Ensemble előrejelzések II.

„No forecast is complete without the forecast of forecast skill”

Tennekes, Baede, Opsteegh, 1986

Előadó*: Jávorné Radnóczi Katalin (radnoczi.k@met.hu)*

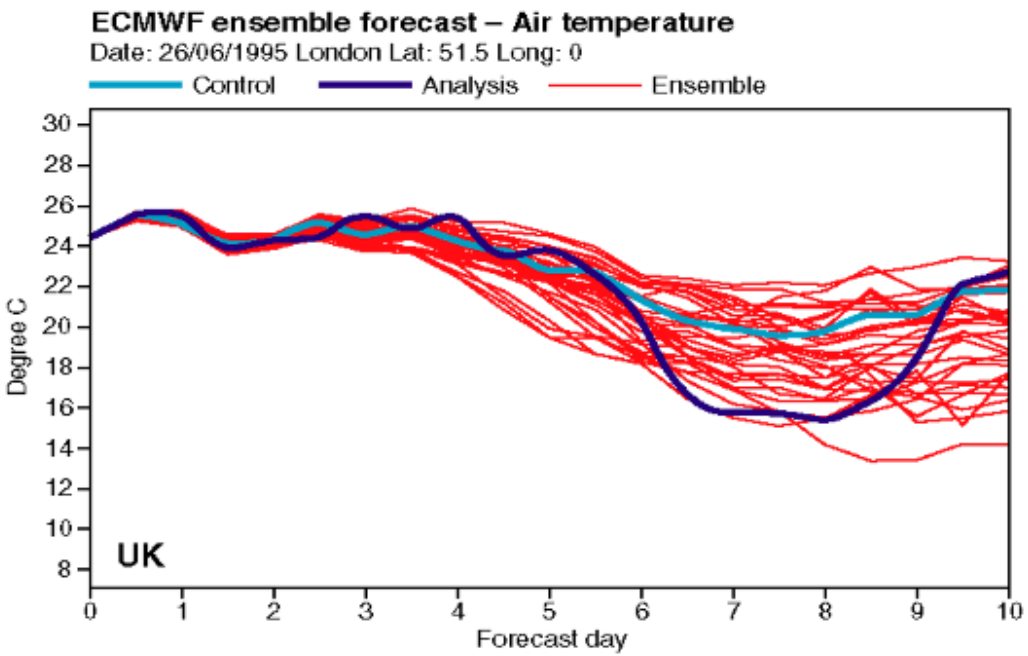
Korábbi előadók: Hágel Edit, Horányi András, Bölöni Gergely, Szűcs Mihály

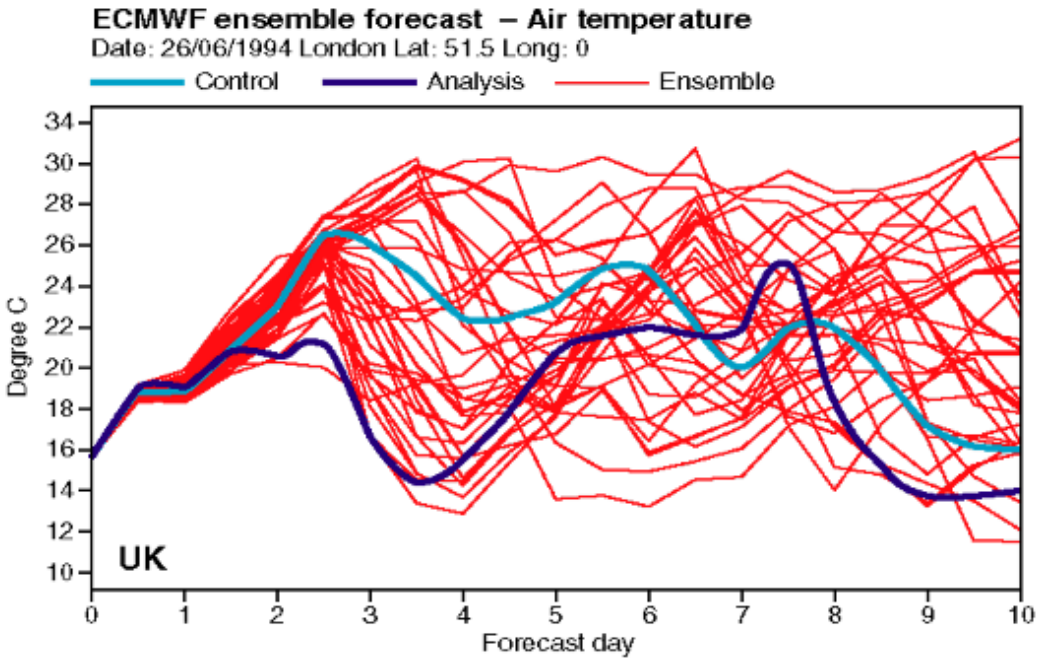
HungaroMet
Magyar Meteorológiai Szolgáltató Nonprofit Zrt.

Ismétlés

A légkör előrejelezhetősége

- Célunk a modell bizonytalanságok számszerűsítése
- A légkör a kaotikus rendszerek jellemzőit mutatja
- Az előrejelezhetőség (modell bizonytalanság) függ attól, hogy:
  - Hova, milyen paramétert akarunk előrejelezni? Milyen skálájú folyamatot akarunk leírni?
  - Milyen kezdeti analízis áll rendelkezésünkre? Milyen modellt használunk?
  - Milyenek a légköri feltételek? - Áramlásfüggő!



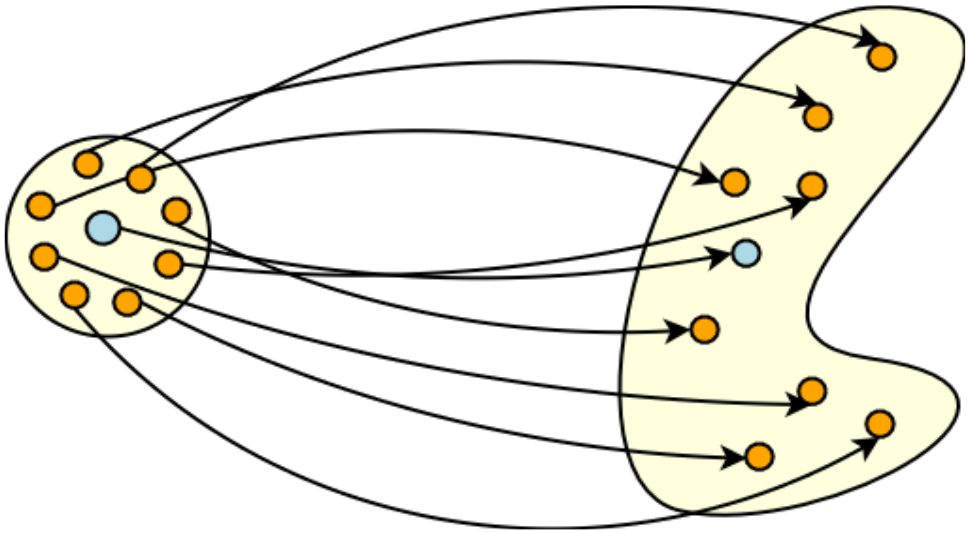


Ismétlés

EPS motiváció

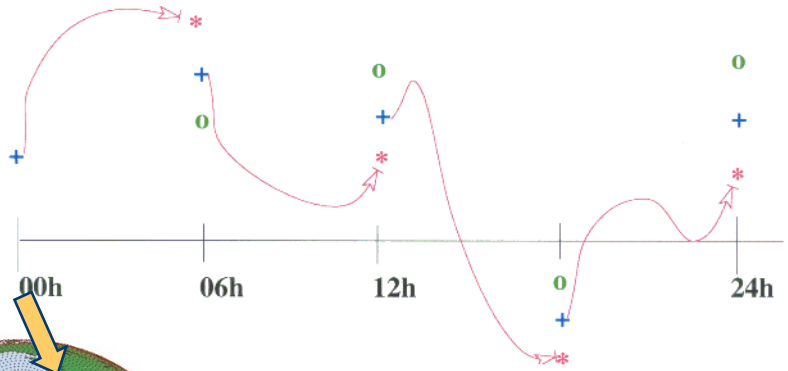
- Megoldás az előrejelzések során fellépő bizonytalanságok számszerűsítésére:
  - Nem egyetlen előrejelzést készítünk a „legjobbnak ítélt” kezdeti feltételből kiindulva, a „legjobbnak ítélt” módszerrel.
  - Előrejelzések együttesét készítjük, melyek a kezdeti feltételükben különböznek csekély mértékben (a bizonytalansági határon belül), vagy a modellintegrálás során használt módszerek eltérőek.

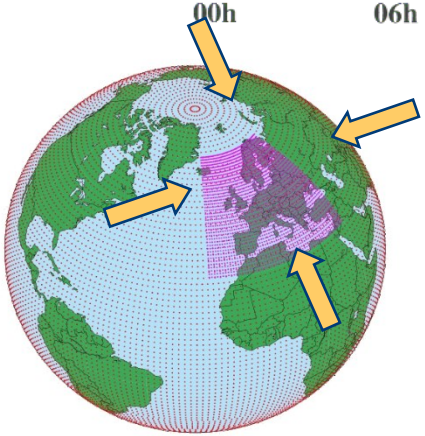
⇒ **valószínűségi megközelítés lehetségessé válik**
következtetni lehet az előrejelzés bizonytalanságára

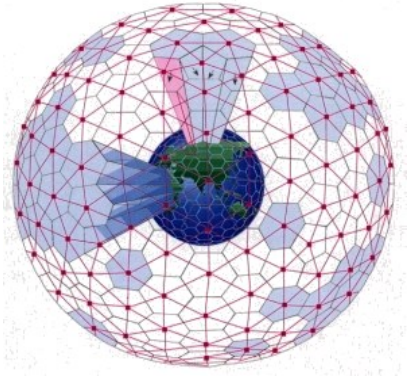


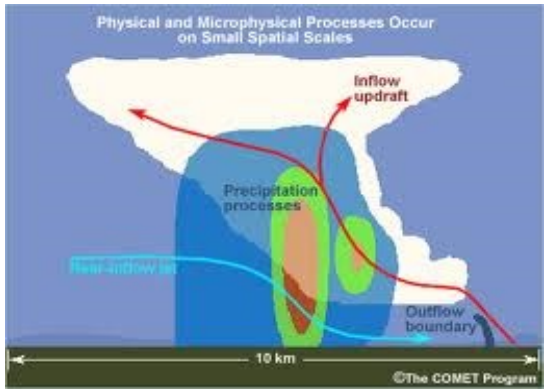
Ismétlés
Hibaforrások a numerikus előrejelzésekben

- A légköri előrejelzések hibáinak forrása a gyakorlatban:
  - **Kezdeti feltételek**
  - **Peremfeltételek** (korlátos tartományú modelleknél oldalsó peremfeltételek)
  - **Felszín** (alsó peremfeltétel, pl.: talajhőmérséklet, talajnedvesség, hóvastagság)
  - A **HTDER diszkretizálása** (séma, koordináta rendszer, térképvetület, felbontás, időlépcső stb. megválasztása)
  - **Fizikai parametrizáció** (a modell felbontásánál kisebb skálájú jelenségek leírása)









Ezek a kis „külső hibák” a légköri egyenletek nemlinearitása miatt megnőhetnek

Tartalom

- A kaotikus rendszerekről
  - Egydimenziós diszkrét példa
  - A Lorenz-modellek és a vízikerék
  - Kaotikus rendszerek tulajdonságai
- A légköri rendszer előrejelezhetősége
  - Mik a légköri rendszer előrejelzésében a bizonytalanság forrásai?
  - Mik az időjárás előrejelezhetőségének határai
- Együttes (ensemble) előrejelzések
  - Ensemble előrejelzés alapfogalmai
  - Milyen valószínűségi produktumok készíthetők?
  - Hogyan használhatók ezek az előrejelzések?
  - Hogyan lehet a légköri bizonytalanságokat számszerűsíteni? - Perturbációs módszerek
  - Mik a jó ensemble előrejelzés tulajdonságai? - Verifikáció
  - Konkrét példák ensemble előrejelző rendszerekre

Ensemble előrejelzések készítésének módszerei

A cél, hogy az előrejelzés készítése során fellépő **összes bizonytalanságot számszerűsítsük** (az összes külső hibaforrást reprezentáljuk):

- **Kezdeti feltétel** perturbációk származtatása:
  ”Kis eltérés a kezdeti feltételben nagy eltéréseket eredményezhet az előrejelzés során” elv alapján először a kezdeti feltételeket kezdték perturbálni.

- **Modell (futása során keletkező) hiba** reprezentációja:
  A modell felépítésével összhangban lévő módszereket kerestek a modell bizonytalanságainak számszerűsítése céljából.

