizsgálat során még hasznos lehet.



IV. 9. ábra: Az entrópia [J/K] ábrázolása az északi félgömbre, ERA5 adatsorból az 1979-2018-as időszakra havi átlagokkal számolva.

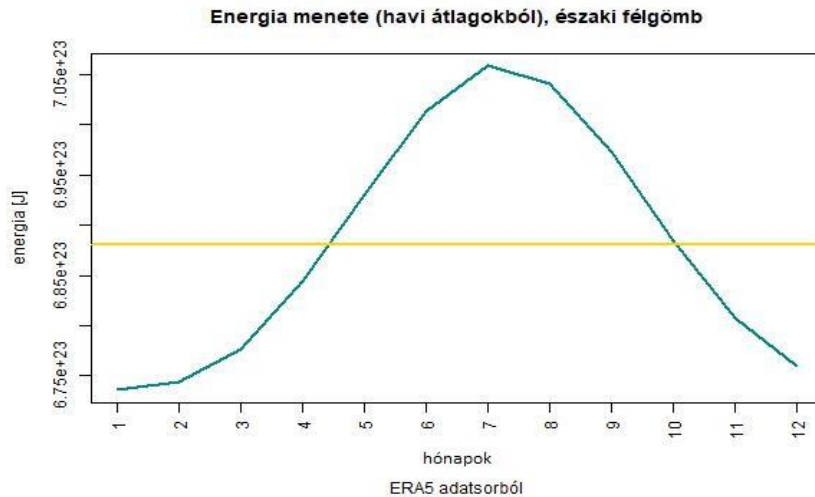


IV. 10. ábra: Az entrópia [J/K] ábrázolása a déli félgömbre, ERA5 adatsorból az 1979-2018-as időszakra havi átlagokkal számolva.

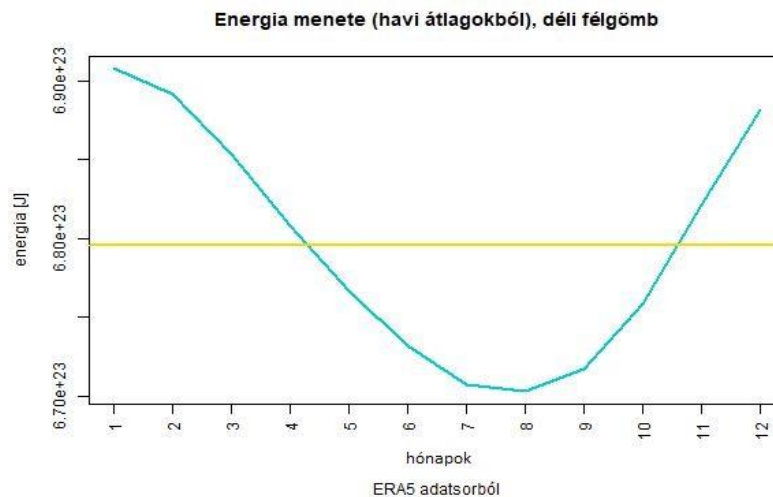
Az entrópia menetében az látható, hogy az északi féltekén májustól-októberig egyértelműen növekszik az értéke, október-november szinte konstans, majd a naptári év végétől májusig csökken az értéke, a minimuma májusban van. Tehát, a mi félgömbünkön tavasz végétől, ősz közepéig figyelhető meg a növekedés az entrópia értékében. A déli féltekén nem egészen ellentétes a menet, némileg el van tolódva, itt januártól vehető észre az emelkedés, egészen augusztusig. Ez az időszak ott nyár közepének, tél végének felel meg.

A déli féltekén hosszabb ideig tart az emelkedő időszak, viszont a visszaesés élesebb, továbbá a kilengés is nagyobb.

Energia szempontjából a két félteke kiegyenlítettebb. A téli félgömbön a naptári év elejétől nyár közepéig emelkedik (január-július), ez az emelkedő időszak a déli féltekén az entrópiához hasonlóan rövidebb, itt augusztusól-szeptemberig tart, ami tél végét, illetve nyár elejét jelent.

