

VEKTORSZÁMÍTÁS ZÁRTHELYI az 1. anyagrészből - A csoport
2009. október 20.

Elméleti rész

1. Mit nevezünk általános értelemben vektortérnek? Adj rá két példát! (1 pont)
2. Mutasd meg, hogy egy $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ függvény akkor és csak akkor lineáris, ha f a következő alakú:

$$f(x_1, x_2) = a_1x_1 + a_2x_2,$$

ahol $a_1, a_2 \in \mathbb{R}$ tetszőleges számok. (2 pont)

3. Mely állítások igazak az alábbiak közül? (1 pont; a helyes döntés 0,2, a hibás döntés -0,2 pontot ér.)
 - a.) A $(0, 1)$ intervallumon differenciálható valós függvények a függvények szokásos összeadásával és skalárral való szorzásával vektorteret alkotnak.
 - b.) Minden lineáris leképezés azonosítható mátrixszal.
 - c.) Az $f(x) = 6x + 3$ függvény nem lineáris.
 - d.) Nem létezik olyan invertálható függvény, amely $\mathbb{R}^2$ -ből $\mathbb{R}^3$ -ba képez.
 - e.) Egy nilpotens mátrix determinánsa csak 1 vagy -1 lehet.

Gyakorlati rész

1. Vektorteret alkotnak-e azok a számhármassok, amelyek első eleme 5? (1 pont)
2. Invertálható-e az alábbi $\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ lineáris függvény? (1 pont)

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2, x_2 - x_3, x_1 + x_2 + x_3)$$

3. Írd fel a síkvektorok y -tengelyre való tükrözésének a (B_1, B_2) bázispárhoz tartozó mátrixát, ha $B_1 = \{-\underline{i}, -\underline{j}\}$ és $B_2 = \{\underline{i}, \underline{i} + \underline{j}\}$. (2 pont)
4. Melyik jelző illik rá az

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

mátrixra az alábbiak közül: ortogonális, normális, nilpotens, pozitív definit? Válaszaidat indokold! (1 pont)