

Mat3 zárthelyi
2013. december 5.

1. Legyen $f(x, y) = \cos(3x + y^3) \cdot \ln(x^2)$. Határozd meg a $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ másodrendű parciális deriváltat!
2. Határozd meg a láncszabály segítségével a $g \circ f$ függvény deriváltját az értelmezési tartományának egy tetszőleges $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ pontjában!

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y) = x + y^2; \quad g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2, g(t) = (\sin t, t^3).$$

3. Tekintsük az

$$f(x, y) = x - \sin(xy)$$

függvény által megadott domborzatot. Számítsd ki f iránymenti deriváltját az $a = (1, \frac{\pi}{2})$ pontban az $(1, \sqrt{3})$ vektor irányában! Merre gurulna az odahelyezett labda?

4. Közelítsd az $f(x, y) = x^4 y + 3$ függvény $(2, 01; 0, 05)$ pontbeli értékét a $(2, 0)$ -beli érintősíkja segítségével. Mekkora a közelítés hibája?
5. Van-e lokális minimuma az $f(x, y) = xy + \frac{50}{x} + \frac{20}{y}$ függvénynek? Ha igen, hol?
6. Számítsd ki az

$$r(t) = (e^t \cos t, e^t \sin t), \quad t \in [0, 2]$$

síkgörbe ívhosszát!