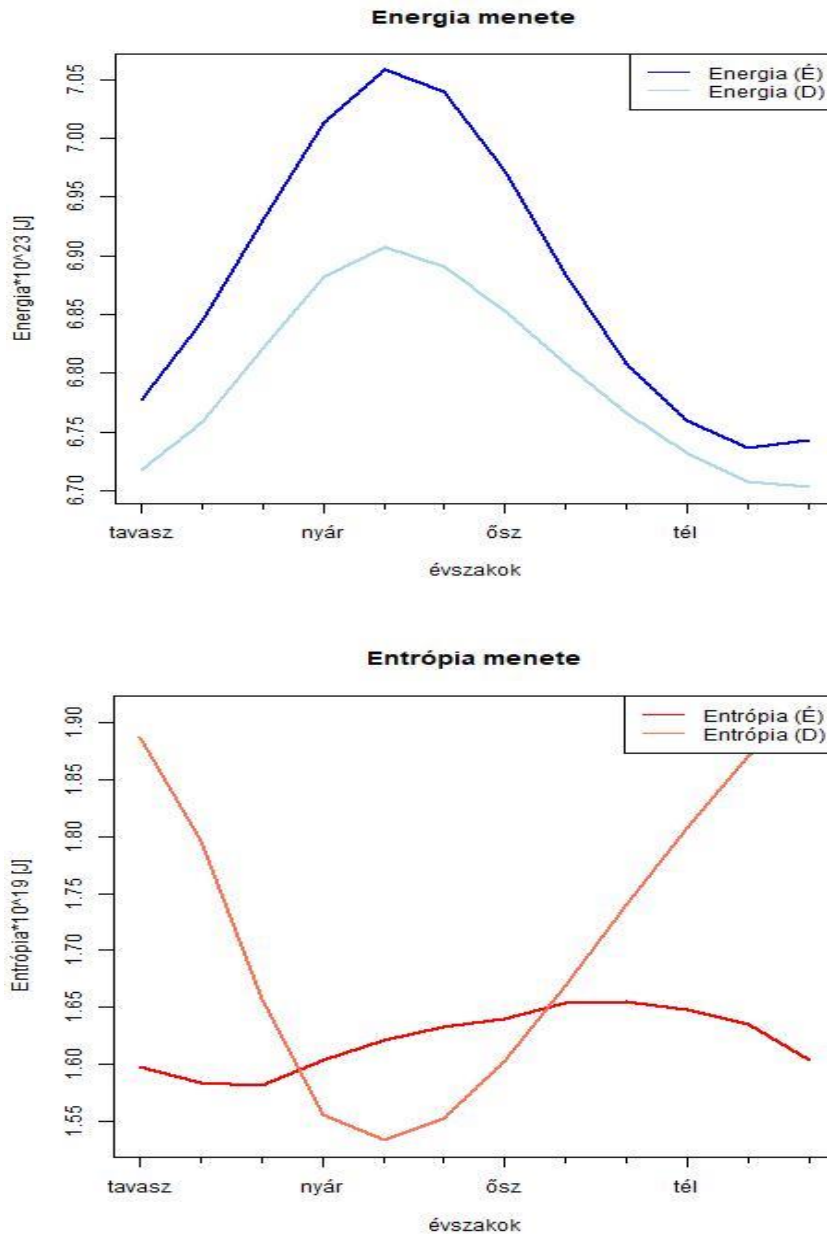


IV. 11. ábra: Az energia [J] ábrázolása az északi félgömbre, ERA5 adatsorból az 1979-2018-as időszakra havi átlagokkal számolva.



IV. 12. ábra: Az energia [J] ábrázolása a déli félgömbre, ERA5 adatsorból az 1979-2018-as időszakra havi átlagokkal számolva.

Mivel a két félgömbön eltérő hónapokban vannak az évszakok, ezért a kapott eredmények közös ábrán is szerepelnek az azonos évszakokban:



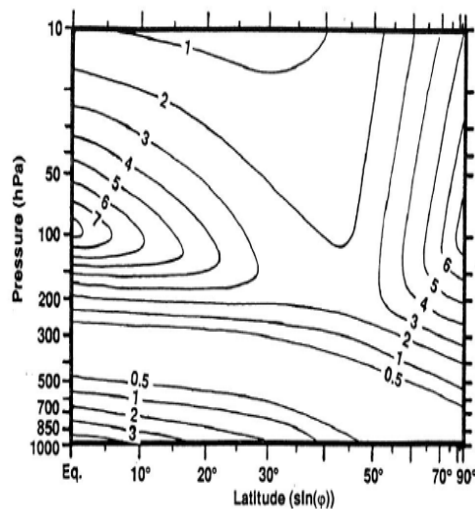
IV. 13. ábra: Az energia [J] (fent) és az entrópia [J/K] ábrázolása évszakok szerint, ERA5 adatsorból