- Egyéb, pragmatikus eszközök (multi-módszerek):
  Trükkös és hasznos, ám kevésbé tudományos módszerek.

Ensemble előrejelzések készítésének módszerei

A **perturbációs** módszerek során
az **adott modellre** vonatkozóan, ahhoz alkalmazkodva:

- A kontroll tag: a lehető legjobb előrejelzés. Ehhez képest:
- Megpróbáljuk megbecsülni egy adott elem (pl. a kezdeti feltétel mező) bizonytalanságát
- A perturbáció (általunk bevitt, kis mértékű zaj) amplitúdóját ehhez igazítjuk

A multi-módszerek esetében nem perturbációt alkalmaznak, hanem a rendelkezésünkre álló elemeket ügyesen kombinálják.

Ensemble előrejelzések készítésének módszerei

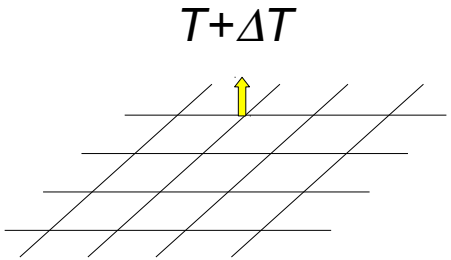
- **A kezdeti feltétel perturbációk származtatása**
  - Szinguláris vektorok módszere
  - Breeding (tenyésztéses) módszer
  - Ensemble adatasszimilációs módszer (EDA)
- **A modellhiba reprezentációja**
  - Multi-fizika módszer
  - Paraméter perturbációk
  - Sztochasztikus fizika módszerek: SPPT, SPP
- **Multi-módszerek**
  - Multi-modell
  - Multi-analízis
  - Multi-LBC

Szinguláris vektorok
Motiváció

- Milyen az optimális kezdeti feltétel perturbáció?

- A légkör kaotikus jellege miatt: “Kis eltérés a kezdeti feltételekben nagy eltérést eredményezhet az eredményben”

- A légköri állapothatározókat tartalmazó vektor meglehetősen nagy. Nincs kapacitásunk minden változót külön-külön perturbálni, és ilyen módon egy hatalmas tagszámú ensemble-t futtatni.



- Hogy tudjuk optimálisan meghatározni a kezdeti kis eltérést?

- Helyette meg kell találni azokat az irányokat a fázistérben, melyek a legnagyobb bizonytalanságot hordozzák. Olyan **optimális perturbációk**at keresünk, melyek időben a lehető **leggyorsabban nőnek** és minél **nagyobb mértékben reprezentálják az egész légköri rendszer bizonytalanságát.**

- **Az egyik első módszer perturbációk előállítására (ECMWF, 1992)**

Szinguláris vektorok
perturbációk fejlődése

- Tekintsük az *n*-dimenziós dinamikai rendszer nemlineáris fejlődését leíró közönséges differenciálegyenlet-rendszert:

$$\frac{dX}{dt} = F(X)$$

X: a légkör állapotát leíró vektor
F: *X* időbeli fejlődését leíró konkrét numerikus modell

- $x(t)$ az $X(t_0)=x(t_0)$ kezdeti feltételhez tartozó megoldás („trajektória”)
- Módosítsuk a kezdeti feltételeket egy infinitezimális $y(t_0)$ perturbáció hozzáadásával. Az ehhez tartozó megoldás: $x(t) + y(t)$
- Ha a perturbáció elegendően kicsi, akkor *F* közelíthető a Taylor polinomjával:

$$F(x(t)+y(t)) = F(x(t)) + \frac{dF}{dX} y(t) + \cancel{O(y(t)^2)}$$

Megj.: a lineáris közelítés ált. +12-48 óráig érvényes

Szinguláris vektorok
perturbációk fejlődése

- Az előző két egyenlet alapján a perturbációk fejlődésére az alábbi **tangens-lineáris egyenlet** adódik:

$$\frac{dy(t)}{dt} = \frac{dF}{dX} y(t)$$

- Megjelenik *F* Jacobi-mátrixa.
- A tangens-lineáris egyenlet általános megoldása a következő:

$$y(t_1) = M(t_0, t_1) y(t_0)$$

- $M(t_0,t_1)$ mátrixot rezolvens-, hiba- vagy **propagátor-mátrixnak** nevezzük, ez írja le a perturbációk fejlődését.
- M függ t_1 megválasztásától

Szinguláris vektorok
a leggyorsabban fejlődő perturbációk

- A tangens-lineáris egyenlet megoldása egyszerűbben:

$$y(t_1) = My(t_0)$$

- Keressük azokat a perturbációkat, amelyeket *M* a lehető legnagyobb mértékben megnövel a (t_0, t_1) időszakon
- A perturbációk méretének meghatározására valamilyen *N* **normát** használunk:

$$\frac{\|y(t_1)\|_{N_1}}{\|y(t_0)\|_{N_2}} = \frac{\|My(t_0)\|_{N_1}}{\|y(t_0)\|_{N_2}}$$

- Ennek a hányadosnak keressük a maximumát a továbbiakban, amely függ attól, milyen normát választunk.

Szinguláris vektorok
a norma megválasztása

- A normát skalárszorzattal definiáljuk:

$$\|y\|_N = \sqrt{\langle y, y \rangle_N}$$

- Az euklideszi norma ebben az esetben nem megfelelő, mert az *y* perturbációs vektor különböző fizikai változókat tartalmaz (hőmérséklet, nedvesség, nyomás), így pl. a hőmérséklet értéktartománya miatt dominánsabb lenne, mint pl. a specifikus nedvesség. A normának tehát fizikai jelentést adnak:

- Az **energia normák** használata terjedt el, pl.:
  - teljes energia norma: mozgási + helyzeti + belső energia
  - CAPE norma
  - célterületre vett norma (pl. trópusi övre)

Szinguláris vektorok
a leggyorsabban fejlődő perturbációk

- Térjünk vissza a perturbációk vizsgálata során már látott és maximalizálni kívánt hányadoshoz:

$$\frac{\|My(t_0)\|_{N_1}}{\|y(t_0)\|_{N_2}}$$

- Válasszuk ugyanazt a normát a kezdeti- és végidőpontban egyaránt (ez a gyakorlatban nem mindig teljesül)!

- Mostantól elegendő az *M* propagátor $\|y(t_0)\|=1$ egységvektoron felvett $\|My(t_0)\|$ értékeit vizsgálni, keresni ezek maximumát

Szinguláris vektorok
a leggyorsabban fejlődő perturbációk

- $||My(t_0)||$ kifejtése a norma és skaláris szorzat kapcsolata, illetve az adjungált definiciója alapján

$$||My(t_0)||=\sqrt{\langle My(t_0), My(t_0)\rangle}=\sqrt{\langle M^* My(t_0), y(t_0)\rangle}$$

- M^*M önadjungált, hiszen:

$$(M^* M)^* = M^* (M^*)^* = M^* M$$

- Ebből az következik, hogy M^*M-nek létezik $v_1,\ldots,v_n$, az adott skaláris szorzatra ortonormált sajátvektor-rendszere, amihez tartozó (valós) sajátértékek:

$$\lambda_1^2 \geq, \ldots, \geq \lambda_n^2$$

Szinguláris vektorok
a leggyorsabban fejlődő perturbációk

- A sajátvektorokra

$$\|Mv_i(t_0)\|^2 = \langle M^* M v_i(t_0), v_i(t_0)\rangle = \langle \lambda_i^2 v_i(t_0), v_i(t_0)\rangle =$$
$$= \lambda_i^2 \|v_i(t_0)\|^2 = \lambda_i^2$$

(megj.: a norma mindig pozitív szám $\Rightarrow$ λ_i^2 alakú felírás)

- Így M^*M sajátvektoraira a norma változása

$$\frac{\|Mv_i(t_0)\|}{\|v_i(t_0)\|} = \frac{\|v_i(t_1)\|}{\|v_i(t_0)\|} = \lambda_i$$

Szinguláris vektorok
jobb oldali szinguláris vektorok

- A kapott $\lambda_1 \geq,\ldots,\geq\lambda_n$ értékeket az M **szinguláris értékeinek** nevezzük, a hozzá tartozó $v_1,\ldots,v_n$ vektorokat pedig az M **jobb oldali** (előre irányuló) **szinguláris vektorainak**.

- MEGJEGYZÉSEK:

  Az adjungált függ a normától, azaz a szinguláris értékek és vektorok is normafüggőek

  Megmutatható, hogy $||My(t_0)||$-nak λ_1 a maximuma („vezető szinguláris érték”), amelyet a v_1 vektoron vesz fel, azaz v_1 *a* leggyorsabban fejlődő egységnyi perturbáció („vezető szinguláris vektor”)

Szinguláris vektorok
jobb oldali szinguláris vektorok

MEGJEGYZÉSEK:

A v_1-hez tartozó ortogonális kiegészítő altéren λ_2 lesz a maximum és a v_2 vektor adja meg a maximum helyét. Ha a v_1 és v_2 által generált altér ortogonális kiegészítő alterét tekintjük, akkor λ_3 lesz a maximum, és a v_3 vektor adja meg a maximum helyét. Tovább folytatva a sort, eljutunk egészen λ_n-ig, ami $||My(t_0)||$ minimumát adja meg a v_n vektoron.

A jobb oldali szinguláris vektorok olyan lényegesen különböző (ortogonális) egységnyi perturbációkat adnak meg, amelyek a lehető legnagyobb mértékben növekednek (<u>optimális perturbációk</u>). A növekedés értéktartományát a szinguláris értékek jelölik ki.

Szinguláris vektorok
bal oldali szinguláris vektorok

- Vegyük a következő összefüggést:

$$MM^*(Mv_i) = M(M^* Mv_i) = M\lambda_i^2 v_i = \lambda_i^2 Mv_i$$

- Az Mv_i vektorok az MM^* mátrix λ_i^2 sajátértékeihez tartozó sajátvektorai, azaz a MM^* és az M^*M mátrixok sajátértékei megegyeznek

- Vezessük be az MM^* mátrix normált *(Mv_i) sajátvektorait:*

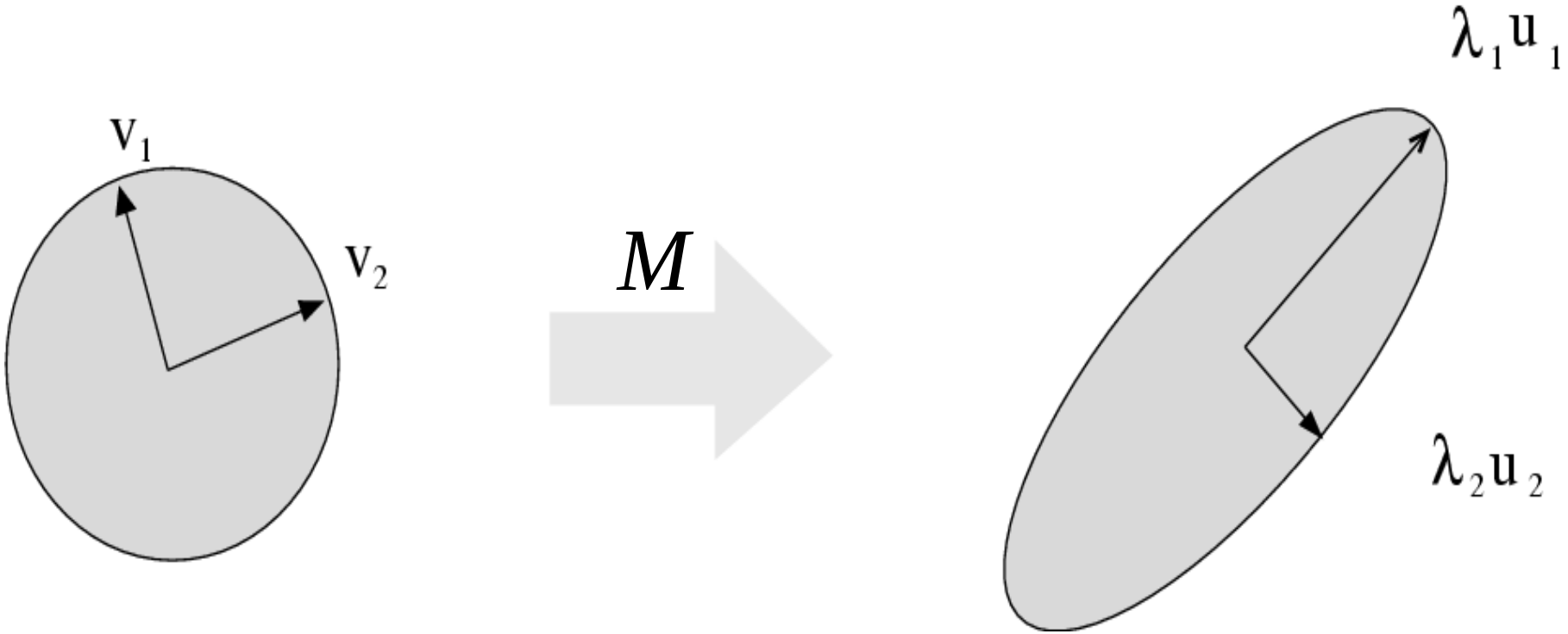
$$u_i = \frac{Mv_i}{\|Mv_i\|}$$

Szinguláris vektorok
bal oldali szinguláris vektorok

- Mivel $\|Mv_i\|^2 = \langle Mv_i, Mv_i \rangle = \langle v_i, M^* Mv_i \rangle = \langle v_i, \lambda_i^2 v_i \rangle = \lambda_i^2$
- Az előző kettőből adódik: $\boxed{Mv_i = u_i \|Mv_i\| = \lambda_i u_i}$
- Az *M* propagátor a jobb oldali szinguláris vektorokat az $u_1, \ldots u_n$ vektorok irányába képezi le
- $u_1, \ldots, u_n$ vektorokat a *M* **bal oldali** (visszafelé irányuló) **szinguláris vektorainak** nevezzük
- Azokat a lényegesen különböző perturbációkat jellemzik a vizsgált időtartam végén, amelyek a lehető legnagyobb mértékben növekedtek

