

**Differenciálegyenletek II. (állandó együtthatós másodrendű lineáris  
differenciálegyenlet, k.d.e.-rendszerek)**

1. Adjuk meg az alábbi állandó együtthatós másodrendű homogén lineáris differenciálegyenletek összes megoldását!
  - a.)  $y'' - 8y' + 16y = 0$
  - b.)  $y'' - y' - 6y = 0$
  - c.)  $4y'' + 4y' + 37y = 0$
2. Oldjuk meg az alábbi differenciálegyenlet-rendszereket, és határozzuk meg azt a megoldásukat is, amely eleget tesz a megadott kezdeti feltételeknek!
  - a.) 
$$\begin{cases} x' = 3x + 8y \\ y' = -x - 3y \end{cases}$$
 $x(0) = 6, y(0) = -2.$
  - b.) 
$$\begin{cases} tx' = -x + yt \\ t^2y' = -2x + yt \end{cases} \quad t \neq 0$$
 $x(1) = 0, y(1) = 2.$

*Megoldások:*

1. a.)  $y(x) = c_1 e^{4x} + c_1 x e^{4x}$   
b.)  $y(x) = c_1 e^{3x} + c_2 e^{-2x}$   
c.)  $y(x) = e^{-1/2x} (c_1 \cos(3x) + c_2 \sin(3x))$
2. a.)  $x(t) = -4c_1 e^t - 2c_2 e^{-t}, y(t) = c_1 e^t + c_2 e^{-t}$   
A kezdeti feltételeknek eleget tevő megoldást  $c_1 = -1, c_2 = -1$  megválasztással kapjuk.  
b.)  $x(t) = c_1 t + c_2, y(t) = 2c_1 + \frac{c_2}{t}$   
A kezdeti feltételeknek eleget tevő megoldást  $c_1 = 2, c_2 = -2$  megválasztással kapjuk.