## V. A felhasználható entalpia lokális sűrűsége

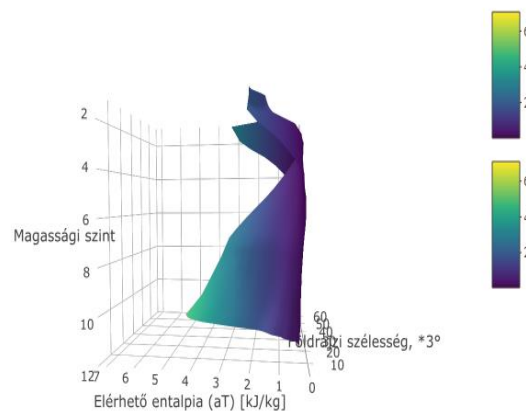
Az ERA Interim adatait használva meghatároztuk az  $a_h$  felhasználható entalpiát az (5.5.6)-as képlet alapján, illetve annak  $a_T$  (5.7.3) hőmérséklettől- és  $a_p$  (5.1.7) nyomástól függő tagját, utóbbi kettőt Marquet ábrázolta is. (5.3.1. ábra) Viszont az  $a_h$  felhasználható entalpiára nem készített ábrát, ez jelen munkában látható. Az általunk készített ábrákon a tengelyeket az alábbiak szerint értelmezendők:

Magassági szint	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
nyomás [hPa]	1000	950	900	850	800	700	600	500	400	300	200	100

A szélességi körök számozása 1-től 60-ig megy, ahol 1 az északi szélesség 90°, 60 pedig a déli szélesség 90°. Ezt a számozást a 3 fokos felbontás miatt választottuk ( $3^\circ * 60 = 180^\circ$ ). A kiszámolt entalpia értékek a tengelyen is rajta vannak és a színezésen is látható a nagyságrendi változás.



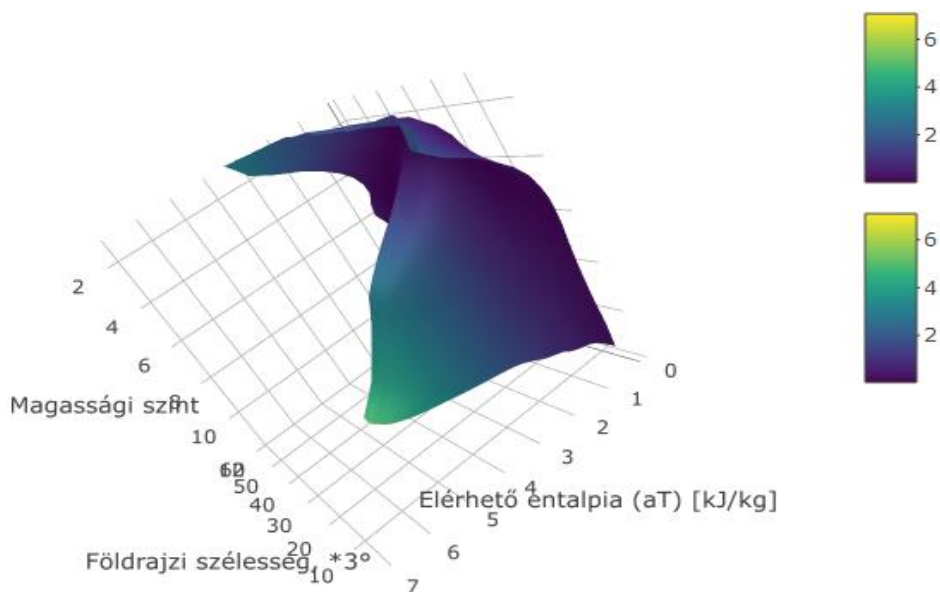
Elérhető entalpia hőmérsékleti tagjának spektrális eloszlásának zonális átlaga



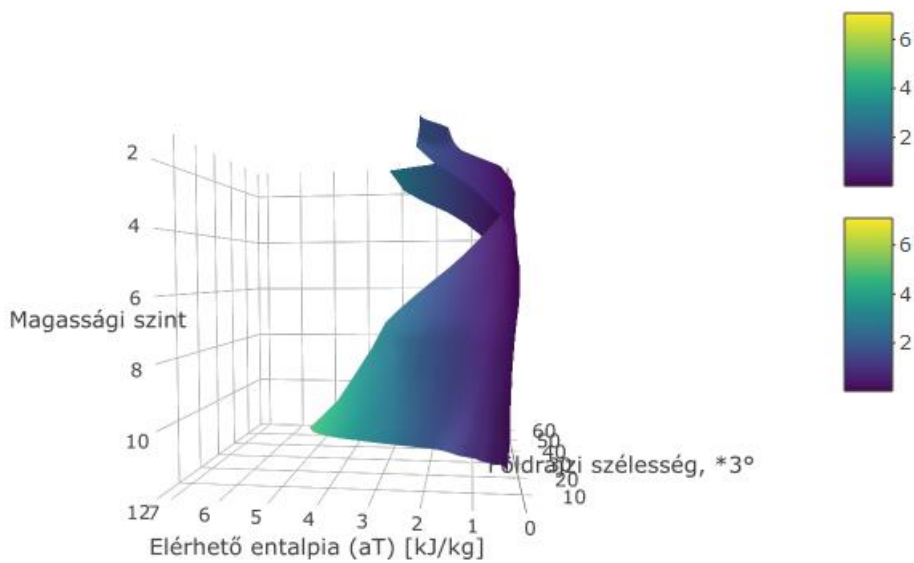
V. 1. ábra: (bal)  $a_T$  zonális átlag spektrális eloszlásának keresztmetszete Marquet alapján (félgömb). (jobb)  $a_T$  zonális átlag spektrális eloszlása a teljes Földre. Mindkét ábrán [kJ/kg] mértékegységben vannak ábrázolva az értékek.