Szinguláris vektorok

Szemléltetés 2 dimenzió esetén:

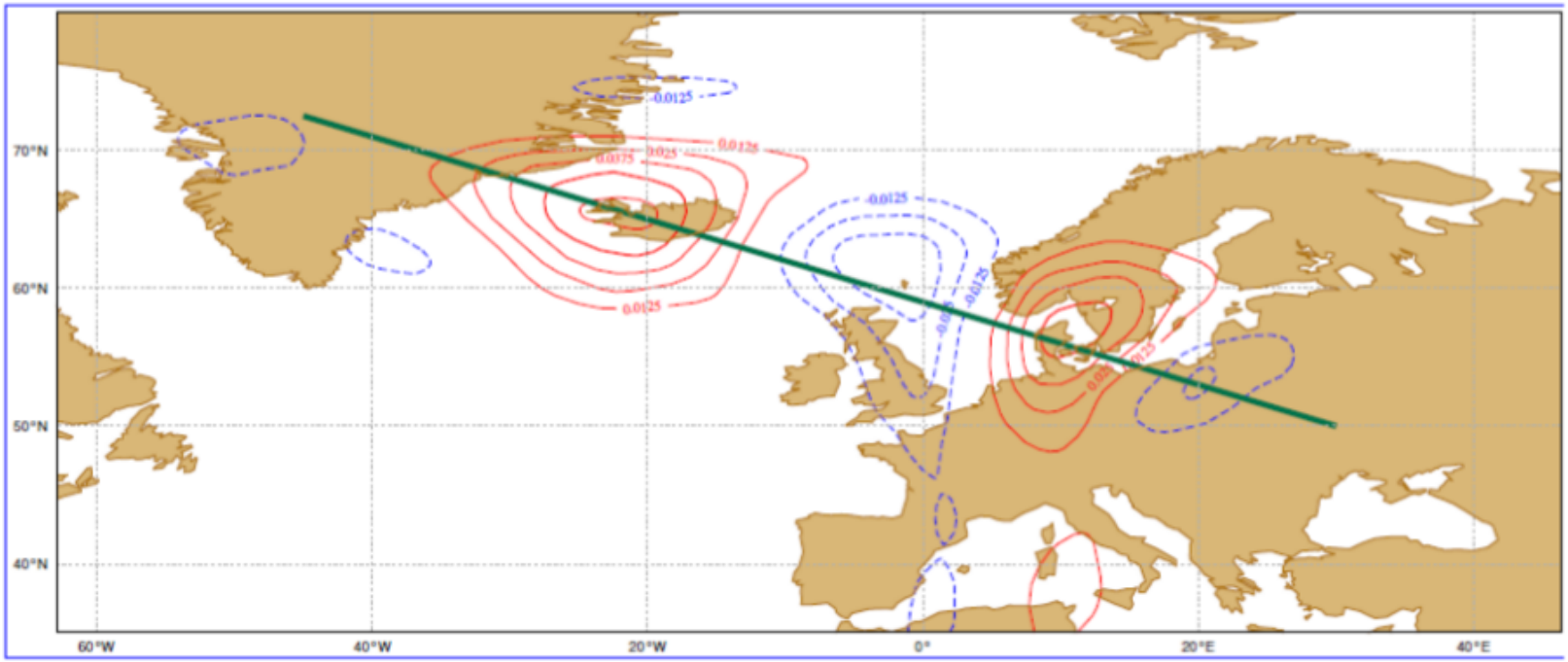


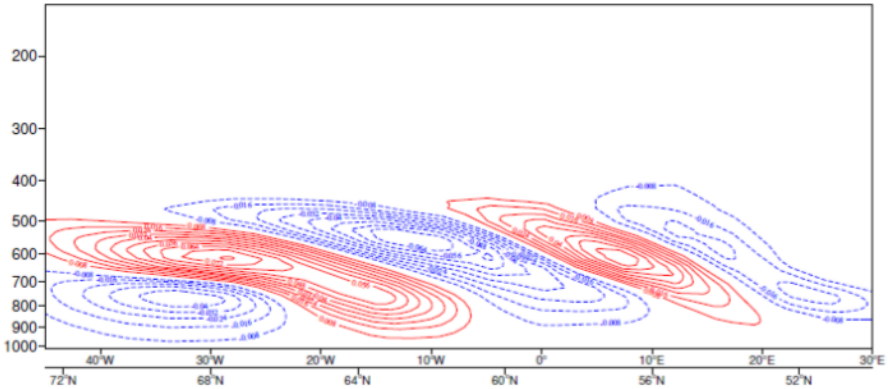
Szinguláris vektorok

- A leggyorsabban növekvő (optimális) perturbációk megtalálásához tehát egy **sajátérték feladatot** kell megoldani
- Ez nem triviális, mivel sokdimenziós problémáról van szó. A feladat megoldásához többnyire a Lánczos-algoritmust használják
- A szinguláris vektorok megtalálása nagyon költséges
- A szinguláris vektorok függnek:
  - A norma megválasztásától
  - Az optimalizálási időtől (pl.: 12, 24, 48 óra)
  - Az optimalizálási tartománytól (lehet globális SV, vagy lehet céltartományt definiálni)

Szinguláris vektorok

- A szinguláris vektorok általában a baroklin instabilitás területeit mutatják (időjárási frontokhoz köthető)



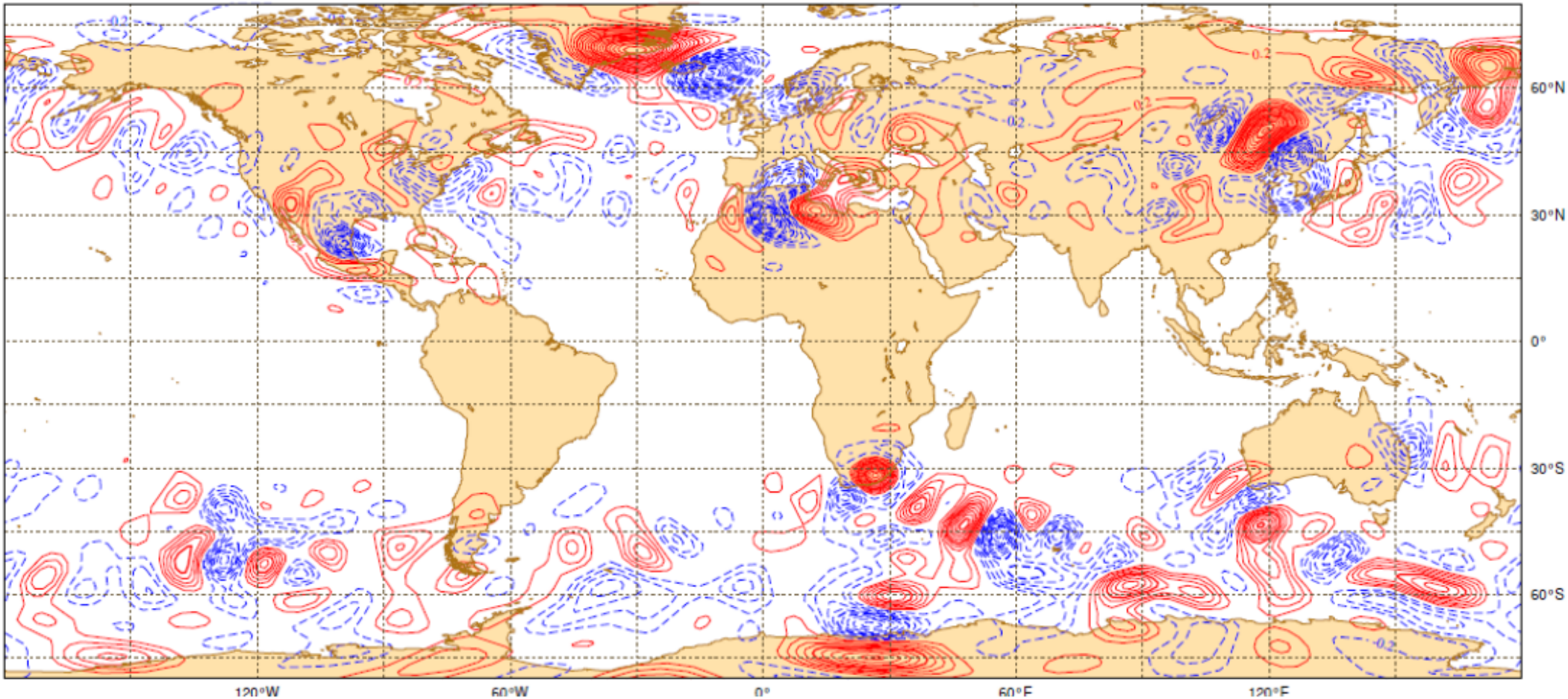


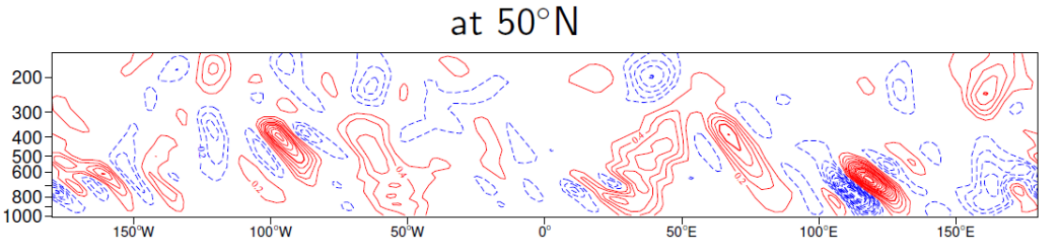
ECMWF ENS, 5. szinguláris vektor, 2006. 03. 21. 0UTC
fent: 700HPa hőmérséklet
Lent: hőmérséklet vertikális metszet a zöld vonal mentén

Forrás: Simon Lang előadása, ECMWF predictability training

Szinguláris vektorok

- A gyakorlatban a szinguláris vektorok lineáris kombinációja adja a **kezdeti feltétel perturbációját** (analízis ±perturbáció)





