

5. gyakorló feladatsor

Megoldások

1. a.) $\begin{bmatrix} 14 \\ 32 \\ 50 \end{bmatrix}$ b.) $\begin{bmatrix} 31 & 38 & 45 \\ 70 & 86 & 102 \\ 109 & 134 & 159 \end{bmatrix}$ c.) $\nexists$ d.) $[2 \ 0 \ 5]$ e.) $\nexists$ f.) $\nexists$

2. Nem igaz, ugyanis pl. legyen

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ekkor $A \cdot B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \neq B \cdot A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$. A mátrixok szorzása tehát nem kommutatív művelet.

3. Pl. az

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

mátrixok kommutálnak. Minden mátrix kommutál pl. a vele azonos méretű identitás-mátrixszal és nullmátrixszal.

4. a.) Fejtsük ki a bal oldali kifejezést:

$$(A + B)^2 = (A + B) \cdot (A + B) = A \cdot A + B \cdot A + A \cdot B + B \cdot B$$

A jobb oldali első tag A^2 , az utolsó B^2 . A kérdés tehát már csak az: vajon bármely két négyzetes mátrixra igaz-e, hogy $2AB = AB + BA$, azaz $AB = BA$? Nem, mert láttuk, hogy a szorzás nem kommutatív a mátrixok körében. Természetesen kommutáló mátrixokra igaz az összefüggés.

b.) Szintén csak kommutáló mátrixokra igaz.

c.) Igaz, mert az identitásmátrix minden mátrixszal kommutál, és $I^2 = I$.

5. a.) 14 b.) 21 c.) 0 d.) 0

6.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 + 2i \\ 0 & 2i \end{bmatrix}$$