Ha összehasonlítjuk a két ábrát, láthatjuk, hogy tulajdonképpen ugyanazt az eloszlást kapjuk  $a_T$ -ra.  $a_T$  a 30. szélességi körig viszonylag nagy, itt csökken  $2 \frac{kJ}{kg}$  alá. Ezt a zonalitást 300 hPa környékén veszíti el, inentől elkezdenek ismét növekedni az  $a_T$  értékek. Az  $a_T$  eloszlását határozottan a hőmérséklet eloszlásával hozhatjuk összefüggésbe.

Elérhető entalpia hőmérsékleti tagjának spektrális eloszlásának zonális átlaga



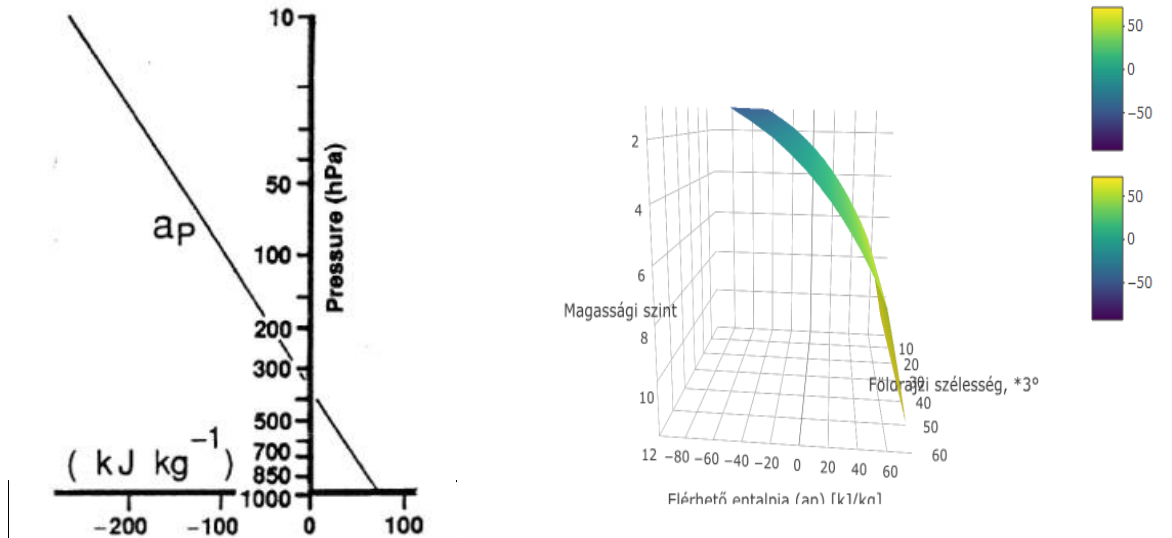
Elérhető entalpia hőmérsékleti tagjának spektrális eloszlásának zonális átlaga



V. 2. ábra: Az felhasználható entalpia hőmérséklettől függő tagjának zonális átlag spektrális eloszlása a teljes Földre, több nézőpontból is

Hasonlítsuk össze Marquet és az általunk ábrázolt  $a_p$ -t.