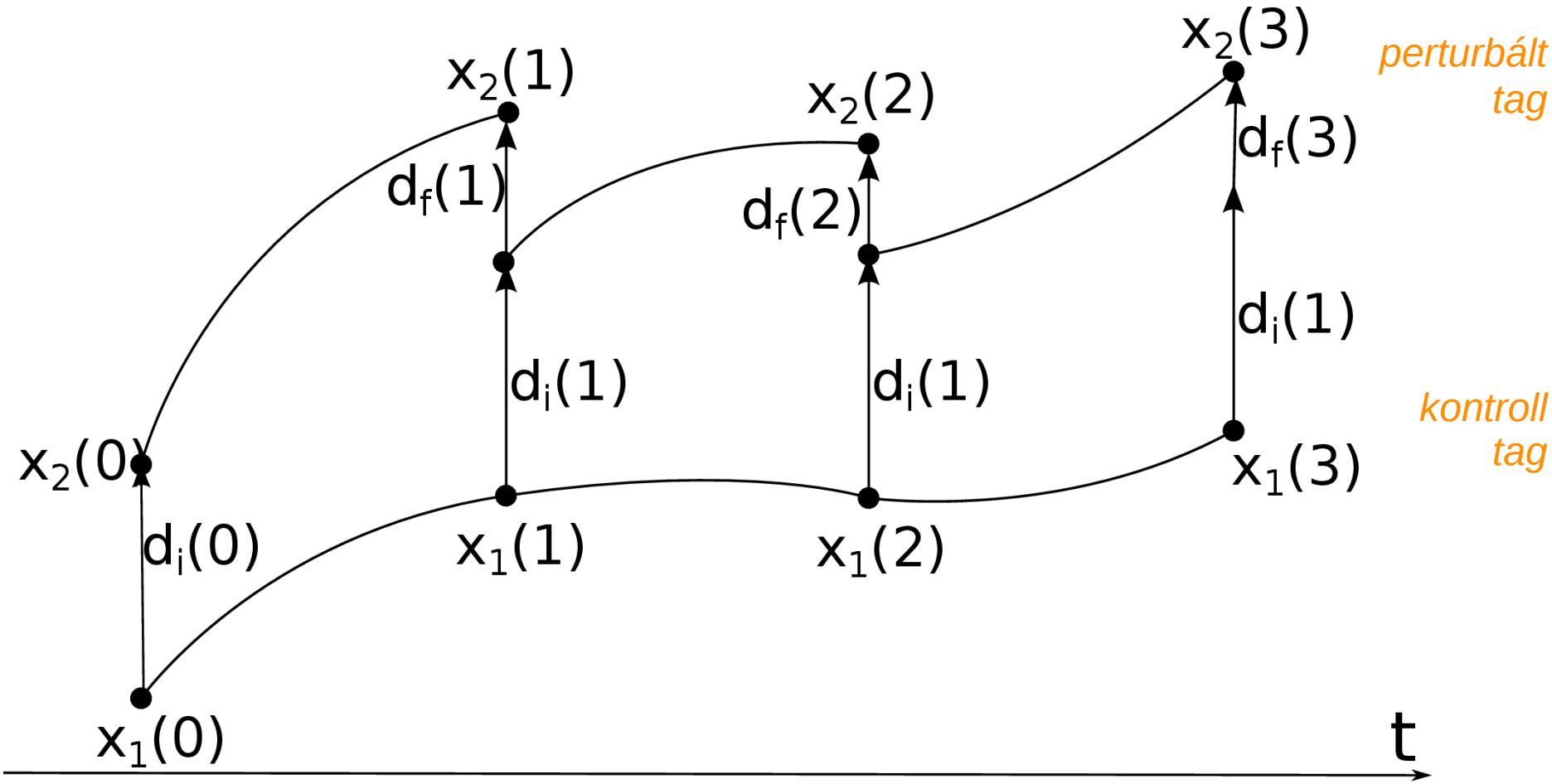
ECMWF ENS, SV perturb. az 1. EPS tagban, 2006. 03. 21. 0UTC
fent: 700HPa hőmérséklet
Lent: hőmérséklet vertikális metszet
Forrás: Simon Lang előadása, ECMWF predictability training

Breeding módszer

- A szinguláris vektoroknál egyszerűbb, gyakorlatiasabb és kevésbé költséges módszer.
- Szintén az egyik első ensemble módszer (NCEP, 1992)
- Breeding (tenyésztés) módszer:
  - kezdetben véletlenszerű perturbációt adunk az analízishez
  - adott hosszúságú előrejelzés (breeding ciklus)
  - perturbáció visszaskálázása (analízis becsült hibájánál kisebbre)
  - aktuális analízis módosítása ezzel a perturbációval
  - $\Rightarrow$ 4-5 nap múlva kiválasztódnak a fázistér leginkább instabilis irányai
- Véletlenszerű perturbációkból kiindulva a rendszer „kitenyészti” az optimális (leggyorsabban növekvő) perturbációkat
- Egymástól független kezdeti perturbációk kvázi-ortogonális perturbációkat eredményeznek (baroklin instabilitás területei)

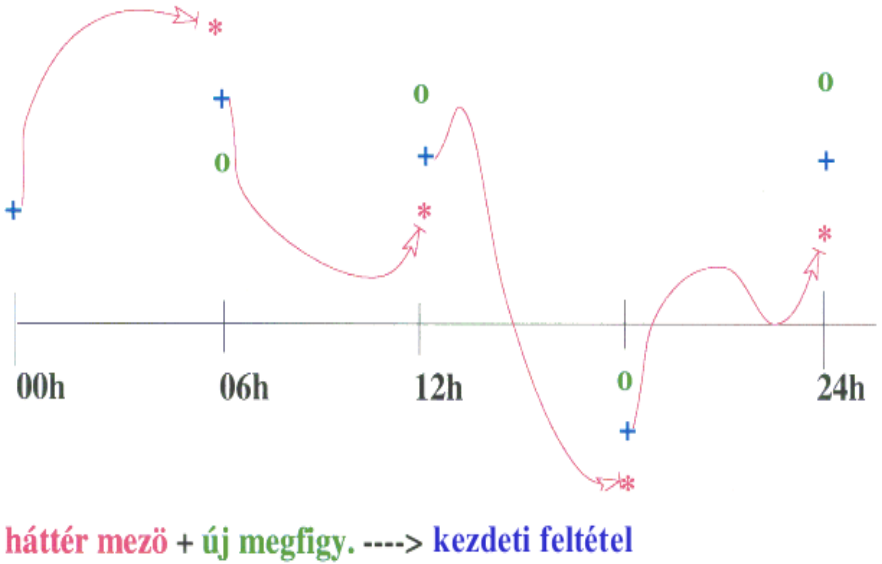
Breeding módszer

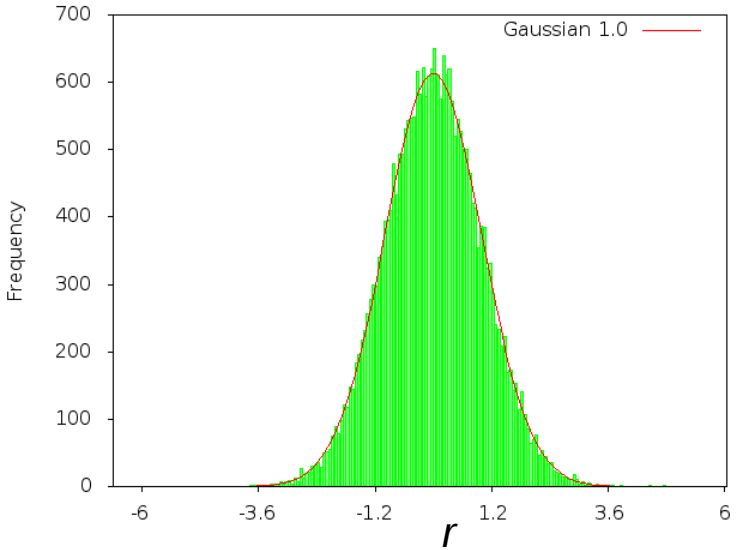
Egyszerűsített, 1 dimenziós kép abban az esetben, ha csak egyetlen perturbációt “tenyésztünk”



Ensemble adatasszimiláció

- EDA = Ensemble Data Assimilation
- Több adatasszimilációs ciklust futtatunk párhuzamosan
- Az adatasszimiláció során a ***megfigyeléseket perturbáljuk*** valamilyen *r* Gauss-eloszlású véletlen számmal, ***a megfigyelési hibával arányosan***
- Minden EPS-tagban más-más mérés-halmazt asszimilálunk
- Néhány nap múlva a háttér mezők is eltávolodnak egymástól
  → EDA tagok szórása az analízis hibáját reprezentálja





$y_{perturbált} = y_{perturbálatlan} + r\varepsilon_o$

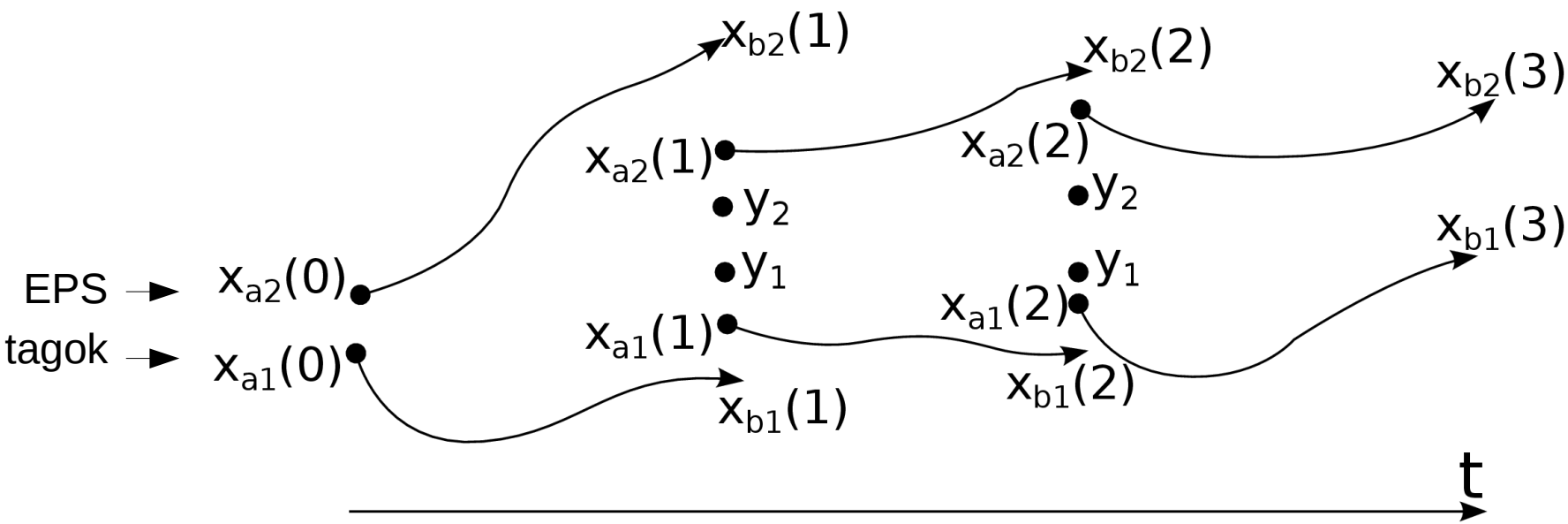
(y: megfigyelt érték, ε_o: **megf. hiba**)

Ensemble adatasszimiláció

Egyszerűsített, 1 dimenziós kép abban az esetben, ha csak két tagja van az asszimilációs sokaságnak. (pl. OI analízis)

$$x_{b1} = Mx_{a1} \quad x_{b2} = Mx_{a2} \;\Rightarrow\; x_{a1} = x_{b1} + K\left(y_1 - H\left(x_{b1}\right)\right) \quad x_{a2} = x_{b2} + K\left(y_2 - H\left(x_{b2}\right)\right) \;\Rightarrow\; \varepsilon_a \approx x_{a1} - x_{a2}$$

