

Alkalmazott analízis gyakorlófeladatok 5.
Interpoláció

1. Írjuk fel a $(0, 1)$, $(1, 0)$ és $(2, 1)$ pontokra illeszkedő interpolációs polinomot mindegyik tanult módszerrel (Lagrange-féle alak, Newton-féle alak, határozatlan együtthatók módszere).

Megoldások:

1. $p(x) = x^2 - 2x + 1$
a) Lagrange-alakkal:

$$l_0(x) = \frac{(x-1)(x-2)}{(0-1)(0-2)} = \frac{1}{2}(x^2 - 3x + 2);$$

$$l_1(x) = \frac{(x-0)(x-2)}{(1-0)(1-2)} = -x^2 + 2x;$$

$$l_2(x) = \frac{(x-0)(x-1)}{(2-0)(2-1)} = \frac{1}{2}(x^2 - x).$$

Ebből $p(x) = f_0 \cdot l_0(x) + f_1 \cdot l_1(x) + f_2 \cdot l_2(x) = 1 \cdot l_0(x) + 0 + 1 \cdot l_2(x) = x^2 - 2x + 1$.

b) Newton-féle alakkal:

$$\begin{array}{ccc} 0 & \underline{1} & \\ & \underline{-1} & \\ 1 & 0 & \underline{1} \\ & 1 & \\ 2 & 1 & \end{array}$$

$$p(x) = 1 + (-1) \cdot (x - 0) + 1 \cdot (x - 0) \cdot (x - 1) = x^2 - 2x + 1.$$

c) A határozatlan együtthatók módszerével: Keressük azon $a_2, a_1, a_0 \in \mathbb{R}$ együtthatókat, amelyekre

$$a_2 \cdot 0^2 + a_1 \cdot 0 + a_0 = 1, \quad a_2 \cdot 1^2 + a_1 \cdot 1 + a_0 = 0, \quad a_2 \cdot 2^2 + a_1 \cdot 2 + a_0 = 1$$

Megoldás: $a_0 = 1, a_1 = -2, a_2 = 1$.