

Alkalmazott analízis gyakorlófeladatok 2.

Gépi számok

1. Hány db szám ábrázolható az $\mathcal{M}(3, 4, -1, 3)$ számábrázolási rendszerben? Adjuk meg ε_0 és $fl(0.115)$ értékét!
2. Hány db szám ábrázolható az $\mathcal{M}(2, 4, -3, 3)$ számábrázolási rendszerben? Adjuk meg ε_0 , $\mathcal{M}_\infty$, $1'$ és ε_1 értékét! Mivel egyenlő $fl(0.05)$?

Megoldások:

1.

$$\mathcal{M}(3, 4, -1, 3) = \left\{ \pm 3^k \left(\frac{x_1}{3} + \frac{x_2}{3^2} + \frac{x_3}{3^3} + \frac{x_4}{3^4} \right) \right\} \cup \{0\},$$

ahol $x_i \in \{0, 1, 2\}$, $x_1 \neq 0$, $k \in \{-1, 0, 1, 2, 3\}$. Így a mantissza $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 54$ -féle lehet. A k exponensnek 5 különböző értéke lehet, a $\pm$ miatt az ábrázolható számok száma megkétszereződik, és a végén még hozzáadunk egyet a 0 miatt. Így összesen $54 \cdot 5 \cdot 2 + 1 = 541$ szám ábrázolható. A legkisebb ábrázolható pozitív szám, azaz ε_0 kiszámítása:

$$\varepsilon_0 = +3^{-1} \left(\frac{1}{3} + 0 + 0 + 0 \right) = \frac{1}{9} = 0,1111\dots$$

$fl(0,115)$ az a szám, amellyel ezen számábrázolási rendszerben a 0,115-öt helyettesítjük. Mivel $0,115 > \varepsilon_0$, nézzük meg az $\varepsilon_0 = \frac{1}{9}$ rákövetkezőjét!

$$\varepsilon'_0 = +3^{-1} \left(\frac{1}{3} + 0 + 0 + \frac{1}{3^4} \right) = \frac{1}{9} + \frac{1}{243} = \frac{28}{243} = 0,1152$$

Tehát a 0,115 az ε_0 és ε'_0 közé esik és az utóbbihoz van közelebb, így $fl(0,115) = \frac{28}{243}$.

2.

$$\mathcal{M}(2, 4, -3, 3) = \left\{ \pm 2^k \left(\frac{x_1}{2} + \frac{x_2}{2^2} + \frac{x_3}{2^3} + \frac{x_4}{2^4} \right) \right\} \cup \{0\},$$

ahol $x_i \in \{0, 1\}$, $x_1 \neq 0$, $k \in \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$. Ebből az $\mathcal{M}$ halmaz $7 \cdot 2^3 \cdot 2 + 1 = 113$ elemű, $\varepsilon_0 = \frac{1}{16}$, $\mathcal{M}_\infty = \frac{15}{2}$, $1' = \frac{9}{8}$, $\varepsilon_1 = \frac{1}{8}$. $fl(0.05) = fl(\frac{1}{20}) = 0$, mert $\frac{1}{20} < \varepsilon_0 = \frac{1}{16}$.