$$K = BH^T\left(HBH^T + R\right)^{-1}$$

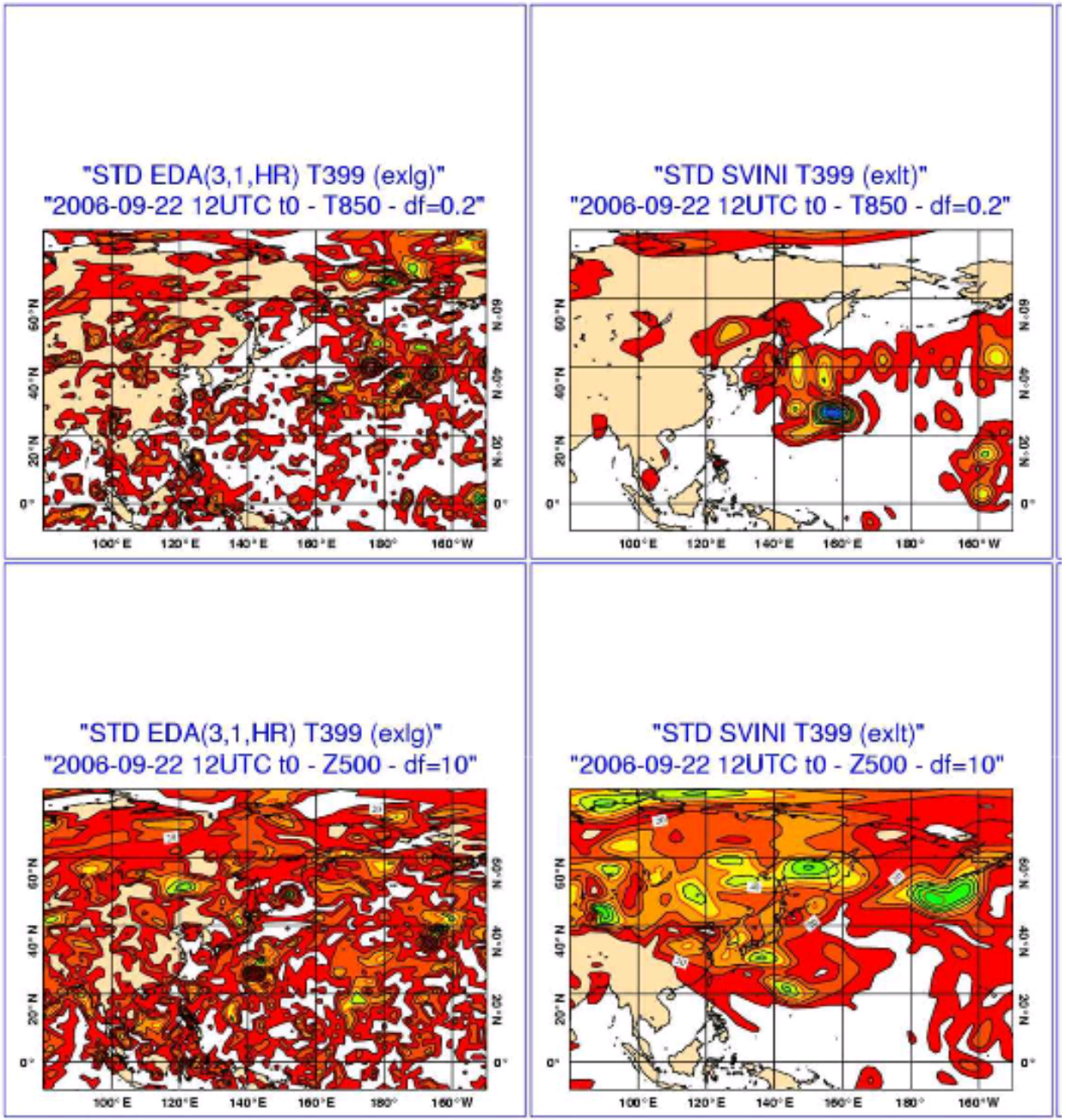


1. ill. 2. EPS tag asszimilációs ciklusa. x_a az analízis, x_b a háttér, y a megfigyelések. B a háttérhiba kovariancia mátrix, R a megf. hiba kov. mátrix, H a megf. operátor. A háttér állapotok biz. idő után eltávolodnak egymástól, így hozzájárulnak az ε_a anal. hiba repr.-hoz.

Ensemble adatasszimiláció

Bal oldalon látható az **EDA**-ból, jobb oldalon a **szinguláris vektorok**ból származtatott perturbációk térbeli struktúrája.

Az EDA perturbációk kevésbé fejlődnek optimálisan, ám már az időszak legelején is reprezentálják az analízis bizonytalanságát és kellő szórást biztosítanak a rendszer számára.



Összefoglalás - Kezdeti feltétel perturbációk

<u>A három vizsgált módszer filozófiája kicsit különbözik:</u>

- Szinguláris vektorok
  - Cél, hogy meghatározzuk a fázistér azon irányait, melyek a legtöbb bizonytalanságot hordozzák az előrejelzés elején.
  - Egy meghatározott időtávon (melyen még érvényesnek véljük a lineáris közelítést), egy meghatározott norma szerint leggyorsabban növekvő perturbációk előállítása.
- Breeding módszer
  - Cél, hogy egy ciklus során véletlen perturbációkból olyanokat tenyésszen ki a rendszer, mely az előző időszak bizonytalanságait reprezentálja.
- Ensemble adatasszimiláció
  - Mérési hiba-határon belüli perturbációkat ültetünk a mérésekre.
  - Cél, hogy párhuzamosan futtatott adatasszimilációs ciklusokon keresztül határozzuk meg a kezdeti feltétel bizonytalanságait.
    (A breeding módszernél a folyamatos visszaskálázás akadályozza meg, hogy a perturbációk túl nagyok legyenek. Itt az analízis „húzza vissza” folyamatosan a légkört a valósághoz.)

Ensemble előrejelzések készítésének módszerei

- **A kezdeti feltétel perturbációk származtatása**
  - Szinguláris vektorok módszere
  - Breeding (tenyésztéses) módszer
  - Ensemble adatasszimilációs módszer (EDA)
- **A modellhiba reprezentációja**
  - Multi-fizika módszer
  - Paraméter perturbációk
  - Sztochasztikus fizika módszerek: SPPT, SPP
- **Multi-módszerek**
  - Multi-modell
  - Multi-analízis
  - Multi-LBC

Modellhiba reprezentációja

Tapasztalat: Nem elég a kezdeti feltétel hibáját figyelembe venni, szükség van a modellintegrálás során fellépő bizonytalanságok figyelembe vételére is!

- Ezek a számítások két részre oszthatók:

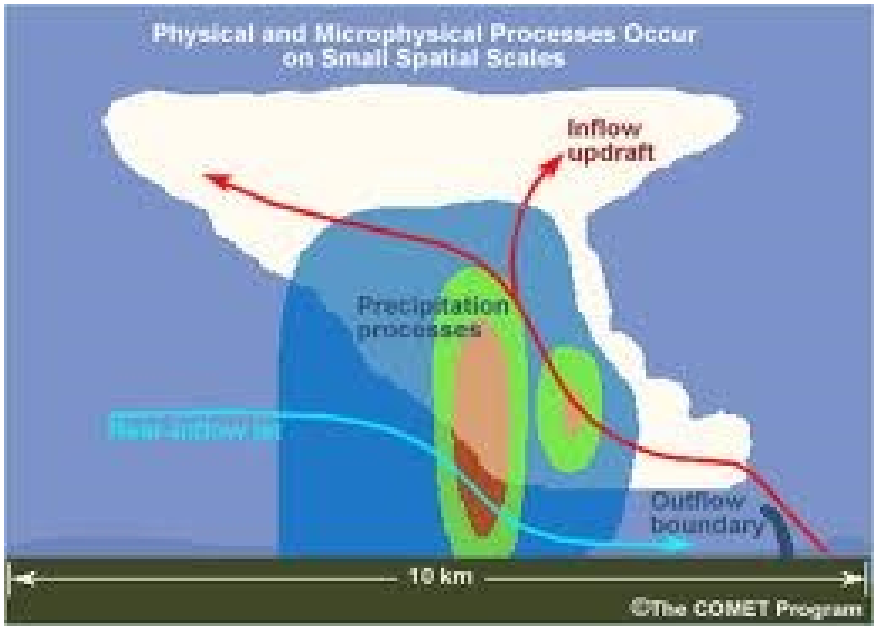
  - **„Dinamika”** - a HTDER diszkretizálása és megoldása: modellrácson leírható folyamatok modellezése
  - **„Fizika”** (fizikai parametrizáció) - a rácstávolságnál kisebb skálájú folyamatok átlagos hatásának figyelembevétele

  Mindkét rész hordoz bizonytalanságokat, mert közelítéseket alkalmaz

  A **„fizika”** részt tekintik a kettő közül bizonytalanabbnak, ezért ezt szokták perturbálni

Multi-fizika ensemble

- A rácstávolságnál kisebb skálájú, illetve túlságosan bonyolult folyamatok leírásárását **fizikai parametrizáció**val végezzük
- Nem mindig egyértelmű, hogy melyik fizikai parametrizáció a legjobb (függhet időjárási helyzettől, felbontástól)
- A különböző ensemble tagok esetén különböző parametrizációkat lehet használni a bizonytalanság számszerűsítése érdekében
- Ez egy meglehetősen gyakorlatias módszer



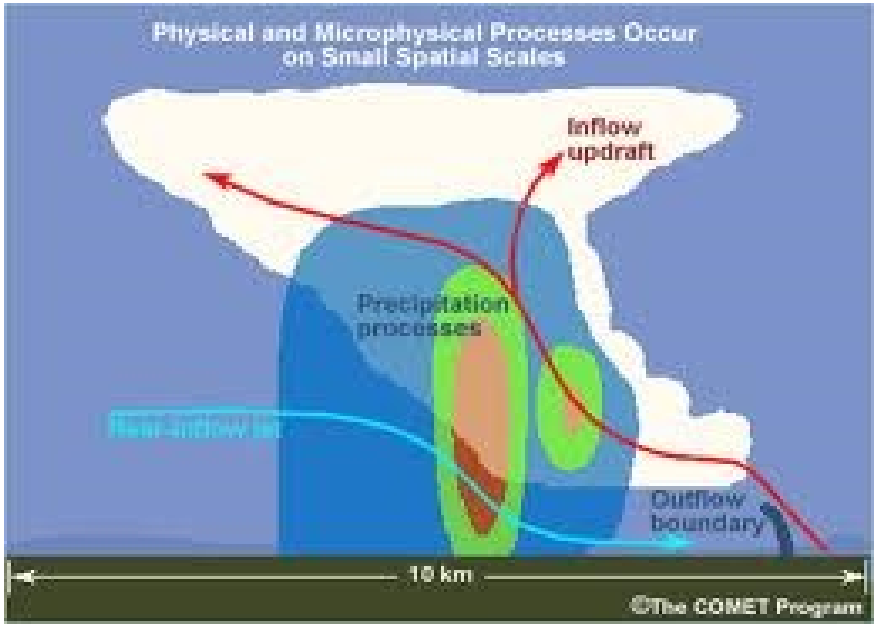
Paraméter perturbációk

- Bizonyos, a modellben használt paraméterek értékeit perturbálják egy-egy véletlen számmal (észszerű határértékeken belül)

- Olyan paramétereket választanak, amelyeknek bizonytalan az értéke (pl. függhet az időjárási helyzettől) és amelyek megváltoztatására a modell érzékeny

- Minden EPS tagban különböző a paraméter-készlet, de egy-egy EPS tagban egy adott modellintegrálás során ezek az értékek állandóak

pl. ún. autokonverziós küszöb (mikrofizika): ez feletti keverési aránynál megengedett a felhőcseppek esőcseppekké alakulása



SPPT- sztochasztikusan perturbált parametrizált tendenciák

- **Stochastically Perturbed Parameterized Tendencies,** (1999 - ECMWF)

- *Az ensemble rendszer koncepciója, ha csak kezdeti feltétel perturbáció van:*
  - A ***j***-edik tag állapota (e_j) t_1 időpontban a következő modellegyenlet integrálásával adható meg:

$$\frac{\partial e_j(t)}{\partial t} = A(e_j, t) + \boxed{P(e_j, t)}$$

modell tendencia két részre bontása

$$e_j(t_1) = \int_0^{t_1} \left(A(e_j, t) + P(e_j, t) \right) dt$$

$$e_j(t=0) = e_0(t=0) + \delta e_j(t=0)$$

A – a nem-parametrizált folyamatok (dinamika)
P – a parametrizált folyamatok (fizika)
δe – kezdeti feltétel perturbációk (a korábban bemutatott módszerekből származhat)

SPPT

Ötlet: 1. az egyes parametrizált folyamatok nem függetlenek egymástól
2. a parametrizációk számítása a modellben elkülönül
⇒ Változtassuk meg a teljes ***P*** tendenciát!