Elérhető entalpia nyomási tagjának spektrális eloszlásának zonális átlaga

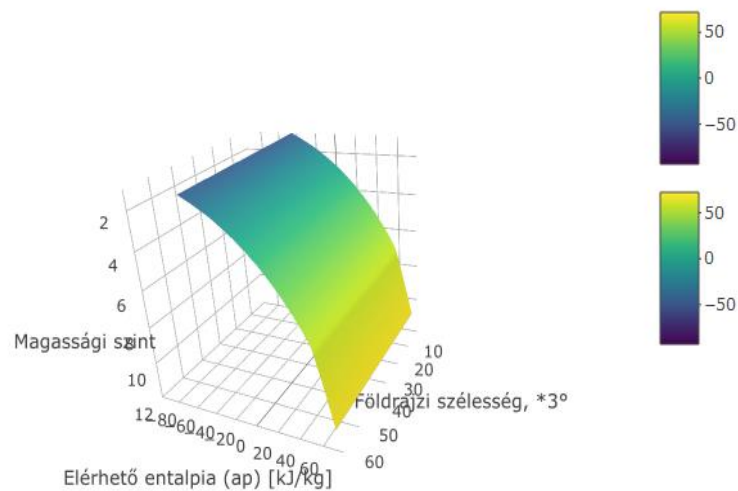


V. 3. ábra: (bal)  $a_p$  vertikális profilja Marquet alapján (félgömb). (jobb)  $a_p$  zonális átlag spektrális eloszlása a teljes Földre. Mindkét ábrán  $[\text{kJ/kg}]$  mértékegységben vannak ábrázolva az értékek.

Az általunk ábrázolt  $a_p$  100 hPa magassáig terjed, úgyhogy a bal oldali ábrát is onnantól kell figyelembe venni, mindkét esetben itt  $-80$  és  $-60 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$  közötti értéket kapunk.

Tulajdonképpen a nyomás csökkenésével lineárisan csökken az  $a_p$  tag.

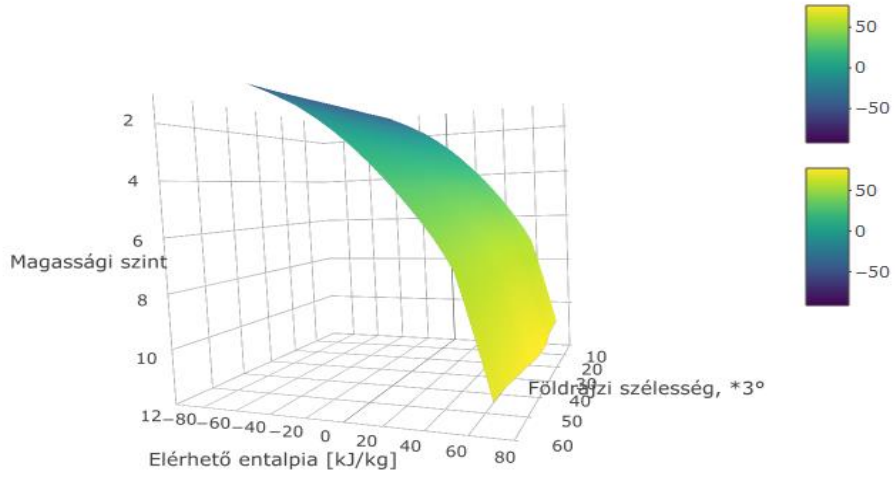
Elérhető entalpia nyomási tagjának spektrális eloszlásának zonális átlaga



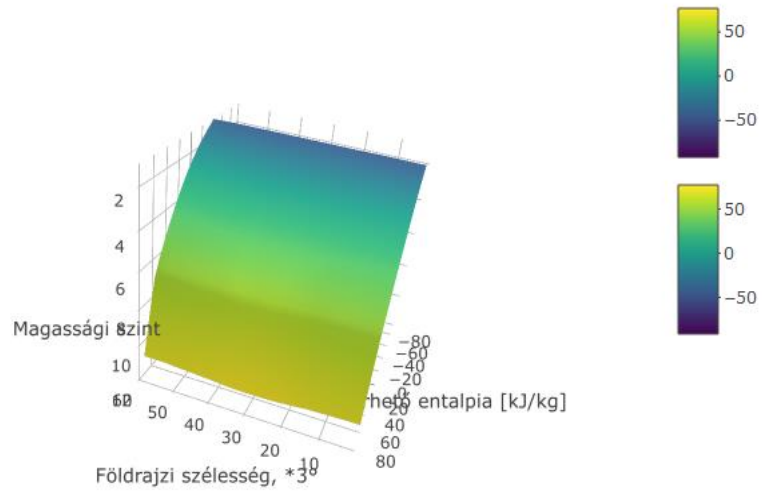
V. 4. ábra:  $a_p$  zonális átlag spektrális eloszlása a teljes Földre.

És végül nézzük meg a kettőnek az összegét, a felhasználható entalpiát a teljes Földre:

