

3. gyakorló feladatsor
Megoldások

1. a.) $H = \{(0, y), y \in \mathbb{R}\}$ altere $\mathbb{R}^2$ -nek, ugyanis tetszőleges $a, b \in \mathbb{R}$ esetén

$$(0, a) + (0, b) = (0, a + b) \in H,$$

és tetszőleges $\lambda, a \in \mathbb{R}$ esetén

$$\lambda \cdot (0, a) = (0, \lambda a) \in H.$$

- b.) $H = \{(x, x + 1), x \in \mathbb{R}\}$ nem altere $\mathbb{R}^2$ -nek, ugyanis pl. $(1, 2) + (2, 3) = (3, 5) \notin H$.

2. $H = \{(x, y, z) : x = 0 \text{ vagy } y = 0 \text{ vagy } z = 0\}$ nem altere $\mathbb{R}^3$ -nak, ugyanis pl. $(1, 0, 1) + (0, 1, 0) = (1, 1, 1) \notin H$.

3. A z_1 számnak a síkon a $(-1, -1)$ pont felel meg. Abszolút értéke $r_1 = \sqrt{2}$, irányszöge $\phi_1 = 225^\circ$. Ezzel $z_1 = \sqrt{2}(\cos 225^\circ + i \sin 225^\circ)$. Hasonlóan, $z_2 = 3(\cos 270^\circ + i \sin 270^\circ)$, $z_3 = \cos 180^\circ + i \sin 180^\circ$.

4. $z = \frac{1}{4} - i\frac{\sqrt{3}}{4}$

5. $2, -\sqrt{3}, -1, -\sqrt{3} + 1, 1 - \sqrt{3} + i(-1 - \sqrt{3})$

6. $-7 + 24i, \frac{1}{2} + i$

7. a.) $8(\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ) = -4 + 4\sqrt{3}i$,

b.) $4(\cos 150^\circ + i \sin 150^\circ) = -2\sqrt{3} + 2i$,

c.) $512(\cos 360^\circ + i \sin 360^\circ) = 512$,

d.) 4 db negyedik gyök van: $2(\cos(\frac{240^\circ + 2k\pi}{4}) + i \sin(\frac{240^\circ + 2k\pi}{4}))$, $k = 0, 1, 2, 3$, azaz $z_1 = 2(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ) = 1 + \sqrt{3}i$, $z_2 = 2(\cos 150^\circ + i \sin 150^\circ) = -\sqrt{3} + i$, $z_3 = 2(\cos 240^\circ + i \sin 240^\circ) = -1 - \sqrt{3}i$, $z_4 = 2(\cos 330^\circ + i \sin 330^\circ) = \sqrt{3} - i$.

8. $z_{1,2} = -2 \pm i$.