- *<u>A rendszer koncepciója perturbált modell-egyenletek esetén:</u>*

$$e_j(t_1) = \int_0^{t_1} \left(A(e_j, t) + P'_j(e_j, t) \right) dt$$

- ***P'*** – a parametrizált folyamatok **perturbált tendenciája**

$$\boxed{P'_j(e_j, t) = \left(1 + \langle r_j(\lambda, \varphi, t) \rangle\right) P(e_j, t)}$$

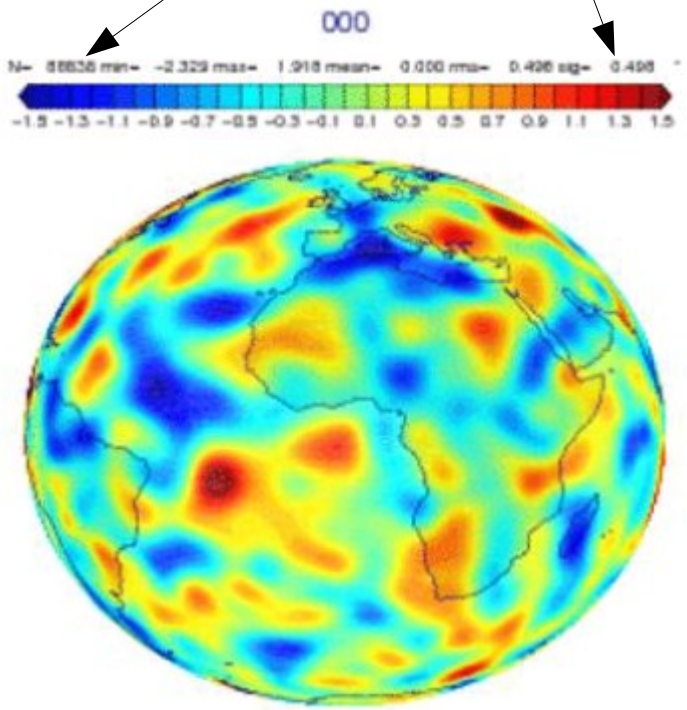
perturbálatlan tendencia

2D perturbált mező, amely a parametrizált folyamatok tér-és időbeli skáláját tükrözi

λ, φ: földrajzi koordináták

SPPT

parametrizált folyamatok hatásának gyengítése vagy erősítése



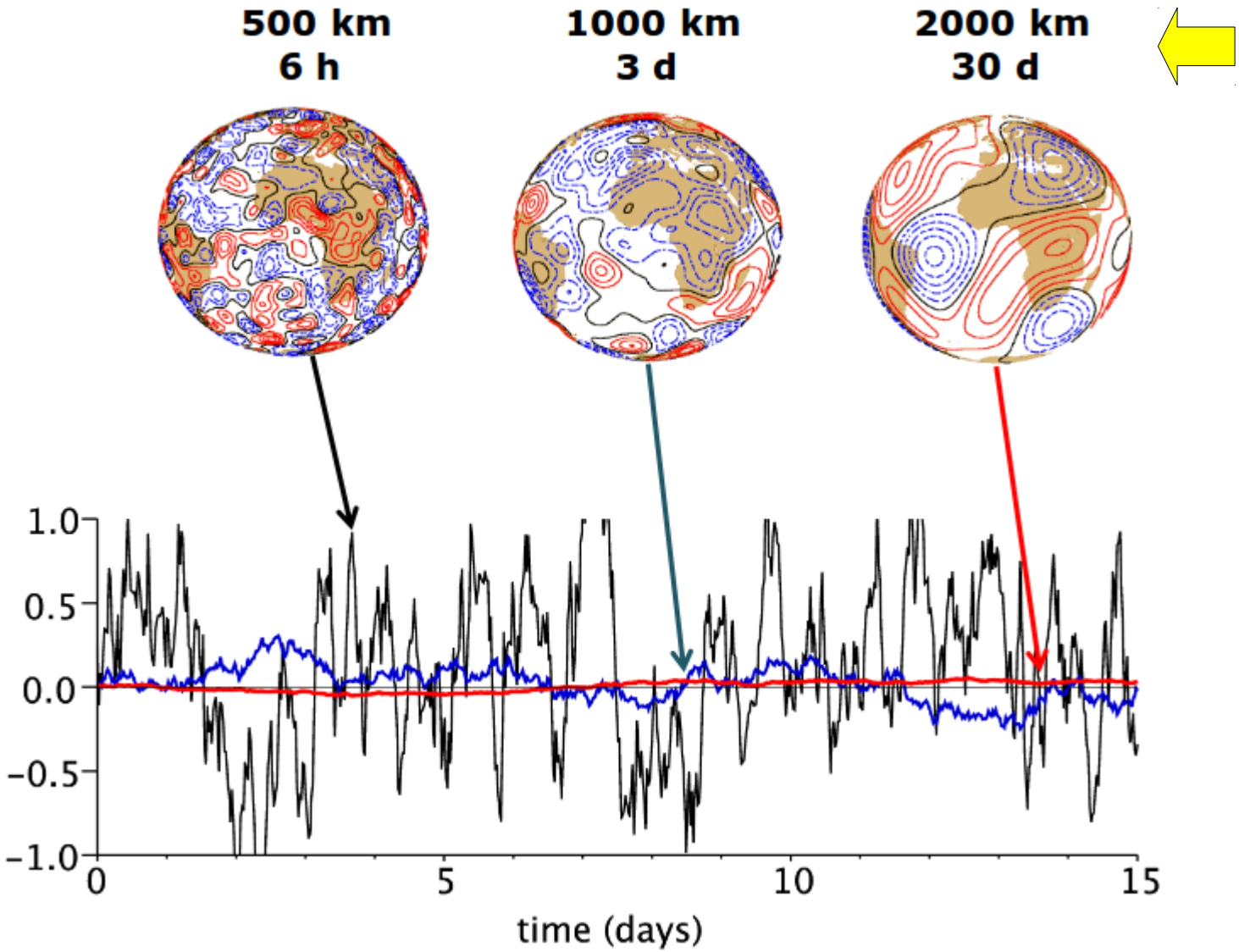
2D perturbált mező, amely a parametrizált folyamatok tér-és időbeli skáláját tükrözi

- a kezdeti időlépcsőben random spektrális összetevőkből indul ki
- a minta térben és időben folytonosan változik (minden EPS tagra különböző)
- általában az alsó és felső perem közelében csillapítják a perturbációkat
- térben korrelálatlan (véletlen) minta esetén nem tudnának a megfelelő folyamatok kifejlődni, de ha térben konstans mezőt használnánk, az elhangolná az optimális modellbeállítást

r_j 2 dimenziós perturbált mező

SPPT

r előállítható többféle mintázat kombinációjaként is (különböző skálájú folyamatok leírásának hibáját próbálják így reprezentálni), pl. (ECMWF):



Térbeli és időbeli korrelációs beállítások

SPP – Stochastically perturbed parameters

- Tekinthető a PP és SPPT „ötvözésének”
- Bizonyos paraméterek értékét *egymástól függetlenül* perturbálják
- *lokálisan* (SPPT-hez hasonló térben és időben változó perturbált mező hozzáadásával)
- Előnye az SPPT-hez képest: *folyamat-szintű perturbációt* tesz lehetővé (pl. sugárzás, és mikrofizika perturbációja egymástól függetlenül)
- Legújabb séma (2017, ECMWF)

Turbulent diffusion & subgrid orography
Transfer coefficient for momentum (ocean/land)
Coefficient in turbulent orographic form drag scheme
Standard deviation of subgrid orography
Length-scale for vertical mixing in stable boundary layer
Convection
Entrainment rate
Shallow entrainment rate
Detrainment rate for penetrative convection
Conversion coefficient cloud to rain
Zonal convective momentum transport
Meridional convective momentum transport
Adjustment time-scale in CAPE closure
Cloud & large-scale precipitation
Relative humidity threshold for onset of stratiform condensation
Diffusion coefficient for evaporation by turbulent mixing
Critical cloud water content for autoconversion
Threshold for snow autoconversion
Radiation
Cloud vertical decorrelation height in McICA
Fractional stdev. of horizontal distribution of water content
Effective radius of cloud water and ice
Scale height of aerosol normalized vertical distribution
Optical thickness of aerosol

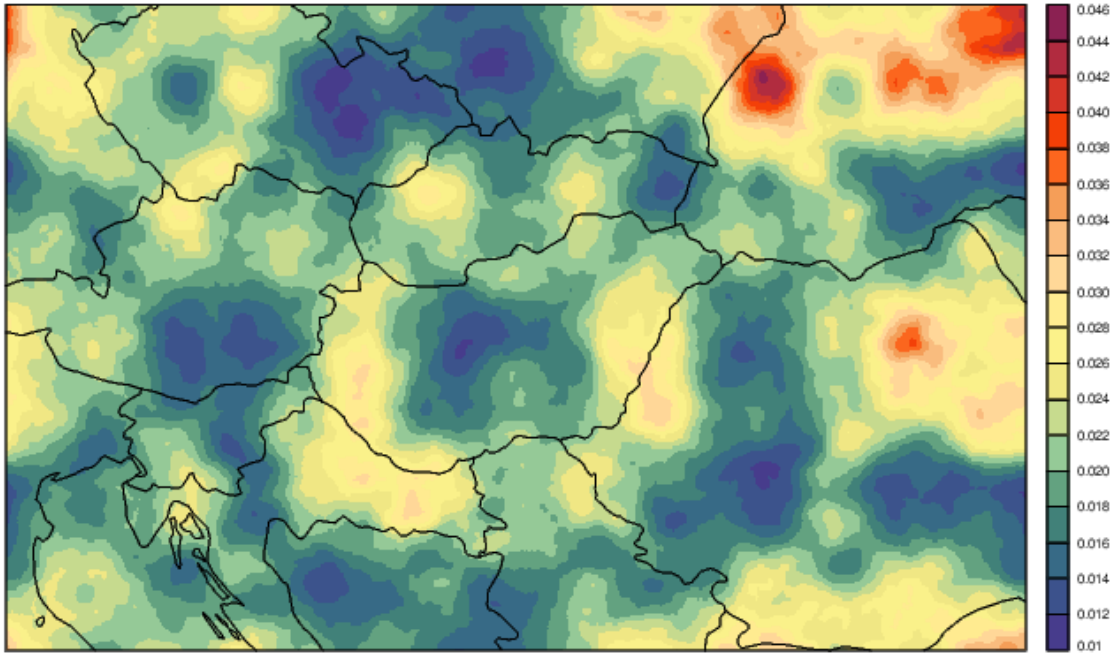
Forrás: Leutbecher et al. 2017, ECMWF ENS

SPP – Sztochasztikusan perturbált paraméterek

- Fizikai folyamatokhoz kapcsolódik: paraméterek kiválasztása, perturbációk amplitúdója, tér-/időbeli korreláció meghatározása

- Finomhangolása jóval több erőforrást igényel, mint az SPPT-é

- LAM (korlátos tartományú) verzióra példa:
  - (az egyik paraméter perturbált értékei)
  - A minta minden paraméterre és EPS tagra különböző



- *következő félévi modellalkotás gyakorlat egyik témája*

Összefoglalás - Modellhiba reprezentációs módszerek

- Multi-fizika módszer
  többféle fizikai parametrizációs módszerrel futtatjuk a modellt

- Paraméter-perturbációk
  néhány paraméter értékét változtatjuk meg
  (térben és időben) konstans véletlen számmal

- SPPT
  a teljes fizikai tendenciát változtatjuk meg
  térben és időben változó sztochasztikus perturbáció
  hozzáadásával

- SPP
  néhány paraméter értékét változtatjuk meg
  térben és időben változó sztochasztikus perturbáció
  hozzáadásával

Ensemble előrejelzések készítésének módszerei

- **A kezdeti feltétel perturbációk származtatása**
  - Szinguláris vektorok módszere
  - Breeding (tenyésztéses) módszer
  - Ensemble adatasszimilációs módszer (EDA)
- **A modellhiba reprezentációja**
  - Multi-fizika módszer
  - Paraméter perturbációk
  - Sztochasztikus fizika módszerek: SPPT, SPP
- **Multi-módszerek**
  - Multi-modell
  - Multi-analízis
  - Multi-LBC

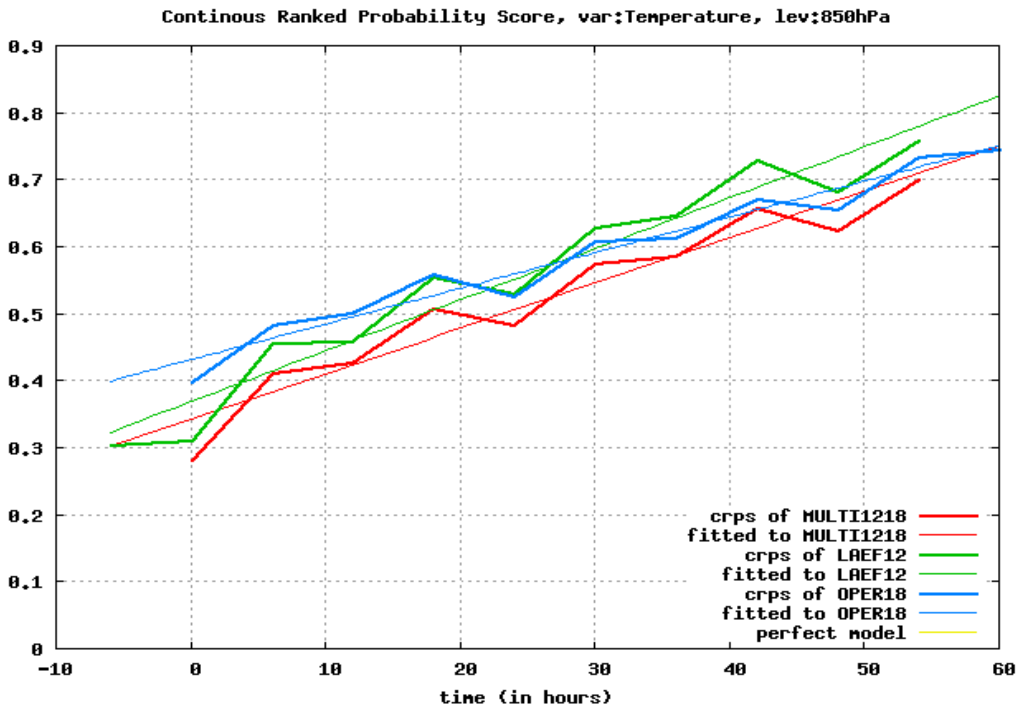
Multi-modell ensemble

- **Több perturbálatlan modell**t rakunk össze egy ensemble rendszerbe. Ez különböző intézetek/előrejelző központok modelljeit jelenti
- Lehetnek maguk a modellek is különbözőek, de általában minden intézet kicsit más beállításokkal futtatja a modelljeit, esetleg más méréseket vesz figyelembe az adatasszimiláció során
- Ez egy egyszerű módszer, aminek segítségével olyan intézetek is juthatnak ensemble rendszerhez, melyeknek nem lenne erre kellő számítógépes kapacitása