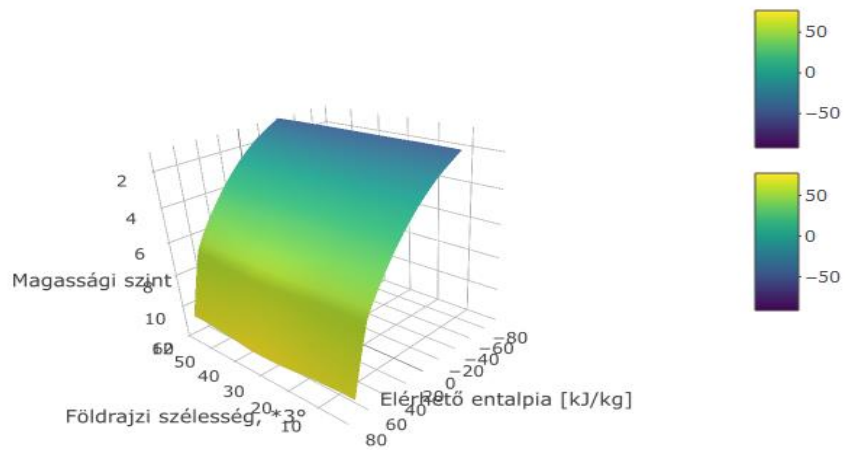
Elérhető entalpia spektrális eloszlásának zonális átlaga



Elérhető entalpia spektrális eloszlásának zonális átlaga



Elérhető entalpia spektrális eloszlásának zonális átlaga



V. 5. ábra:  $a_h$  zonális átlag spektrális eloszlása a teljes Földre. [kJ/kg] mértékegységben vannak ábrázolva az értékek.

$a_h$  sokkal inkább hasonlít  $a_p$ -re, mint  $a_T$ -re, ami érthető, hiszen ennek a két tagnak az összege és  $a_p$  nagyobb súllyal hat rá, ugyanis  $|a_p| > |a_T|$ . Az Egyenlítő környékén látunk benne minimális görbületet, az  $a_T$  tag itt volt a legnagyobb, ennek érezhető a hatása. A három értékre az alábbi statisztikát láthatjuk.

<i>[kJ/kg]</i>	<b>minimum</b>	<b>medián</b>	<b>átlag</b>	<b>maximum</b>
<b><math>a_T</math></b>	0	1,55	1,581	10,16
<b><math>a_p</math></b>	-93,46	40,62	23,1	71,74
<b><math>a_h</math></b>	-92,92	42,05	24,68	81,9

*V. 5. ábra:  $a_h$  zonális átlag spektrális eloszlása a teljes Földre. [kJ/kg] mértékegységben vannak ábrázolva az értékek.*

Gyakorlatilag  $a_h$  egyenlő  $a_p$  és  $a_T$  összegével, abban az esetben, ha van némi eltérés  $a_p$  és  $a_T$  összeg és  $a_h$  értékében, ez a szoftvernek a közelítő értékei miatt van.

## Összefoglalás

Elsősorban három fő forrásunk volt: Lorenz (1967), Dutton (1973) és Marquet (1991) elméleteit vizsgáltuk. Ahogy a dolgozat címe is mutatja, a fő cél a felhasználható entalpia vizsgálata volt, ez az az energia, amely általánosítja a felhasználható munka fogalmát, amikor valamilyen anyag egyensúlyi állapotba kerül reverzibilis folyamatok révén.

Lorenz és Dutton a teljes légkörre vett energiákkal és a közöttük végbemenő konverziókkal foglalkozott.

A Lorenz által globálisan definiált *APE* elmélete, klasszikusan elterjedt a felhasználható energiára vonatkozó termodinamikai elmélet légkörre vonatkozó alkalmazásában. Az *APE* tulajdonképpen méri a különbséget a valós és a referencia-állapot között, minimalizálva a potenciális energiát állandó entrópián.

Marquet újra vizsgálta az *APE* koncepcióját és lokálisan is definiálta. A Marquet-féle szemlélet megmutatja, hogy a felhasználható entalpia hidrodinamikai alkalmazása lehetővé teszi a korábban Lorenz és Dutton által a globális meteorológiai folyamatokra (globális cirkuláció) bevezetett hasznosítható energia fogalmak általánosítását.

A lokális *APE* algebrai kifejezése lehetővé tenné az energia konverziók vizsgálatát nyílt térrészen is (pl. ciklonok, baroklin hullámok), ahol a határfluxusokat is figyelembe vesszük. Továbbá, az egyes szintek energiáinak vizsgálatával a troposzféra-sztratoszféra energia cserélődési folyamatok is értelmezhetők lennének. A kiszámolt és különböző nyomási szintekre ábrázolt lokális entrópiasűrűség térképekből a tropopauzát sejteni lehet, hiszen itt a lokális entrópiasűrűség a troposzférikus eloszlásnak az inverzére változik a sztratoszférában.

Ezeket az értékeket ki is integráltuk a felhasználható potenciális energia mellett. A két menet megegyezik és évszakos szezonalitást mutat.

