

Matematika 2 vizsgakérdések 2018. június 6.

1. Igaz-e, hogy ha egy valós számsorozat korlátos, akkor konvergens is? Ha igaz, bizonyítsd be, ha hamis, adj ellenpéldát!
2. Definiáld a számsor fogalmát! Mit értünk azon, hogy
 - a) egy számsornak létezik összege,
 - b) egy számsor konvergens?
3. Lineáris-e az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x$ függvény? Válaszodat a lineáris függvény definíciója alapján indokold!
4. Adj példát $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ típusú lineáris leképezésre, és írd fel a mátrixát!
5. Kisrendű-e az $r(x) = x^2$ függvény
 - a.) az $x_0 = 1$ pontban,
 - b.) az $x_0 = 0$ pontban? Válaszaidat indokold!
6. Definiáld egy $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ függvény $x_0 \in \text{int}D(f)$ pontbeli deriváltját!
7. Ha az $f, g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ függvények differenciálhatók x_0 -ban, akkor mit mondhatunk az $f + g$ összegfüggvény deriváltjáról az x_0 -ban? Bizonyítsd be az állítást!
8. Mit értünk egy $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ függvény i -edik parciális deriváltján, és hogyan határozhatjuk meg?
9. Írd fel az $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = x^2 - y^2$ függvény második deriváltját a $(3, 2)$ pontban!
10. Mit értünk azon, hogy egy $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ függvénynek lokális minimuma van az $x_0 \in \text{int}D(f)$ pontban?
11. Egyszeresen összefüggő-e a következő $H \subset \mathbb{R}^2$ ponthalmaz:

$$H := \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : 1 < \|(x_1, x_2)\| < 4\}?$$

Válaszaidat indokold!

12. Írd le és bizonyítsd be a vonalintegrálra vonatkozó Newton–Leibniz-szabályt!