⇒ **Poor man's ensemble prediction system**

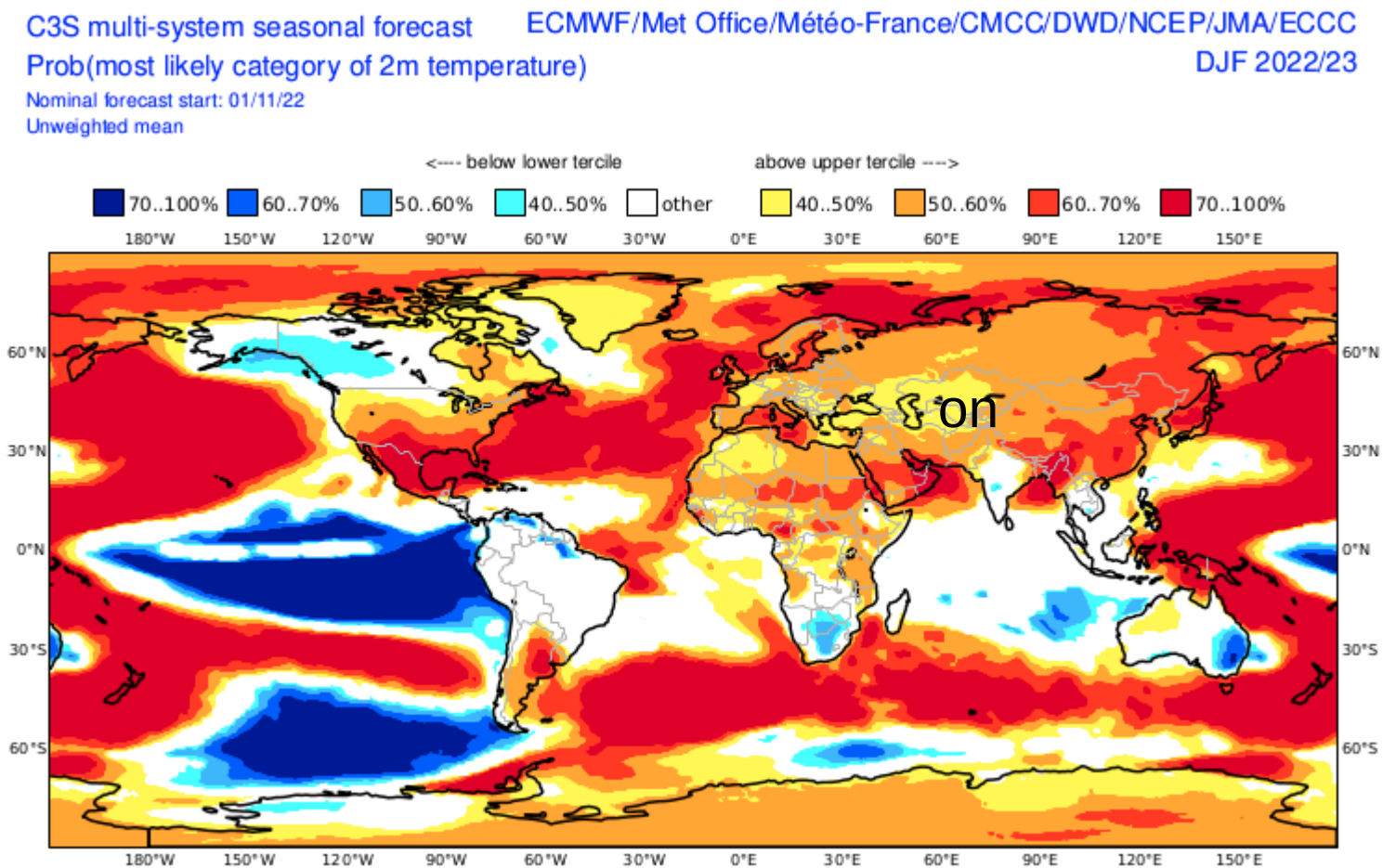
Multi-modell ensemble

- ***Rövid távú előrejelzések:*** Inkább csak próbálkozások vannak nemzetközi összefogásra és multi-modell ensemble létrehozására
- Túl nagy adatátvitelre lenne szükség az operatív üzemeltetéshez
- Probléma, hogy mindenki más időpontból indíthatja, más időtávra és más területre futtathatja az előrejelzését
- Verifikációban általában megmutatható, hogy jobb a multi-modell ensemble

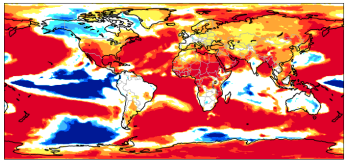


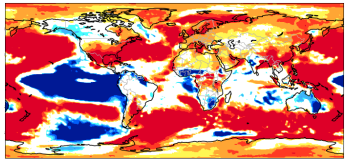
Multi-modell ensemble

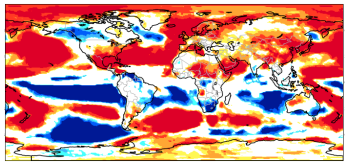
- ***Szezonális- ill. klímamodellezésben*** azonban használják

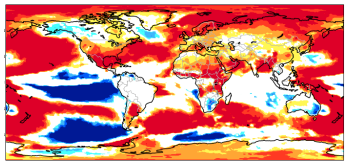


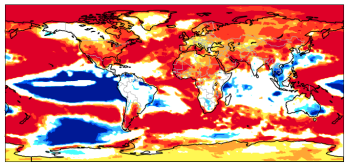
Ábra: 2 m hőm. anomália valószínűségek, 2022/23 tél
https://climate.copernicus.eu/charts/c3s_seasonal

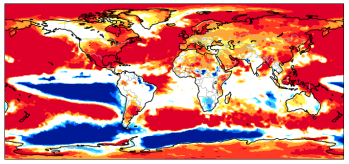

CMCC

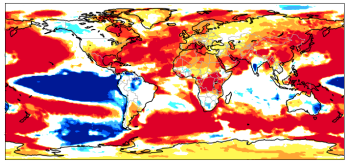

DWD

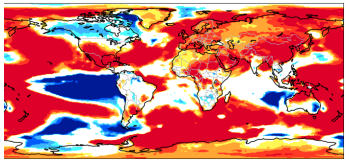

ECCC


ECMWF


JMA

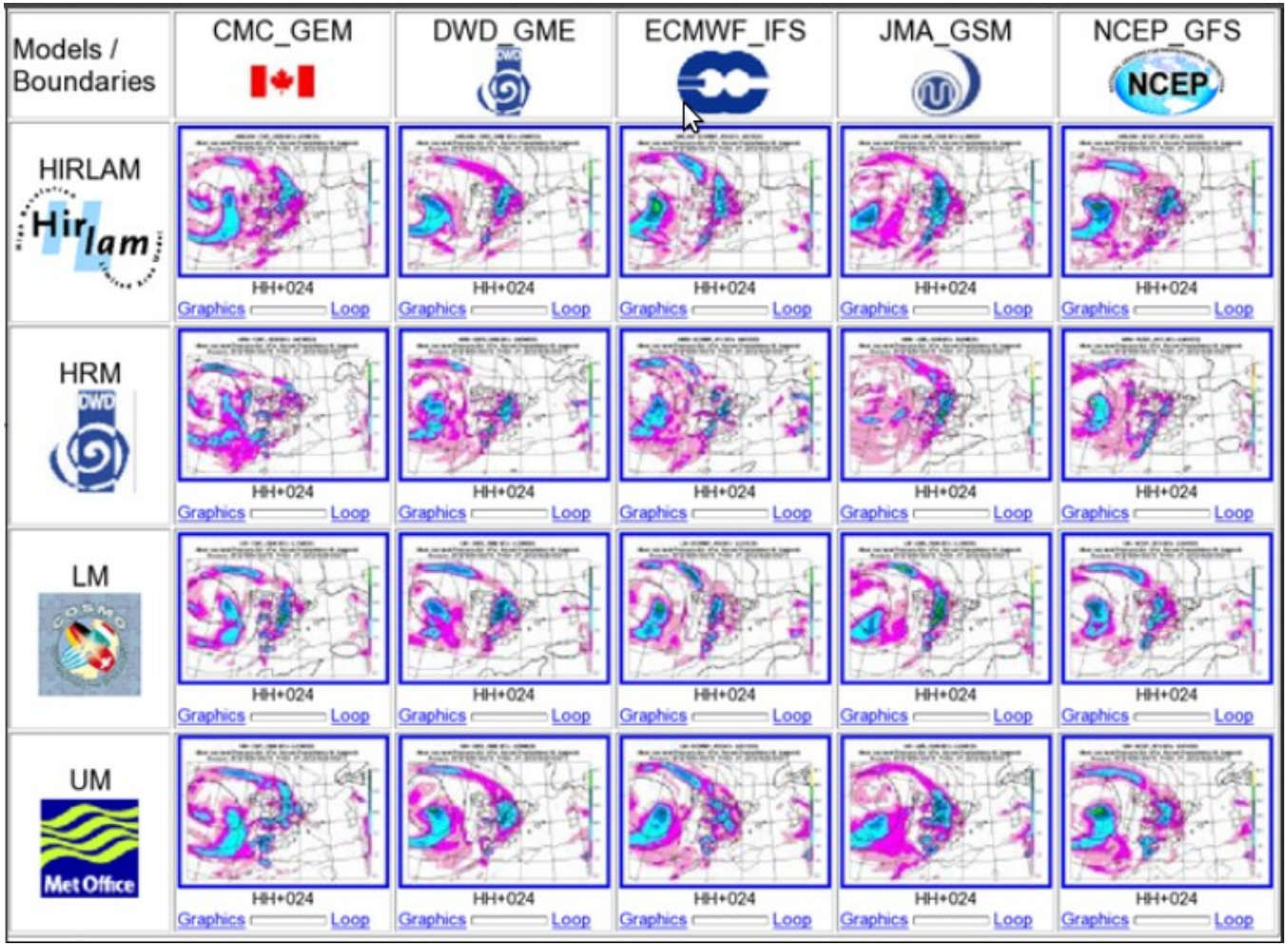

Meteo France


Met Office


NCEP

Multi-LBC ensemble

- Korlátos tartományú modelleknél lehet multi-határfeltételekről beszélni
- Ugyanazt a LAM (korlátos tartományú) modellt különböző (globális modellből származó) oldalsó peremfeltételekkel (LBC-kkel) futtatják

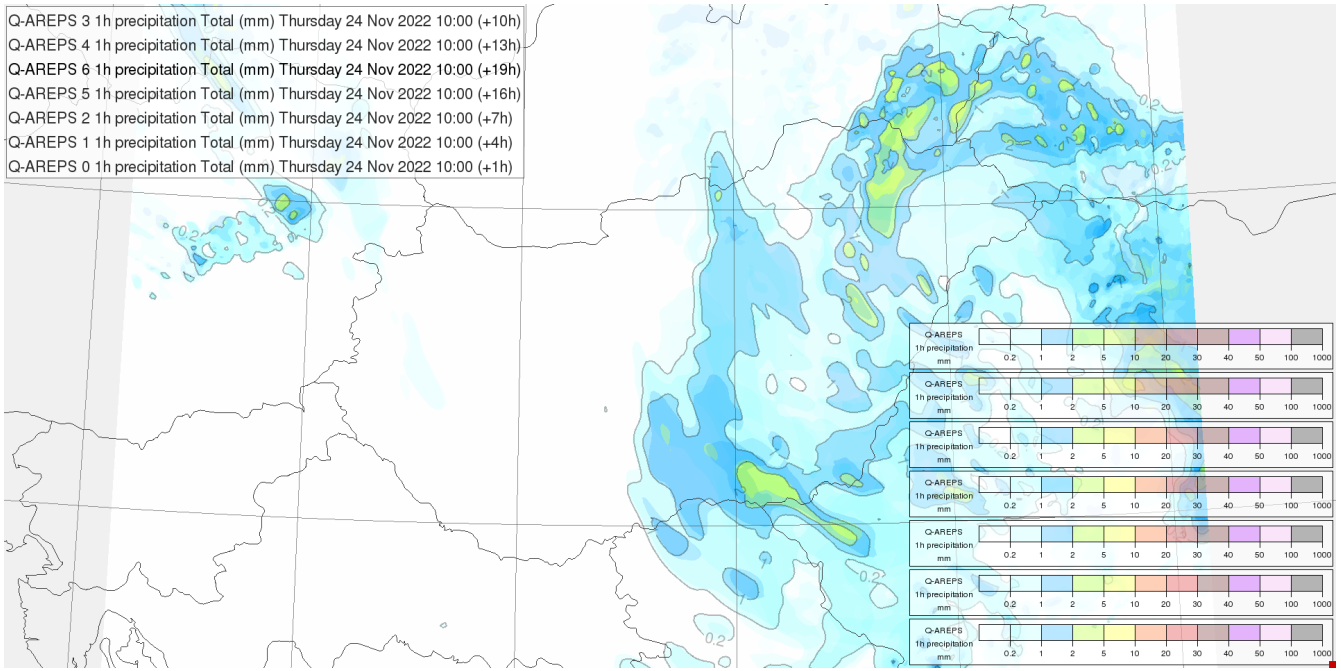


korábbi spanyol példa: multi-modell/ multi-LBC

Multi-analízis ensemble

- Nem különböző modellek előrejelzéseit, hanem különböző technikákkal és/vagy modellekkel készített analíziseket használnak