Marquet számítása alapján numerikus közelítéssel meghatároztunk a légkör  $T_r$  referenciahőmérsékletét és egzakt integrálással  $p_r$  referencianyomást. Ezt a két értéket használtuk a lokális felhasználható entalpia  $a_h$  számítására, amely a hőmérséklettől ( $a_T$ ) és a nyomástól ( $a_p$ ) függő tag összegeként írható fel. Utóbbi kettőnek az eloszlását ábrázolta Marquet. Mi egy másik idősorra, de hasonló nagyságrendű eredményeket kaptunk. Majd a felhasználható entalpiának a zonális átlag spektrális eloszlását is ábrázoltuk a teljes Földre.

A dolgozatban a száraz légekört vizsgáltuk, ami ideális gáznak tekinthető, így jelentős egyszerűsítésekkel élhettünk. A jövőben érdemes lenne a vizsgálatot nedves levegőre is kiterjeszteni.

## Köszönetnyilvánítás

Szeretném megköszönni mindazok munkáját, akik segítségével ez a dolgozat nem született volna meg.

Sok köszönet témavezetőmnek, Tasnádi Péter egyetemi tanárnak, hogy elvállalta a témavezetésemet, rengeteget tanultam és fejlődtem, azalatt míg a korábbi félévekben tanított és szerencsésnek mondhatom magam, hiszen a kötelező tanórákon kívül hosszú órákat töltöttem azzal, hogy újabb ismeretekkel gazdagítson.

Köszönetet mondok Kristóf Erzsébet és Hollós Roland doktoranduszoknak, valamint Barcza Zoltán egyetemi docensnek, akik az adatok lekérésében, azok kezelésében és az informatikai részben voltak segítségemre, sok új hasznos ismeret birtokába jutottam általuk.

Nem lehetek elég hálás Szántó Dávidnak, aki az informatikai tudása mellett lelki támogatást is nyújtott a dolgozat megírása során.

Végül, de nem utolsósorban hálás szívvel köszönöm a családomnak, hogy egyetemi tanulmányaim során végig támogatnak, mellyel biztosítják munkám eredményességét.

## Felhasznált irodalom

- Baranka Gy. Bordás Á., Gyuró Gy., Havasi Á., Leélőssy Á., Mészáros R., Szépszó G., Tasnádi P., Weidinger T., 2013: Klasszikus dinamikus meteorológiai feladatgyűjtemény II. 547., X. fejezet: Légköri energetika
- Bartholy J., Geresdi I., Matyasovszki I., Mészáros R., Pongrácz R., 2011: A meteorológia alapjai, 3. fejezet
- Berrisford, P., Dee, DP, Poli, P, Brugge, R, Fielding, M, Fuentes, M, Kállberg, PW, Kobayashi, S, Uppala, S, Simmons, A., 2011: The ERA-Interim Interim archive Version 2.0. *ERA Report*
- Callen, H. B., 1960: Thermodynamics, Wilkey and sons, London
- Dee, D.P., Uppala, S.M., Simmons, A.J., Berrisford, P., Poli, P., Kobayashi, S., Andrae, U., Balmaseda, M.A., Balsamo, G., Bauer, P., Bechtold, P., Beljaars, A.C.M., van de Berg, L., Bidlot, J., Bormann, N., Delsol, C., Dragani, R., Fuentes, M., Geer, A.J., Haimberger, L., Healy, S.B., Hersbach, H., Hólm, E.V., Isaksen, L., Kállberg, P., Köhler, M., Matricardi, M., McNally, A.P., Monge-Sanz, B.M., Morcrette, J.-J., Park, B.-K., Peubey, C., de Rosnay, P., Tavolato, C., Thépaut, J.-N., and Vitart, F., 2011: The ERA-Interim Interim reanalysis: configuration and performance of the data assimilation system. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 137, 553–597. doi:[10.1002/qj.828](https://doi.org/10.1002/qj.828)
- Dutton, J.A., 1973: The global thermodynamics of atmospheric motion. *Tellus*, 25, 89–110. doi:[10.1111/j.2153-3490.1973.tb01599.x](https://doi.org/10.1111/j.2153-3490.1973.tb01599.x)
- Gassmann, A., and Herzog, H.-J., 2015: How is local material entropy production represented in a numerical model?: Local Material Entropy Production. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 141, 854–869. doi:[10.1002/qj.2404](https://doi.org/10.1002/qj.2404)
- Götz G. és Rákóczi F., 1981: A dinamikus meteorológia alapjai
- Hoinka, K.P., 1998: Statistics of the Global Tropopause Pressure. *Monthly Weather Review*, 126, 3303–3325. doi:[10.1175/1520-0493\(1998\)126<3303:SOTGTP>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0493(1998)126<3303:SOTGTP>2.0.CO;2)
- Johnson, D.R., and Downey, W.K., 1982: On the energetics of open systems. *Tellus*, 34, 458–470. doi:[10.1111/j.2153-3490.1982.tb01834.x](https://doi.org/10.1111/j.2153-3490.1982.tb01834.x)
- Juračić, A., and Raymond, D.J., 2016: The effects of moist entropy and moisture budgets on tropical cyclone development: THERMODYNAMIC BUDGETS. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, 121, 9458–9473. doi:[10.1002/2016JD025065](https://doi.org/10.1002/2016JD025065)
- Lorenz, E.N., 1955: Available Potential Energy and the Maintenance of the General Circulation. *Tellus*, 7, 157–167. doi:[10.1111/j.2153-3490.1955.tb01148.x](https://doi.org/10.1111/j.2153-3490.1955.tb01148.x)

