

4. Gyakorló feladatsor

Mátrixszorzás, inverz, transzponált

1. Mivel egyenlő az alábbi mátrixhatvány?

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^n, \quad n \in \mathbb{N} \text{ tetszőleges}$$

2. Melyik mátrix invertálható?

$$\text{a.) } A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{b.) } B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ -1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{c.) } C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 10 \end{bmatrix}$$

3. Adjuk meg az $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + 2x_2 + 3x_3, -3x_1 - 2x_2 - x_3)$, $\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ lineáris leképezés adjungáltját!

Megoldások:

1. Teljes indukcióval:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^n = \begin{bmatrix} 1 & 2n \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2. a.) nem, mert nem négyzetes
b.) igen, mert $\det B = 15 \neq 0$
c.) nem, mert $\det C = 0$.

3. f mátrixa

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -3 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

Transzponáljuk, és írjuk fel a megfelelő lineáris leképezést. Ez lesz f adjungáltja.

$$A^T = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$$

Ez a következő adjungált leképezésnek felel meg

$$f^* : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad f^*(x_1, x_2) = (x_1 - 3x_2, 2x_1 - 2x_2, 3x_1 - x_2)$$