- Ugyanazon modellnek más kezdő időpontban induló futásait együtt is nézhetjük. „Time-lagged EPS”



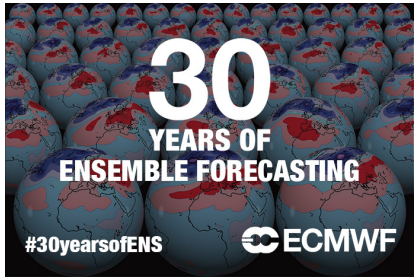
Kül. kezdő időpontból induló AROME futások EPS-ként értelmezve (Hawk-ban elérhető)

- A multi-módszereket gyakran ötvözik egymással

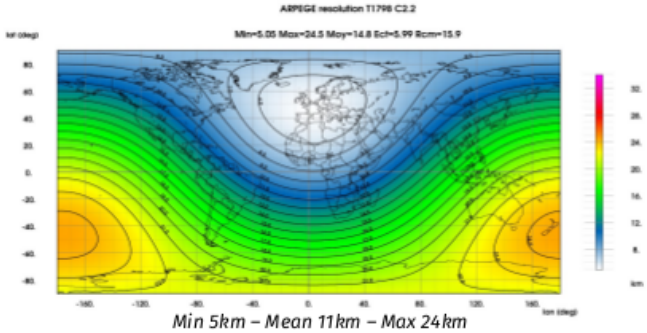
Módszerek alkalmazása két rendszerben

- <u>Két európai előrejelző központ globális modelljeiben:</u>

- ECMWF (európai) - ENS 9 km
  - 50+50+6 szinguláris vektor lineáris kombinációjából állítják elő SV perturbációkat
  - 50 perturbált taggal fut az EDA. Az egyes EDA analízisek és az EDA EPS átlag különbségei jelentik az EDA perturbációkat
  - A nagyfelbontású 4DVAR analízishez adják hozzá az SV és EDA perturbációkat => 50 tag + 1 kontroll
  - SPP-vel veszik figyelembe a modellhibát (27 param.)

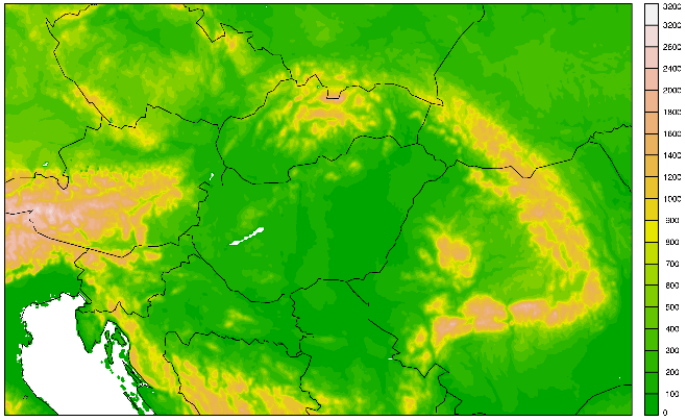


- Météo France (francia) - PEARP átl. 11 km
  - 50 tagú 4DVAR EDA ciklus (6h)
  - Ebből 35 tagot használnak, SV-okkal kombinálva => 35 tagú rövidtávú EPS
  - PP + kétféle mélykonvekciós séma



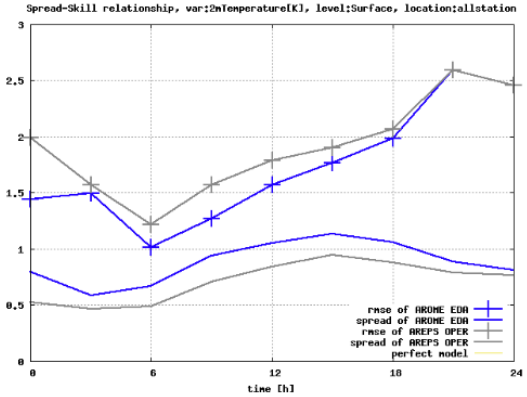
Módszerek alkalmazása LAM rendszerben

- HungaroMet korlátos tartományú modelljében:



- AROME-EPS („convection-permitting EPS”)
  - 10+1 tagú ensemble rendszer
  - Operatív futás 2020 óta. Napi 2x, 0/12 UTC +48h
  - ECMWF ENS csatolás
  - 2,5 km felbontású nem-hidrosztatikus rendszer, melyben finom struktúrák (konvektív események) is megjelennek, melyek előrejelezhetősége kisebb
  - Perturbáció: EDA (Lokálisan asszimilált mérések pert.)

Kísérletek SPP módszer alkalmazására



EDA
oper.

2021
július

Ajánlott irodalom

- Buizza és Palmer, 1995.: The singular-vector structure of the atmospheric global circulation, J. Atmos. Sci., 52, 1434-1456
- Toth Z., Kalnay E., 1997: Ensemble Forecasting at NCEP and the Breeding Method, Mon. Wheather Rew. 125, 3297-3319
- Leutbecher et al., 2017: Stochastic representations of model uncertainties at ECMWF: state of the art and future vision, Q. J. R. Meteorol. Soc. 143: 2315–2339
- Jolliffe és Stephenson: Forecast verification, Wiley, 2012
- https://cawcr.gov.au/projects/verification/

Szinguláris vektorok (pótdia)
vektor normája skalárszorzattal

- A következő, skaláris szorzat segítségével megadott hozzárendelés mindig normát ad meg: $$\|y\| = \sqrt{\langle y, y \rangle}$$
- A skaláris szorzat reprezentálható a *D* mátrix-szal az $f_1,\ldots,f_n$ bázison: $$\langle x, y \rangle = y^T D x = x^T D y$$
- *D* mátrix szimmetrikus és pozitív definit: $$D_{ij} = \langle f_j, f_i \rangle$$
- A leírtakból következik, hogy a perturbációk nagyságára felírható:

$$\|y\| = \sqrt{\langle y, y \rangle} = \sqrt{y^T D y}$$

Szinguláris vektorok (pótdia)
a norma megválasztása

Teljes energiára alapozott norma (ECMWF):

$$\|x\|^2 = \frac{1}{2}\int_0^1\iint_S \left(\nabla\Delta^{-1}\xi \cdot \nabla\Delta^{-1}\xi + \nabla\Delta^{-1}D \cdot \nabla\Delta^{-1}D + \right.$$

$$\left. + R_a T_r (\ln\pi)^2 + \frac{c_p}{T_r}T^2\right) dS \sum \left(\frac{\partial p}{\partial \eta}\right) d\eta$$

Ahol a divergenciát és az örvényességet a horizontális szélkomponensekből származtatjuk a következő módon:

$$D = \nabla_H V_H = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\xi = \nabla_H \times V_H = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$$

π a felszíni nyomás, η a felszínkövető vert. koord., R_a gázáll., S a teljes Föld-felszín, T_r refer. hőm., c_p a fajhő áll. nyomáson

Szinguláris vektorok (pótdia)

- A numerikus modell deriváltjára van szükség
- ***M***-et, mint mátrixot nem tudják elkészíteni, csak a neki megfelelő algoritmust
- ***Mx***-et a tangens lineáris modell integrálásával kapják
- Ebből kiszámolják az ***M***** adjungáltat, visszafelé integrálják az adjungált modellt

Szinguláris vektorok (pótdia)
a leggyorsabban fejlődő perturbációk

- $||My(t_0)||$ kifejtése a kvadratikus alakkal:

$$\|My(t_0)\| = \sqrt{\langle M^* My(t_0), y(t_0)\rangle} = \sqrt{Q_{M^*M}(y(t_0))}$$

- ahol:

$$Q_{M^*M}(y(t_0)) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i^2 |y_i(t_0)|^2$$

$$y(t_0) = \sum_{i=1}^{n} y_i(t_0) v_i$$

- M^*M legnagyobb λ_1^2 sajátértéke adja a legnagyobb tagot a kvadratikus alakhoz. Az ehhez tartozó v_1 sajátvektor pedig mutatja az irányt, melynek perturbációja a leggyorsabban fog nőni (t_0,t_1) -en

Szinguláris vektorok (pótdia)
a leggyorsabban fejlődő perturbációk

- (M^*M) sajátvektorai egyben az M ún. szinguláris vektorai, melyekre igaz, hogy:

$$M=USV^* \quad \Leftrightarrow \quad Mv_i=\lambda_i u_i$$

ahol U ill. V ortogonális mátrixok,
S pedig diagonális mátrix, melynek főátlójában a λ_i szinguláris értékek vannak
U oszlopvektorai az M bal oldali u_i („evolved”) szinguláris vektorai
V oszlopvektorai az M jobb oldali (kezdeti) v_i szinguláris vektorai

Valamint v_i-k egyben (M^*M) sajátvektorai, méghozzá λ_i^2 sajátértékkel

- M^*M legnagyobb λ_i^2 sajátértékéhez tartozó v_1 sajátvektora mutatja az irányt, melynek perturbációja a leggyorsabban fog nőni *(t_0,t_1)-en*

SPPT (pótdia)

$$P'_j(e_j,t)=(1+r_j)P(e_j,t)$$

- ***r*** olyan Gauss-eloszlásból vett érték, amelynek szórását a kívánt térbeli korrelációhoz igazítják

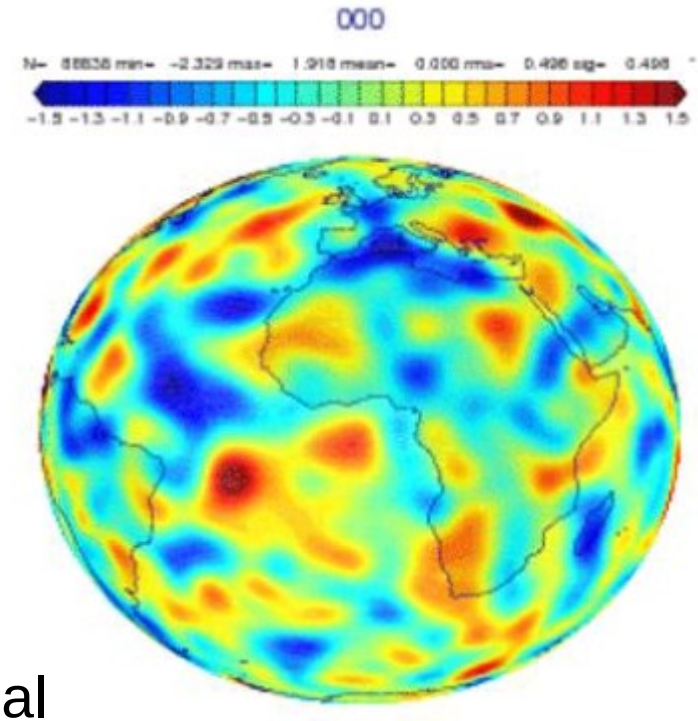
- általában az alsó és felső perem közelében csillapítják a perturbációkat

- ***r***-t egy spektrális minta-generátorral hozzák létre:

$$r=\sum_{m,n}\hat{r}_{mn}Y_{mn}$$

- $\boldsymbol{Y_{mn}}$ gömbharmonikusok

- $\hat{r}_{mn}$ spektrális együtthatókat auto-regresszív folyamattal határozzák meg, amelynek lényege, hogy az egymást követő ***r***-ek időben korrelálnak egymással (minden lépés tartalmaz véletlen számot is)



r_j 2 dimenziós perturbált mező