- Lorenz, E.N., 1957: Static stability and atmospheric energy. Sci Report no. 9, contract AF19 (604)-1000. between G. R. D. and A. R. D. C.
- Lorenz, E.N., 1967: The nature and theory of the general circulation of the atmosphere. *WMO*
- Margules, M., 1901: The mechanical equivalent of any given distribution of atmospheric pressure, and the maintenance of a given difference in pressure. *Smithsonian Miscellaneous collection*, 54, (5.1.7): 501-532, 1910
- Marquet, P., 1991: On the concept of exergy and available enthalpy: Application to atmospheric energetics. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 117, 449–475. doi:[10.1002/qj.49711749903](https://doi.org/10.1002/qj.49711749903)
- Novak, L., and Tailleux, R., 2018: On the Local View of Atmospheric Available Potential Energy. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 75, 1891–1907. doi:[10.1175/JAS-D-17-0330.1](https://doi.org/10.1175/JAS-D-17-0330.1)
- Pan, Y., Li, L., Jiang, X., Li, G., Zhang, W., Wang, X., and Ingersoll, A.P., 2017: Earth’s changing global atmospheric energy cycle in response to climate change. *Nature Communications*, 8, 14367. doi:[10.1038/ncomms14367](https://doi.org/10.1038/ncomms14367)
- Purvis, B., Mao, Y., and Robinson, D., 2017: Thermodynamic Entropy as an Indicator for Urban Sustainability? *Procedia Engineering*, 198, 802–812. doi:[10.1016/j.proeng.2017.07.131](https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.07.131)
- Randall, D.A., n.d, 2005.: The General Circulation of the Atmosphere 522.
- Raymond, D.J., 2013: Sources and sinks of entropy in the atmosphere: Entropy in Atmosphere. *Journal of Advances in Modeling Earth Systems*, 5, 755–763. doi:[10.1002/jame.20050](https://doi.org/10.1002/jame.20050)
- Sátyro, Z.C., and Veiga, J., 2017: An Analysis of the Energetics of Tropical and Extra-Tropical Regions for Warm ENSO Composite Episodes. *Revista Brasileira de Meteorologia*, 32, 39–51. doi:[10.1590/0102-778632120150114](https://doi.org/10.1590/0102-778632120150114)
- Tailleux, R., 2013: Available Potential Energy and Exergy in Stratified Fluids. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 45, 35–58. doi:[10.1146/annurev-fluid-011212-140620](https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-011212-140620)
- Tailleux, R., 2018: Local available energetics of multicomponent compressible stratified fluids. *Journal of Fluid Mechanics*, 842, R1. doi:[10.1017/jfm.2018.196](https://doi.org/10.1017/jfm.2018.196)
- Trenberth, K.E., Fasullo, J.T., and Balmaseda, M.A., 2014: Earth’s Energy Imbalance. *Journal of Climate*, 27, 3129–3144. doi:[10.1175/JCLI-D-13-00294.1](https://doi.org/10.1175/JCLI-D-13-00294.1)
- Wilcox, L.J., Hoskins, B.J., and Shine, K.P., 2012: A global blended tropopause based on ERA data. Part I: Climatology. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 138, 561–575. doi:[10.1002/qj.951](https://doi.org/10.1002/qj.951)

[1 – ERA Interim]

<https://www.ecmwf.int/en/forecasts/datasets/archive-datasets/reanalysis-datasets/era>

[Interim](#)

[2 – CDO]

<https://code.mpimet.mpg.de/projects/cdo/wiki>

[3 – CDO User Guide]

<https://code.mpimet.mpg.de/projects/cdo/embedded/cdo.pdf>

[4 – Cygwin]

<https://cygwin.com/>

[5- ERA5]

<https://cds.climate.copernicus.eu/cdsapp#!/dataset/reanalysis-era5-pressure-levels?tab=overview>

[6- ERA5 javított hiba]

<https://confluence.ecmwf.int/pages/viewpage.action?pageId=127305868>

[7- ERA5 vs. Interim]

<https://confluence.ecmwf.int/pages/viewpage.action?pageId=74764925>