

1. gyakorló feladatsor

Geometriai vektorok

1. Végezzük el a kijelölt műveleteket!

a.) $\underline{i} + \underline{j} - (\underline{j} + \underline{i})$

b.) $6(\frac{1}{2}(2\underline{i} + 3\underline{j} - 6\underline{k})) - 3(3\underline{j} + 2\underline{i}) + 5\underline{k}$

2. Számítsuk ki az alábbi vektorok hosszát:

a.) $\underline{a} = 3\underline{i} - 4\underline{j}$ b.) $\underline{b} = \underline{i} + 3\underline{j} - 2\underline{k}$ c.) $\underline{c} = -\underline{j} - \underline{k}$

3. Tekintsük az $\underline{a} = \underline{i}$ és $\underline{b} = 2\underline{i}$ síkvektorokat. Hány különböző lineáris kombinációval kaphatjuk meg belőlük a nullvektort? Ha lehetséges, adjunk meg legalább három megoldást.

4. Előállítható-e a $\underline{k}$ egységvektor az $\underline{i}$ -ből és a $\underline{j}$ -ből lineáris kombinációval?

5. Mutassuk meg, hogy az

$$\alpha_1 \underline{i} + \alpha_2 \underline{j} = \beta_1 \underline{i} + \beta_2 \underline{j}$$

egyenlőség csak akkor állhat fenn, ha $\alpha_1 = \beta_1$ és $\alpha_2 = \beta_2$, vagyis ha az $\underline{i}$ és $\underline{j}$ vektor szorzója mindkét oldalon ugyanaz a szám.

6. Lineárisan összefüggőek-e a következő vektorrendszerek a térben?

a.) $\{\underline{i}, \underline{i} + \underline{j}, \underline{i} + \underline{j} + \underline{k}\}$

b.) $\{\underline{i} - \underline{j}, \underline{j} - \underline{k}, \underline{k} - \underline{i}\}$

c.) $\{\underline{i} + \underline{j} + \underline{k}, \underline{0}, \underline{j}\}$

d.) $\{\underline{i}, \underline{i} + \underline{j}, \underline{i} + \underline{k}, \underline{i} + \underline{j} + \underline{k}\}$

e.) $\{\underline{i} + \underline{j}, \underline{i} + \underline{k}, \underline{j} + \underline{k}\}$

7. Mutassuk meg, hogy az $\underline{i} + \underline{j} + \underline{k}$ vektort semmilyen lineáris kombinációval nem lehet előállítani a 6./b.) példában szereplő vektorrendszer elemeiből.

8. Bizonyítsuk be a következő állítást: Ha $\underline{a}$ és $\underline{b}$ sík- vagy térvektorok lineárisan függetlenek, azonban az $\underline{a}, \underline{b}$ és $\underline{c}$ vektorok már lineárisan összefüggő rendszert alkotnak, akkor $\underline{c}$ előáll $\underline{a}$ és $\underline{b}$ lineáris kombinációjaként.

9. Alkothat-e két síkbeli vektor geometriai vektorteret?

10. Van-e véges sok elemű geometriai vektortér?

11. Egy bázisnak lehet-e eleme a nullvektor?

12. Generálórendszer-e, valamint bázis-e $\mathcal{E}_2$ -ben

a.) az $\{\underline{i}, \underline{j}\}$ halmaz?

b.) az $\{\underline{i}, \underline{i} + \underline{j}, \underline{j}\}$ halmaz?

13. Döntsük el a 6. példában szereplő vektorrendszerekről, hogy generálórendszert ill. bázist alkotnak-e $\mathcal{E}_3$ -ban.
14. Mutassuk meg, hogy egy generálórendszerhez tetszőleges elemet hozzávéve is generálórendszert kapunk.
15. Legyenek A, B, C, D a síkon egy négyzet csúcsai. Írjuk fel az $\overrightarrow{AC}$ (azaz az A pontból a C pontba mutató) vektor koordinátáit az alábbi bázisokban:
 a.) $\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}\}$, b.) $\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BD}\}$ c.) $\{\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AB}\}$ d.) $\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\}$
16. Tekintsük a $2\underline{i} + 6\underline{j}$ vektort. Mik lesznek a koordinátái a $B = \{\underline{i} + \underline{j}, 2\underline{i}\}$ bázisban?
17. Tekintsük a $3\underline{i} + 5\underline{j} - \underline{k}$ vektort. Mik lesznek a koordinátái a $B = \{\underline{i} + \underline{j}, \underline{j} + \underline{k}, \underline{i} + \underline{k}\}$ bázisban?
18. Adjuk meg síkbeli vektorok
 - a.) összegének,
 - b.) skalárszorosának
 Descartes-koordinátáit!